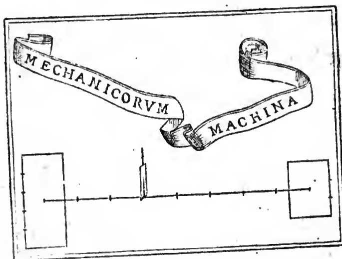


GVIDIVBALDI
E MARCHIONIBVS
M O N T I S
IN DVOS ARCHIMEDIS ÆQVEPONDERANTIVM LIBROS
PARAPHRASIS
Scholijs illuſtrata.



P I S A V R I
Apud Hieronymum Concordiam;
M D LXXXVIII.
Superiorum Conceſſu.







SERENISSIMO
FRANC.^{CO} MARIAE
II. VRBINI DVCI.
GVIDVSVBALDVS
E' MARCHIONIBVS MONTIS S.





IAM decemnium elapſum eſt, DVX Sereniſſime, ex quo de rebus machanicis volumen, veras (ni fallor) mirabilium mechanicorum effectuum cauſas manifeſtans, in lucem dedi; vbi nonnulla antiquiora, præcipuaq; illuſtrium græcorum authorum placita ad ſuſceptum negotium pertinentia, tanquam rectę rationi magis conſentanea amplexatus ſum. quibus ſanè, tanquam ſolidiſſimis innixa fundamentis, theoremata multa, ac varia conſtruxi. quippe quæ, licet non inualidis quoque demonſtrationum præſidijs à me ipſo munita fuerint; pleriſquè tamen, qui non admodum fortaſſe in huiuſmodi rerum cauſis inueſtigandis verſati exiſtunt, noua prorſùs (vt accepi) ac fermè inaudita, nec ſatis (vt opinor) apud eos firma, atque ideo illis non omnino ſatisfeciſſe, viſa ſunt. Quocirca cogitanti mihi, qua ratione fieri poſſet, vt opus illud à me editum, quàmplurimorum ſibi gratiam in dies magis conciliaret, in mentem venit, non aliunde id mihi oportuniùs cõtingere potuiſſe, quàm ſi priſcos ipſos, & grauiſſimos alioqui authores de hac re elegantiſſimè diſſerentes illis offerrem. ratus, vt ſolidiſſimâ eorum doctrinâ, quæ à me propoſita, & ex-

plicata fuere theoremata, firmiora redderentur. ſimulquè alio
rum ambiguitati, ne dicam imbecillitati ſuccurreretur. vel ſal
tem ipſi grauiſſima eorum authoritate nonnullorum captiua-
rent intellectum, in obſequium meliùs, rectiùſquè ſentientiũ,
atque intelligentium. Nihil enim tam, aut à conſuetudine, aut
ab opinione remotum eſſe ſolet, quod ſola authoritate proba-
ri non poſſit. Verùm ne huiuſmodi negotium in recenſendis
multorum ad propoſitam veritatem confirmandam teſtimo-
nijs latiùs, quàm par eſſet, protraheretur; mihi conſtitui, ex mul
tis vnicum tantùm, eumquè reliquorum omnium hac in par
te facilè principem deligere: qui, & meam cauſam tueretur: &
illis, ſi fieri poſſet, ſatisfaceret: vtquè coràm illis ipſe ſe offerens,
tanquam meo quoque nomine miſſus intelligeretur; quibuſ-
dam meis notis non inſignitum certè, ſed aſſociatum eundem
prodire volui. Eſt autem grauiſſimus hic author Syracuſius ille
Archimedes de mechanicis elementis conſultiſſimè diſſerens.
cuius nimirum dignitati, atque authoritati, vt omnes probè à
me conſultum intelligerent; decreui, vt quemadmodum inter
alios illius ordinis viros primatum obtinet, ita nulli alij, quàm
amplitudini tuę, DVX Sereniſſime, hac noſtra ętate, doctrina,
rerumquè omnium cognitione ſingulari, citra controuerſiam
Principi ſupremo, ſuum in primis hoc tempore præſtaret obſe
quium. quod incredibili ſanè animi mei iucunditate conti-
giſſe fateor; non ſolùm, vt rurſum aliquam ſingularis meæ er-
ga amplitudinem tuam obſeruantiæ, ac venerationis, tot, tan-
tiſquè nominibus iam pridem debitę teſtificationem ederem;
verùm etiam, vt munuſculo illi meo tanto Principi audentiùs
fortaſſe antea oblato, ne prorſus pręſua tenuitate deſpiceretur,
opem ferret, quanquam neque id quidem, pro eximia animi
tam excelſi magnitudine, ſuſpicandum fuit. Per hunc ergo tã
celebrem authorem ad te Princeps optime, ac pręſtantiſſime
lætabundus accedo. Is enim mihi, quemadmodum & ego ipſi,
ad te aditum patefeciſſe videtur; & ſicut eundem tibi lõgè gra-
tiſſimum futurum confido, ita me tui amantiſſimum, & obſer
uantiſſimum, vt eâdem, qua conſueuiſti, benignitate proſe-
quaris, oro ſupplex, & obſecro. Aueto dulce præſidium, ac ętatis
noſtræ ſplendidum decus; & eſto perpetuò fęlix.

GVIDI VBALDI E MARCHIONIBVS MONTIS,



PRAEFATIO.



Echanica facultas nõ ſolùm ab imperitis, verùm etiam ab eruditis admirabilis ſemper habita fuit; eorum enim, quę in admirationem homines trahunt, duo eſſe genera Ariſtoteles in principio ſuarũ quęſtionũ Mechanicarum aſſeruit; quorum ſanè alterum ad ea pertinet, quæ natura quidem, proximis tamen ipſorum cauſis latentibus in lucem prodeũt; alterum verò ſpectat ad ea, quę pręter naturam, & arte fiunt; quibus natura ſuperati videtur (quamquam & ipſa plurimùm momenti ad ſe ipſam euincendam tunc quoque afferat) & quod naturę uiribus in lucem prodire nequit, id arte fieri contingat, ob idquè maiorem adhuc admirationem excitát, quòd ars naturę ęmula, quaſi aduerſus naturam pugnás; eam ſuperet, & tanquã vim ipſi inferre videatur; cuius ſanè operationis cauſa quoque cognita admirationem parit; cùm exigua admodùm ad tanti operis productionem appareat. admirabile eſt ſanè ipſius artis magiſterium, cùm adeò potens ſit, vt effectus naturę repugnantes producere tentet. quippè quibus, niſi ita ſenſibus ſubijciantur; vt tangi propemodum, & conſpici poſſint, vix fides adhibeatur; idquè nõ ſine admiratione adhuc cognitum, ac perſuaſum nobis eſſe poſſit. huiuſmodi autem mirabilium operum opifex eſt ipſa mechanica diſciplina, tam naturę ęmula, quàm oppugnatrix valida. Hęc enim grauia proprio fermè nutu ſurſum attolli, magnaquè pondera ab exigua

admodum virtute moueri, aliaquè id genus huiusmodi spectanda proponit. vt tùm imperitis ex ipsorummet effectuum intuitu, tum eruditis in causarum varia contemplatione admirationem pariat. veluti si ea spectemus, quę neruis, vel aliquo mouetur instrumento; vel quę spiritibus cōcinnuntur, & fiunt; de quibus Heron, & alij pertractarunt; vel denique alijs modis. quamquam nos in ijs, quæ dicenda sunt, de ea mechanicæ facultatis parte, quæ ad pōdera, distātiasquè inter ipsa existētes pertinet, quorū status ad ęquilibrium reduci potest, verba faciemus. quæ quidē pars totius mechanicę facultatis princeps existit. ea enim est, in qua artem superare naturam apertiùs cōspicitur: quod quidem, qua ratione contingat, hinc planum euadet.

Ars quippe ex Aristotele phisicorum secundo, & ex proæmio quæstionum mechanicarum triplici modo in suis opificijs sese habere videtur. Nam vel immitatur naturam; vel ea perficit, quæ natura perficere non potest; vel denique ea, quæ pręter naturam fiunt, operatur; in quibus tamen omnibus operandi rationibus, si diligenter eas consideremus, artem semper immitari naturam perspiciemus. Primùm quidem multas artes naturam immitari aperte videmus, vt sculpturam, & huiusmodi alias. Quando autem ars ea perficit, quæ sola natura perficere non potest, vt in arte medica euenire solet; naturā ipsam pariter emulatur, & naturæ associata, velut instrumentum eius, naturalem effectum perficere dicitur: tuncquè eodē modo operatur, ac si natura rem ipsam absque artis ope perficere posset, quod planè artis præstantiam manifestat: quippè cùm nisi ars ipsi naturæ manū porrigat, natura ipsa proprios effectus perficere ex sese minimè possit. At verò si ars naturā immitando ipsam superauerit; vt ea, quæ ab arte fiunt, præter naturam eueniant, longè adhuc præstantiùs artis ingenium apparebit. siquidem immitando naturam (paradoxum id fortè videbitur, cùm tamen verissimum sit) præter naturæ ordinem operari dicatur. Ars.n. mirabili artificio naturam ipsa natura superat; ita nimirum res disponendo, vt ipsa efficeret natura, si eiusmodi sibi producendos statueret effectus. quod quidem subiecto exemplo magis perspicuum fiet.

Sint enim duo pondera AB in aliquo vecte, A maius, B minus; quorum simul ita in vecte dispositorum sit centrum grauitatis C. sit autem sub vecte inter CA fulcimentum in D. & quoniam pondera AB penes C grauitatis centrum inclinantur, tunc C deorsum naturaliter mouebitur; ac per consequēs pōdus quoque B deorsum tendet. Sed si B deorsum mouetur, A certè sursum eleuabitur, quippe quod, quāuis, vt graue est, atque solutum absque connexione ponderis B deorsum tenderet; attamen vt adnexum ponderi B, intercedente vecte AB, sursum mouebitur: & (vt ita dicam) pondus A contra propriam naturam naturaliter ascendet. Vndè perspicuū est, hos motus effectus esse naturales. Quid igitur efficit ars ipsa? nil sanè aliud, quàm quòd res ita disponit, & accomodat, vt similes effectus inde prodeant, atque si naturales omnino existant: quare opus erit, ut Ars naturam immitetur, siquidem effectus naturales prouenire debent. propterea vectem, fulcimentumquè eodem modo disponit; & loco ponderis B aliquam constituit potentiam, quæ pręmendo parem vim habeat grauitati ipsius B; atque tunc ipsa potentia mouens, quę minor est grauitate ponderis A, ipsum A grauius nihilominus attollet: quod quamuis propriæ ipsius naturæ repugnet, naturaliter tamē ab ipsa potentia in B existente sursū feretur: res enim ita dispositæ talem habent naturam, vt A quidem sursum, B verò deorsum moueri debeant. quę sanè ex nostro Mechanicorum libro, & ex ijs, quæ in hoc pertractantur, compertissimè redduntur, & quod diximus de vecte, de alijs quoque instrumentis mechanicis intelligendum est. quorum quidem apparatus sunt artis opera, effectus autem ipsius penè naturæ: cùm eius momenta, inclinationesquè sequantur, veluti præcipuas eiusmodi operum effectrices causas; quippè quæ sunt omnino admirabiles, ac pręstantissimę; quemadmodum ex ipsarum contéplatione patere potest. cuius rei argumētū illud indicasse satis esto, nimirū eas à summis uiris, Aristotele, & Archimede fuisse

pertractatas. Aristoteles.n.in principio Quęstionũ mechanicarũ multa, eaqué pręcipua ad causas rei mechanicæ dignoscẽdas aperuit; quę secutus Archimedes in his libris mechanica principia explicatiùs patefecit, eaquè planiora reddidit. Nec propterea Aristoteles diminutus extitit: etenim eorũ, quę ab ipso proposita, & explicata fuere, problematum causas egregiè patefecit. sed quoniam Archimedi scopus fuit mechanicę disciplinę rudimenta explanare; propterea ad magis particularia enucleãda descendere voluit. Aristoteles .n. (gratia exẽpli) quęrẽs cur vecte magna mouemus pondera? causam esse ait longitudinẽ vectis maiorem ad partem potentiæ: & rectè quidem; cùm ex principio ab ipso constituto manifestum sit, ea, quę sunt in longiori à centro distãtia, maiorẽ quoque habere virtutẽ. Archimedes verò vlteriùs adhuc progredi voluit, hoc admisso, nẽpè quod est in longiori distantia maiorem uim habere, quàm id, quod est in breuiori, inquirere etiam voluit, quanta sit vis eius, quod est in longiori distantia ad id, quod est in breuiori; ita vt inter hęc nota reddatur qualis, & quę sit eorum proportio determinata. atque ideo fundamẽtum illud mechanicum pręstantissimum manifestauit; videlicet ita sese habere pondus ad pondus, vt distantia ad instantiam, vnde pondera suspenduntur, sesé permutatim habet. quo ignoto, res mechanicę nullo modo pertractari posse videntur. quandoquidem huic tota mechanica facultas tanquam vnico, pręcipuoquè fundamẽto innititur. Quare Archimedes Aristotelẽ sequi videtur; quod non solùm patet ex ijs, quæ dicta sunt; verùm etiam si Archimedis postulata cõsiderauerimus, quibus cõstituẽdis, ea, quæ de principijs mechanicis Aristoteles patefecit, Archimedẽ supponere cõperiemus. vt deinceps suo loco perspicuũ fiet. In ratione pręterea, ac modo cõsiderãdi mechanica, maxima ambo affinitate coniuncti incedere videtur. Aristoteles .n. res mechanicas tum Mathematica, tũ naturalia sapere, ac respsi cere asseruit: quod quidẽ & Archimedes optimè nouit: nã quę Mathematicè sunt consideranda, geometricè demonstrauit, vt sunt distantiæ, proportiones, & alia huiusmodi: quæ verò sunt naturalia, naturaliter quoq; cõsiderauit; vt ea, quæ ad grauitatis centrum spectant, & quæ sursum, & quę deorsum moue-

in princip. quest. Mechan.

ri debent; & cętera huiusmodi. Ex quibus patet maximū esse inter tantos viros in his pertractandis consensum. Ambiget fortasse quispiam, nunquid hęc principia rectè ab illis fuerint pertractata? sed statim omnis cessat dubitandi occasio, si tantorum virorum pręstantia ad memoriam reuocetur; quibus, citra controuersiam in disciplinis ab ipsis traditis, omnes eruditi palmā deferunt. vt quemadmodum absq; Aristotele duce, atque doctore, nemo ad rectè philosophādum, ita neque etiā ad Mathematicam, pręcipueq́ue Mechanicam disciplinam absq; Archimede sese quispiā disponere possit: quorum sanè apud peritiores authoritas meritò ob id suprema extat; quòd ab ipsis res eo meliori, pręstantioriq; modo pertractatę fuerūt, quo ipsarum rerum natura, atque doctrinę ratio postulabat. & qui scientiarum cupidi sunt, illos sequi, eorumquè scripta sępè sępius attentè perlegere debent. Pręterea philosophię, ac Mathematicę professores in hoc conueniunt; quòd cùm aliqua ad philosophiam spectantia tractant; mirum in modum Aristotelem laudibus extollunt. qui verò Mathematicas pertractare studēt, statim ad Archimedis laudes pariter se cōferūt. tametsi circa ea, quę nō sunt Archimedis versentur; vt quā plurimi fecere, quod quidē optimo factum est consilio. etenim si ea, quæ mathematica ope indigent, laudare volunt, ad Archimedem confugiendum est; vt si inuentionem, subtilissimum Archimedis inuentum afferant, quo modum adinuenit cognoscendę quantitatis argenti, quod erat in corona Regis aurea, vt Vitruuius testatur; & alia huiusmodi; si admirabilia, statim afferant Archimedis sphęram in globo vitreo elaboratam, in qua omnes cęlestis sphæræ motus relucebant; ita ut natura potiùs Archimedem immitata, quàm Archimedes naturam illusisse videatur; *Claudianus* nauim prætereà graui pondere oneratam è mari in littus ab Archimede eductam; aliaquè id genus plurima. Deniquè si res Mathematicas ciuitatibus esse vtiles ostendere volunt, ea, quæ ab Archimede contra Marcellum in defensione patriæ facta fuere, in medium afferant, quo tempore bellica opera adeo mirabilia effecit, vt solus Archimedes contra bellicosissimos Romanos pugnare sufficiens videretur. quæ quidem omnia Mechanica disciplina cōfecta sunt. Quid igitur

Mecha-

Mechanica admirabilius, & vtilius è qua tot, tantaquè ad humani generis vtilitatem conferentia prodeunt? eximia certè, & præclara admodum hæc Archimedis geſta fuere; quæ tamen, ſi ad alia quamplurima, quæ de ipſo dici, ac afferri poſſunt, conferantur, exigua ſanè mihi videntur. Nam quæ hactenus commemorata ſunt, (quamquam fortaſſe nō omnia) multa tamen, huiuſmodiquè ſimilia alij quoquè effecerunt, & adhuc extant fortaſſe viri eo ingenij acumine pręditi, qui talia aggredi non vererentur: ſed nōnulla egregia extāt ipſius Archimedis opera, quorum ſimilia, nec antea, nec poſt ipſū facta fuere, neque in futurum facienda fore à nemine ſint expectanda: omnium enim admirabiliſſima, præſtantiſſimaquè ſunt eius ſcripta, in quibus, & ingenij acumen, inuentiones ſubtiliſſimæ, perfectaquè doctrina planè conſpicitur. adeo enim his omnibus Archimedis ſcripta aliorum ſcripta mathematicorum excellunt, ſuperantquè; vt quæ aliorum, facilè quidem inter ſeſe comparari, cum ijs verò, quę ab Archimede nobis relicta fuerunt, nullo modo poſſint. ut apertiſsimè (alijs interim omiſsis) conſpicuum redditur ex ijs, quæ de ſphęra & cylindro, & ex ijs, quę de æquęponderantibus ſcripta reliquit: quippè quę ob eorum pręſtātiam, ac dignitatem meritò literis aureis eſſent imprimenda. liber enim de ſphęra, & cylindro inter Archimedis ſcripta excellēs adeò habitꝰ fuit, vt ad eius ſepulcrū appoſita fuerit ſphęra, & cylindrꝰ: quibꝰ à Cicerone conſpectis, ſtatim illud Archimedis ſepulcrū eſſe intellexit: de cuius inuentione ob viri excellentiā maximè gloriatur. Deindè quia ratione ipſum à temerario vanę orationis proferendæ auſu; (dum ſic loquitur, da mihi vbi ſiſtam, terramquè mouebo) vindicare poſſemus; niſi hęc, quæ de æquęponderantibus extant, ſcripta reliquiſſet: ex his enim habita notitia proportionis ponderum, & diſtantiarum, fit manifeſtum non eſſe à ratione, neque à natura prorſus alienum, poſſe terram moueri, ſi daretur conſiſtendi locus. quod etiam ex noſtro volumine Mechanico annis abhinc aliquot elapſis edito varijs quoquè inſtrumentis patere poteſt: quandoquidē multis modis, datum pondus à data potentia moueri, ibi oſtēſum eſt: vbi demonſtrationes à nobis conſtitutę ijs, quæ apud

Archi-

Archimedem preſenti opere habentur, totam eorum vim ferri volunt acceptam. Et ne quidpiam, quod ſtudioſis mechanicæ facultatis prodeſſe poſſit, prętermitteretur, ad horum Archimedis librorum interpratationem aliquid operis contuliſſe placuit; ſatisquè nobis feciſſe videbimur; ſi ſaltem ſtudioſi nos Archimedis veſtigia ſecutos fuiſſe cognouerint. Et quamuis opus hoc fuerit ab Eutocio Aſcalonita nonnullis commentarijs illuſtratum, quia tamen propter Archimedis ſcriptorũ obſcuritatẽ multa adhuc remanẽt abſtruſa, nec prorſus omnibus peruia; prę ſertim grę carum literarum expertibus; cùm liber hic in latinum verſus multis in locis obſcurus, alijsquè plerisque quodammodo mancus meritò ſuſpicetur; ita vt adhuc in tenebris iacere videatur; grę cusquè præterea codex impreſſus, quem ſecuti ſumus, multis in locis aliqua correctione egere videatur; idcirco ab huiuſmodi munere prę ſtando deſiſtere noluimus: quin ſimul hos libros in latinũ ſermonem verteremus; commentarijsquè illuſtratos redderemus. Cùm præſertim hinc tutus ad mechanicam diſciplinã pateat aditus. Quare vt mens huius prę clariſſimi Mathematici magis, atque magis, quàm fieri poſsit, pro virili noſtra perſpicua reddatur; & huius ſcientiæ cupidi in adipiſcendis pulcherrimis hiſce theorematibus minùs laborent; à communi genere interprę tandi aliquantùlum in præſentia diſcedere nobis viſum eſt oportunum. Nam qui res mathematicas interprætati ſunt, ſuos commentarios ſeorſum à demonſtrationibus collòcauere: nos verò, quę noſtra ſunt, verbis ipſius Archimedis inſeruimus, & hoc tantùm in ipſis demonſtrationibus, non in propoſitionibus, & huiuſmodi alijs, hac planè habita diſtinctione, vt quæ ſunt Archimedis, (his, vel *his literarum notis*) cognoſcantur, ipſiusquè tantùm Archimedis eſſe intelligantur. Quę verò alterius ſunt characteris, ut quę huius exiſtent formæ, noſtra eſſe ſemper ſint exiſtimanda. & quoad fieri potuit, verba omnia, quę nobis declaratione aliqua, nec non correctione indigere viſa ſunt (ijs tamen omiſſis, quę parui, imò nullius ſunt momenti, vt eſt literarum immutatio, & huiuſmodi alia) dilucidè explicare, atque emendare ſtuduimus. quibus etiam hanc adhibui

declaratio huius paraphraſis.

mus diligentiam, quòd quamuis ea, quæ nostra, sunt, verbis sint Archimedis inserta; siquis tamen verba tantùm Archimedis legere maluerit, rectè id assequi poterit; siquidem nec verbum quidem Archimedis omisimus: quinnimo ea ita disposuimus, vt suum prorsus retineant sensum, possintquè cõtinuatè legi; ac si nihil inter ipsa insertum fuerit. quod quidem studiosis non inutile fore iudicauimus; qui absque nostris additionibus Archimedẽ tantùm habebunt; cũ nostris verò additionibus Archimedis demonstrationes continuatas, & explicatas habebunt. Huberionis autem doctrinæ gratia permulta adiunximus scholia, in quibus passim ordinem, Authorisquè artificium patefecimus; nec non multa lemmata ad Archimedis demonstrationes necessaria demõstrauimus; aliaquè nonnulla ad explicationem, subiectamquè materiam valde vtilia adiecimus. Vt etiam Archimedis dicta magis elucescant, antequam ad explicationem verborum ipsius accedamus, nonnulla prius declarare oportunum nobis visum est ad ea, quæ in his libris Archimedis supponit tanquam cognita. Deinde considerandus proponitur scopus, atque intentio Archimedis; diuisio item librorum; huiusmodiquè alia, quæ summam afferent facilitatem ad intelligendam mentem Archimedis.

Cùm itaquè supponat, nos exquisitam habere notitiam centri grauitatis; illius definitionem afferre libuit: pro cuius tamen faciliori notitia illud quoque in primis admonendum duximus; nimirum quatuor reperiri centra. Centrũ uidelicet vniuersi, centrum magnitudinis, centrum figuræ, & centrum grauitatis, quod quidem grauitatis centrum rectè definitur à Pappo Alexandrino in octauo libro mathematicarum collectionum hoc pacto.

DEFINITIO CENTRI GRAVITATIS.

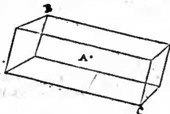
Centrum grauitatis vniuscuiusque corporis est punctum quoddam intra positum, à quo si graue appensum mente concipiatur, dum fertur, quiescit; & seruat eam, quam in principio habebat positionem, neque in ipsa latione circum-

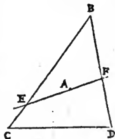
uertitur.

EIVSDEM ALIA DEFINITIO.

Centrum grauitatis vniuscuiusque solidæ figuræ est punctũ illud intra positum, circa quod vndique partes ęqualium momentorum consistunt. si.n.per tale centrum ducatur planũ figuram quomodocunque secans, semper in partes æqueponderantes ipsam diuidet.

Hanc postremam definitionem, seu potiùs descriptionem tradidit Federicus Commandinus in libro de centro grauitatis solidorum. ex quipus sanè definitionibus elucescit natura, atque facultas cẽtri grauitatis. vt si punctum A fuerit centrũ grauitatis corporis BC, tunc ex Pappi sententia, si BC suspẽdatur ex A, magnitudo BC eadem, qua reperitur, dispositione locata manebit; neque partes ullas ipsius corporis, vt quę sunt ád BC, circumuerti, neque omnino suum mutare situm deprahendetur. si verò vt Cõmandino placuit, A fuerit centrum grauitatis magnitudinis BCD, eademque per punctum A vtcunque secúdùm rectitudinem diuidatur, veluti per EAF, tunc pars EBF ipsi ECDF æqueponderabit, quamuis EBF, & ED sint magnitudines inæquales. sæpenumero enim euenire solet, vt in diuisione figuræ per eius centrum grauitatis ipsa aliquando in partes diuidatur æquales, aliquando in partes inæquales: vt suo loco ostendemus: *in fine primi huius.* semper tamen in partes diuiditur hinc inde æqueponderantes; non tamen seorsum constitutas, ab inuicenque seiunctas, & veluti ad æquilibrium examinatas; vt putà si EBF decem pondo ponderet; ED quoque totidem pependisse oporteat. res quippe non sic se habet, sed eas esse in eo situ æqueponderantes, in quo reperiuntur; vt neutra





alteri preponderet. ex quibus colligi potest, si graue quidpiam in centro mundi collocatum fuerit, oportere centrum grauitatis illius in centro mundi constitutum esse: siquidem vt graue illud tunc quiescat, partes vndique ipsum ambientes ęqualium momentorum existere, atque manere oporteat. Quare dum asseritur, graue quodcumque naturali propensione sedem in mundi centro appetere, nil aliud significatur, quàm quòd eiusmodi graue proprium centrum grauitatis cum centro vniuersi coaptare expetit, vt optimè quiescere valeat. Ex quo sequitur motum deorsum alicuius grauis fieri per rectam lineam, quæ centrum grauitatis ipsius grauis, centrumquè mundi connectit. quandoquidem grauia deorsum rectà feruntur. Vnde manifestum est, Grauia secundùm grauitatis centrum deorsum tendere. quód nos in nostro Mechanicorum libro supposuimus.

Ex ijs omnibus, quæ hactenus de centro grauitatis dicta sunt, perspicuum est, vnumquodque graue in eius centro grauitatis propriè grauitare, veluti nomen ipsum centri grauitatis idipsum manifestè præseferre videtur. ita vt tota vis, grauitasquè ponderis in ipso grauitatis centro coaceruata, collectaquè esse, ac tanquam in ipsum vndiquè fluere videatur. Nam ob grauitatē pondus in cētrum vniuersi naturaliter peruenire cupit; centrum verò grauitatis (ex dictis) est id, quod propriè in centrum mundi tendit. in centro igitur grauitatis pondus propriè grauitat. Prætereà quando aliquod pondus ab aliqua potentia in centro grauitatis sustinetur; tunc pondus statim manet, totaquè ipsius ponderis grauitas sensu percipitur. quod etiam contingit, si susteneatur pondus in aliquo puncto, à quo per centrum grauitatis ducta recta linea in centrum. mundi tendat. hoc namque modo idem est, ac si pōdus in eius centro grauitatis propriè sustineretur. Quod quidem non contingit, si sustineatur pondus in alio puncto. neque enim pondus manet, quin potiùs antequā ipsius grauitas percipi possit, vertitur vtique pondus, donec similiter à suspensionis puncto ad centrum grauitatis ducta recta linea in vniuersi centrum recto tramite feratur. quæ quidem ex prima nostrorum Mechanicorum pro-

positione sunt manifesta, quando autem hæc linea est horizonti erecta, tunc idem prorsus est (vt mox diximus) perinde ac si pondus in centro grauitatis ad vnguem sustineretur. Quocirca si ponderis grauitas minimè percipi potest, nisi in cẽtro grauitatis ipsius, põdus certè in ipso propriè grauitat.

Centrum figuræ apud Mathematicos est punctum, à quo semidiametri exeunt; vel per quod trãseunt diametri, vt circuli centrum, & ellipsis, nec non oppositarum sectionum.

Centrum verò magnitudinis est id, quod medium figuræ obtinet; vel quod æqualiter ab exteriori superficie distat, vt sphæræ centrum.

Centrum denique mundi est punctum in medio vniuersi situm, omniumquè rerum infimum.

Cæterùm ad meliorem horum notitiam obseruandum est, hęc centra aliquando simul omnia interse conuenire, aliquãdo nonnulla; aliquando autem minimè. simul verò omnia conueniunt, vt centrum vniuersi, centrum magnitudinis terræ (sphæræ scilicet ex aqua, terraquè compositę, quam nos breuitatis studio terram tantùm nuncupabimus) centrum figurę terrę; ac centrum grauitatis terrę. Cùm enim terra sit sphærica (vt omnes fatentur.) eius medium erit centrum figurę, à quo semidiametri exeunt. idipsumquè erit centrum magnitudinis, siquidem ipsius figurę medium obtinet. Pręterea idem punctum est centrum grauitatis terrę, & quoniam terra in medio mũdi quiescit, erit hoc centrũ grauitatis in centro vniuersi collocatum, & hoc duntaxat modo centra omnia in vnũ conuenire possunt. quamquam verò sphera, quę continet terrã & aquã, composita est ex corporibus diuersę speciei, differẽtisquè grauitatis, nimirum ex terra, & aqua; non tamẽ efficitur, quin mediũ ipsius cum centro grauitatis conspiret in vnum. Nã ex Aristotelis sententia terra circa mundi centrum vndique cõsistit; & Archimedes affirmat, etiã humidũ manens esse sphęricũ, cuius cẽtrum est centrũ vniuersi. si itaquè terra, & aqua manẽt, quiescũtquè circa centrũ vniuersi, ergo centrũ mũdi ipsorũ simul cẽtrũ grauitatis existit, atque adeo quatuor prędicta centra in vnũ simul conueniunt punctum. Quod autẽ tria simul centra in vnum coẽant, satis conspicuũ esse poterit cuiquè lib. de calo lib. de iis quę uehuntur in aqua

sphæram aliquam, putà ligneam, vel alterius (similaris tamē) naturæ in tuenti; siquidem eius medium erit centrum magnitudinis, & centrum figuræ; idemquè punctum erit ipsius centrum grauitatis; circa quod vndique partes æqueponderant. & quoniam hæc sphæra non est in centro mundi; propterea tria tantùm centra simul conuenient. si verò sphęra non similaris, sed dissimilaris fuerit, veluti altera ipsius meditate plumbea, altera verò medietate lignea existente, tunc eius medium erit quippe centrum magnitudinis, & figurę, grauitatis verò centrum nequaquam. Nam partes vndique circa medium æqueponderare non possent; sed grauitatis centrum ad grauiorem partem, nimirum plumbeam declinabit. & hoc modo duo tantùm centra inter se conuenient. vt etiam (modo tamen diuerso) accidit ellipsi; cuius centrum est centrum figurę; siquidem per ipsum transeunt diametri; idemquè punctū est ipsius centrum grauitatis. quod cùm non sit propriè medium figuræ, non erit quoque centrum magnitudinis. mediū enim figuræ propriè circulo, ac sphæræ tantùm competit. Quare duo centra hoc quoque modo simul tantùm conueniunt. In figura paraboles rećta linea terminatę centrum grauitatis intra figuram reperitur, quippè quod neque centrum figuræ, neque centrum magnitudinis esse potest. etenim in hac figura non potest dari medium, vnde neque centrum magnitudinis dabitur, & quoniam in parabole diametri sunt inter se ęquidistantes, vt ex primo libro conicorum Apollonij pergei constat; neque etiam centrum figuræ dabitur. sic igitur centra nullo modo conuenient.

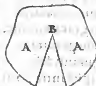
16 Federici cōm. de centro grauitatis solidorum.

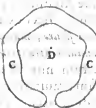
4. Fed. comman. de centro grauitatis solidorum.

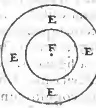
in secundo libro huius

Nouisse quoque oportet centrum grauitatis communius esse, in pluribusquè reperiri, quàm centra magnitudinis, & figuræ: centrum verò figuræ communius esse centro magnitudinis. Nā quodlibet corpus, & quęlibet figura necesse est, vt habeat cētrū grauitatis intrinsecùs, vel extrinsecùs. Intrinsecùs vt cētrū grauitatis alicuius corporis regularis, quod est in medio figuræ, vel alicuius figuræ vt A; cuius centrum grauitatis sit in ambitu figuræ, vt in puncto B; extrinsecùs verò vt figura C, cuius centrum grauitatis extrinsecus sit, vt in D; quod est intelligendum, si graue C in centrum mundi tenderet,

tunc centrum D cum centro mundi cõueniret; figuraquè C quiesceret circa centrum vniuersi, veluti se habet circa cẽtrum D. partes enim figuræ talem possunt habere situm, vt inter se ęqueponderare possint. vt ex subiectis figuris perspicuum est. & adhuc clariùs, si intelligatur figura, vt E circulo tum exteriori, tum interiori terminata, cuius centrum grauitatis extra figuram erit in F. quod quidem cum circulorum centro conueniet. circa quod (existente centro F in centro mundi) partes vndique ęqueponderabunt; cùm omnes ęqualiter à centro grauitatis distẽt. præterea in hac figura E centrum grauitatis (quamuis sit extra figuram) cum centro figuræ, cẽtroquè magnitudinis ipsius figuræ conuenire, fortasse non erit inconueniens asserere. At verò figuræ AC nullo pacto figuræ, magnitudinisquè centrũ habebunt. & quamuis dictum sit centrũ grauitatis corporum regularium esse medium ipsorum, non tamen propterea dicendum est, idem esse centrum magnitudinis, atque figuræ, nisi impropriè; mediũ enim his impropriè attribuitur, sicuti etiam centrum figuræ; cùm lineæ ex ipso prodeuntes non sint ipsorum corporum (quatenus regularia sunt) semidiametri. quare centrum grauitatis reperiri potest à bsque alijs centris; at non è conuerso. Rursus commune magis est cẽtrum figuræ centro magnitudinis; quia præter circulum, & sphæram, quæ tam figuræ, quã magnitudinis centrum habent, nonnullæ figuræ suum habent figuræ centrum in ipsis, & extra ipsas; in ipsis, vt ellipsis, cuius centrum intùs habetur; semicirculus etiam, dimidiaquè sphæra centrum habent in limbo. extra figuram verò veluti hyperbolæ centrum, quod extra figuram existit; vbi nempè diametri concurrunt. Quæ quidem omnia sunt figuræ centra; magnitudinis verò minimè. verùm obijciet hoc loco for-







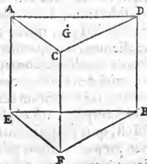
tasse quispiam, vel ambas, inquiens, centri grauitatis definitiones allatas, diminutas esse; vel ijs, quæ modò à nobis de cẽtro grauitatis dicta sunt, repugnare; cùm ostenderimus centrum grauitatis aliquando esse, vel in ambitu figuræ, vel extra figuram; definitiones verò allatę semper supponunt illud esse in ipsis intra positũ. Cõfirmaturque difficultas, quandoquidem, neque huiusmodi centrum extra figuram constitutum, fuisse Archimedi prorsus ignotum, existimare debemus; vt colligere licet ex nono postulato huius libri; cùm inquit. *Omnis figuræ, cuius perimeter sit ad eandem partem concauus, centrum grauitatis intra ipsam esse oportet.* quasi non repugnet figurę perimetrum non ad eandem partem concauum habenti, extra ipsam grauitatis centrum obtinere. Cui obiectioni in hunc modum occurri poterit, si dixerimus, quòd quamuis exempli gratia in figura C dictum sit centrum grauitatis D extra figuram existere, id ipsum etiam intra figuram esse affirmari poterit. siquidem ambitus figurę C centrum D intra se cõtinet; ita vt respectu totius sit intra. idemquè dicendum est de altera figura A. hoc autem euidentissimum est in figura E. & hic est sensus definitionum centri grauitatis. His itaque primùm cognitis considerandà est intentio Archimedis in his libris, quę quidem vt plurimum à librorum inscriptionibus elucescere solet.

DE SCOPO HORVM LIBRORVM

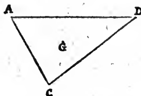
Si Archimedis propositum in his libris ex ipsa operis inscriptione, vt in alijs quoque aliorum authorum voluminibus fieri vt plurimùm solet, inuestigandum erit, partim sane conspicuum illud esse videbitur, partim verò ignotum adeò, vt potiùs nullius ferme rei se habiturum esse sermonem profiteatur Archimedes. quid enim (obsecro) verbis illis significari potuit, quę primi libri initio ita se habet. Ἀρχιμήδους ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν, ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων. hoc est. *Archimedis planorum æqueponderantium, vel centra grauitatum planorum.* quandoquidem videtur Archimedes rem prorsus inutile, quinnimò naturę repugnantem sibi contemplandam proponere. dùm enim polli-

cetur

cetur se esse pertractaturum de planis æquæponderantibus, siue de centris grauitatum planorum; cùm ea, quæ æqueponderare debent, ponderare quoque oporteat; si plana æqueponderare debẽt, grauitate quadam illa prædita esse necesse est. quod valdè à planorum natura abhorret, cùm grauitas, non nisi corporibus, neque tamen omnibus competat. ipse tamen, dum plana æqueponderantia, vel centra grauitatum planorum se explicaturum pollicetur, apertè supponit plana, ac superficies graues existere, rem sanè immaginariam prorsus, ipsiusquè rei naturæ nullatenus respondentem. ita vt Archimedes circa ea, quæ omnino rei naturæ aduersantur, negotium sumpsisse videatur. Verùm enimuerò si Authoris mẽtem acuratiùs intueamur, rem planè egregiam, naturæquè rei apprimè consentaneam ipsum pertractandam sumpsisse depræhendemus. Nam quamuis plana, quatenus plana sunt, nullam habeant grauitatem, non est tamen à rei natura, neque à ratione alienum, quin possimus planorum, superficierumquè centra grauitatis depræhendere, ex quibus si suspendantur, planorum partes vndiquè æqualium momentorum consistentes maneant. quãdoquidem centrum grauitatis talis est naturæ, vt si mente cõcipiamus, rem aliquam in eius centro grauitatis appensam esse, eo prorsus modo, quo reperitur, quiescat, & maneat. vt antea declarauimus: & quamuis re ipsa, actùque plana seorsũ à corporibus reperiri nequeant; in ipsis tamen hæc ipsorum circa centra grauitatis æqueponderatio ad actum facilè redigi poterit. Vt sit solidum AB prisma, cui⁹ latera AE CF DB sint horizonti erecta, superiorquè basis ACD, quemadmodum & inferior EFB sit horizonti æquidistans; sit autem plani ACD centrum grauitatis G, ex quo G si suspendatur totum AB; patet planum ACD horizonti æquidistans permanere. ac propterea circa cẽtrum grauitatis G æqueponderare. quod quidem, quamuis egeat demonstratione,



In fine primi libri, in præsentia omittatur; infraquè suo loco ostendendum. sat autem nobis nunc sit ostendisse, hæc ad praxim reduci, manibusquè (vt dicitur.) contrectari posse. Quòd si hæc ita se habent, huiusmodi consideratio non erit vana, neque vt inutilis reijcienda. Sed vlteriùs adhuc progrediamur, dicamusquè, quoniam planum ACD, quatenus est corpori coniunctum, horizonti æquidistans permanere debet; si seorsum à corpore illud intelligamus, vt si ADC ex eius centro grauitatis G suspendatur, tunc quocunque modo reperiatur, hoc est siue horizonti æquidistans, siuè minùs, idipsum permansurum nihilominus intelligere possumus, partesquè vndique æqualium momentorum consistentes. Neque enim Aristoteles grauibus duntaxat, sed etiam leuibus momenta tribuit. idipsumquè (vt Eutocius in horum librorum comentarijs refert) Ptolæmeo quoque placuit, vt habetur in libro (à nobis tamen desiderato) quem de momentis scripsit. Prçterea alijquoque Philosophi id ipsum sensisse videntur, quod est quidem rationi consentaneum, superuolant enim, quæ leuia sunt. & si mente concipiatur eadē figura leuis cuiuspiam esse, tunc si detineatur in G, partes vndique çqualium momentorū consistent, esseque G (vt ita dicam) centrum leuitatis. Quoniam autem circa centrum grauitatis çqueponderationem consideramus, idcirco plana, tanquam nobis apparentia grauitatem habere, mente concipimus. Non est igitur à ratione alienum, æqueponderantiam in planis, vt grauibus consideratis intelligere, concipereque. Nec quicquam nobis officit, quòd definitiones centri grauitatis priùs allatæ non planorum, sed corporum centra explicarunt, ita vt grauitatis cētrū ad corpora, nō ad plana sit referendū. Hoc enim ideo factū est, quia propriè centrū grauitatis respicit corpora; non tamen propterea impropriè respicit plana, sed quia primò respicit corpora, in quib⁹ actu inesse deprehēditur. propterea eędē met definitiones planis quoque in hūc modū aptari poterūt,



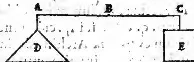
DEFINITIO CENTRI GRAVITATIS PLANORVM.

Centrum grauitatis vniuscuiusque plani est punctum quoddam intra positum, à quo si planum appensum mente concipiatur, dum fertur, quiescit, & seruat eam, quam in principio habebat positionem, neque in ipsa latione circumuertitur.

EIVSDEM ALIA DEFINITIO.

Centrum grauitatis vniuscuiusque plani est punctum illud intra positum, circa quod vndique partes æqualium momentorum consistunt. si enim per tale centrum recta ducatur linea figuram quomodocunque secans, semper in partes æqueponderantes ipsam diuidet.

Vt itaque in planis quoque centrum grauitatis consideratur, ita etiam plana grauitate prædita considerare, non erit absurdum. si enim impossibile esset considerare plana grauitate prædita, centrum quoque grauitatis in ipsis nullo modo concipi posset; atque perspicuum est, centrum grauitatis in ipsis admitti, ac designari posse, igitur & plana grauitate insignita. Et si mathematicus considerat corpora seclusa interim ipsorum grauitate, & leuitate: & Astronomus corpora considerans cælestia, quæ neque grauia, neque leuia sunt, non propterea cōsiderat ea ex propria ipsorū natura, neque grauia, neque leuia esse; etenim quamuis grauia, vel leuia essent, nihilo minus neque grauia, neque leuia esse ea consideraret. quòd si Mathematicus hoc pacto huiusmodi corpora intelligere potest; quid prohibet rursum eadē, quāuis vt talia, neque grauia, neque leuia sint; vel grauia, vel leuia esse concipere? quemadmodum hoc quoque exē-plo res magis elucescet: veluti si intelligamus ex AC appensa esse plana DE, quæ sint æqualia; suspendaturquè AC in medio prorsus in B; cur mente intelligere non possumus, quantitatē, spaciūque D æquepōderare spacio E; cùm sint æqualia? quod si planorum alterum, putà D, maius esset ipso E; tunc



ſtatim non ſolùm ęqueponderare non poſſe,verùm etiam planum D deorſum tendere concipiemus. & hoc nulla alia de cauſa, quàm quòd cùm D maius ſit, quàm E, ſtatim ipſū D, quàm E grauius quoquè eſſe concipimus. Conſiderare igitur plana cum grauitate non eſt omninò à ratione alienū. Quare vtrumque titulum ; nempe planorum æqueponderantium,vel centra grauitatis planorū , admittendum duximus. Verùm quoniam Archimedes ſecundum librum ſimplici vocabulo,nimirum (quaſi ſimul omnia complectens) *æqueponderantium* inſcripſit; idcirco tamprimum, quàm ſecundum librum (æqueponderantium) inſcribendum exiſtimamus. eoquè libentiùs; quoniam ipſemet Eutocius horum quoque librorum explanator hoſce libros hoc tantùm nomine æqueponderantium nuncupauit: alijquè omnes,qui hos Archimedis libros nominant; hoc titulo de æqueponderantibus nuncupant. Præterea titulus hic magis operi congruere mihi videtur; quoniam nonnulla Archimedes in principio pertractat, quæ tam ſolidis,quàm planis communia exiſtunt; quamuis cætera ad plana ſint tantū referēda. in quibus omnibus de re admodū vtili,& ad quāplurima cōducēti pertractat.quādoquidē ex ijs,quæ ab Archimede his libris docemur,in multarū rerū cognitionē peruenire poſſumus. quod facilè conſtat inprimis ipſiuſmet Archimedis exēplo. ſiquidē hac methodo ipſe in libro de quadratura paraboles cōparādo plana in libra cōſtituta, ipſius paraboles quadraturā miro artificio adinuenit. Deinceps ex cognitione cētrorū grauitatis planorum , nos in cognitionem centrorum grauitatum ſolidorum deducimur. Denique adeo proficua eſt hæc doctrina, quam nobis in his libris Archimedes præſtat; vt affirmare non verear, nullum eſſe Theorema, nullumquè problema ad rem mechanicam pertinens, quod in ſui ſpeculatione peculiare nō aſſumat fundamētum ex ijs,quæ Archimedes in his libris ediſſerit. quemadmodum (cæteris interim omiſſis) patet ex vulgata illa propoſitione enunciante, ita ſe habere pondus ad pondus, vt diſtantia ad diſtantiam permutatim ſe habet, ex quibus ſuſpenduntur. quæ præclariſſimè ab ipſo in primo libro demonſtratur. Et quamuis Iordanus Nemorarius (quem ſecutus eſt

Nicolaus Tartalea, & alij) in libello de ponderibus hanc eãdem propositionem quoque demonstrare conatus sit; & ad eã ostendendam pluribus medijs fuerit vsus; nulli tamen probationi demonstrationis nomen conuenire potest. cùm vix ex probabilibus, & ijs, quæ nullo modo necessitatem afferũt, & fortasse neque ex probabilibus suas componat rationes. Cùm in mathematicis demonstrationes requirantur exquisitissimæ; ac propterea neque inter Mechanicos videtur mihi Iordanus ille esse recensendus. Quapropter ad Archimedem confugiendum est, si fundamenta mechanica, veraque huius scientiæ principia perdiscere cupimus: qui (meo iudicio) ad hoc potissimum respexit; vt elementa mechanica traderet. vt etiam Pappus in octauo Mathematicarum collectionum libro sentit; quod quidem ex diuisione, ac progressu horum librorum facilè dignoscetur.

DE DIVISIONE HORVM LIBRORVM.

Diuiditur enim in primis hic tractatus in duos libros diuisus, in postulata, & theoremata: theoremata verò subdiuiduntur in duas sectiones, quarum prima continet priora octo theoremata; ad alteram verò reliqua theoremata spectãt. quæ quidem adhuc in alias duas partes diuidi potest; nempè in theoremata primo libro examinata, & in ea, quæ secundus liber contemplatur. Hanc autem horum librorum constituimus diuisionem, quoniam imprimis Archimedes, (omissis postulatis, quæ primum locum obtinere debent) quędam tractauit communia in prioribus octo theorematibus, quorum scopus est inuenire fundamentum illud præcipuũ mechanicum, quòd scilicet ita se habet grauitas ad grauitatem, vt distantia ad distantiam permutatim. ad quod demõstrandum quinque præmittit theoremata, quæ paulatim deducunt nos in cognitionem demonstrationis præfati fundamenti. quo loco illud summopere notandum est; nimirum fundamentum illud, nec non octo priora theoremata communia esse tam planis, quàm solidis; atque promiscuè de vtrisque Archimedẽ demonstrare. quòd si quis aliter

ſenſerit, demonſtrationeſquè tantùm de planis cõcludere exiſtimauerit, vel de ſolidis, non autem qui buſcũque, ſed vel de rectilineis, vel de homogeneis tantùm, & de ijs, quæ interſe ſunt eiuſdem ſpeciei, longè aberrat à ſcopo, & mente Archimedis. etenim in his ſemper loquitur. vel de grauibus ſimpliciter, veluti in primis tribus theorematibus; vel de magnitudinibus, vt in reliquis quinque. quod quidem nomen tam planis, quàm ſolidis quibuſcunque eſt cõmune, vt etiam ij, qui parùm in Mathematicis verſati ſunt, ſatis norunt. ſicuti etiam Euclides, dum quinti libri propoſitiones pertractauit, quantitatem continuam ſub nomine magnitudinis cõprehendit. quòd autẽ nomen grauiùs ſit cõmune, iam ſatis per ſe conſtat. Perſpicuum eſt igitur priora hæc octo Theoremata communia eſſe, tam planis, quàm ſolidis. ac non ſolùm ſolidis eiuſdem ſpeciei, & homogeneis, verùm etiam ſolidis diuerſæ ſpeciei, & heterogeneis, vt ſuo loco manifeſtum fiet. Iactoquè hoc fundamento, quod Archimedes in duob⁹ propoſitionibus, ſexta nempè, & ſeptima demonſtrauit; in octaua tanquam corrollarium colligit. Deinceps peculiariter pertractat de centro grauitatis planorum, nec amplius plana nominat magnitudinis nomine, ſed proprijs cuiuſcunque nominibus; vt parallelogrammi, trianguli, & aliorum huiuſmodi. & in hac parte deſcendit ad particularia. quippè cùm & ſi non actu fortaſſe, virtute tamen cuiuſlibet particularis plani centrum grauitatis nos doceat. in primo enim libro ſat ſibi viſum eſt oſtendiſſe centra grauitatum triangulorũ, ac parallelogrammorum. ex quibus cæterarum figurarum, veluti pentagoni, hexagoni, & aliorum ſimilium centra grauitatis inueſtigare non admodum erit difficile. ſiquidem huiuſmodi plana in triangula diuiduntur. vt in fine primi libri attingemus. In ſecundo autem libro altiùs ſe extollit, & more ſuo circa ſubtiliſſima theoremata verſatur; nempè circa centrum grauitatis conicę ſectionis, quæ parabole nuncupatur, nonnullaquè præmittit theoremata, quæ ſunt tanquam præuię diſpoſitiones ad inueſtigandam demonſtrationem centri grauitatis in parabole. Itaque perſpicuum eſt, Archimedem propriè elementa mechanica tradere, quando-

quidem duo pertractat, quæ sunt tanquam elementa huius scientiæ. fundamentum nempè illud præstantissimum iam toties præfatum, deinde centra grauitatis planorum ostendit. & quamuis hi duo Archimedis libelli pauca continere videantur, non tamen pauca docuisse Archimedem existimandum est. multa enim sunt mole exigua, quæ tamen virtute maxima habentur. quod planè Archimedis scriptis accidit; hisquè præsertim, ex quibus patet aditus ad multa, ac penè infinita theoremata, problemataquè mechanica. nihil enim in hoc genere demonstrari potest, quod his non indigeat scriptis. & quod admirabilius est, nos non solùm pro fundamento suscipere posse ad aliquod demonstrandum theoremata in his libris demonstrata, verùm etiam ab his demonstrationibus perdiscerere ipsum modum argumentandi, & demonstrandi, vt suis locis ostendemus. ita vt verè concludendum sit, neminem prorsus inter mechanicos connumerandum fore, qui hæc Archimedis scripta ignorat. ignoratis enim principijs nulla est scientia, vt apud omnes sapientes perspicuum est. Ipsum igitur Archimedem audiamus, eiusque scripta diligentissimè perpendamus.

quaedam duo producta, quae [illegible] ne tanquam elementa [illegible]
sit [illegible] fund [illegible] [illegible] partim [illegible]
reus quo [illegible], [illegible] inde con[illegible] [illegible]
[illegible] Archimede [illegible] pars [illegible]
tur, non tamen [illegible] Archimedem [illegible]
est mania enim [illegible] exig[illegible] [illegible]
habent, quod [illegible] ne Archimedis scriptis [illegible]
lectorem, ex quibus [illegible] repertis [illegible]
rematas, problemata [illegible] mechanica. nihil enim in hoc ope-
re demonstrari possit, quod his non indigeat scriptis.
quod [illegible] est, nos non solum pro [illegible]
[illegible] quod demonstrandum [illegible]
libros demonstrar[illegible], ve[illegible] etiam ab his demonstrationib-
[illegible] modum argumentandi, & demonstrand-
[illegible] ita vt [illegible] concludendum sit, nem-
inem [illegible] mathematicos connumerandum fore, qui
haec Archimedis [illegible] ignorat. ignorantis enim principi-
[illegible] apud omnes sapientes perspicuum est.
[illegible] igitur Archim[illegible] scripta dilige-
ntissimè [illegible]

GVIDI VBALDI E MARCHIONIBVS MONTIS.

IN PRIMVM ARCHIMEDIS AEQVEPONDERANTIVM LIBRVM PARAPHRASIS SCHOLIIS ILLVSTRATA.

Archimedis tamen huius primi libri titulus sic se habet.

ARCHIMEDIS PLANORVM AEQVEPONDERANTIVM. VEL CENTRA GRAVITATVM PLANORVM.



ARCHIMEDIS POSTVLATA.

I.

Grauia æqualia ex æqualibus distantijs æqueponderare.

SCHOLIVM.



DVOBVS modis grauia in distantijs collocata intelligi possunt. quod & in cæteris postulatis, & in propositionibus intelligendum est. etenim vel grauia sūt appensa, vt in prima figura æqualia grauia AB sunt in CD appensa; ita vt distantia EC sit distātiæ ED æqualis. intelligaturquè CD tanquam libra, quæ suspendatur in E. vel vt in secunda figura grauia AB habent ipsorum centra grauitatis, quæ sint CD, in ipsa DC linea, in pun-

ctis nepè CD constituta, libraquè similiter ex puncto E suspendatur; sitquè distātia EC distantiæ ED æqualis. erūt vtique in vtraque figura pondera AB in distantijs æqualibus constituta, ac propterea æqueponderabunt, atque manebunt. nulla enim ratio afferri potest, cur ex parte A, vel ex parte B deorsum, vel sursum fieri debeat motus; cùm omnia sint paria. ea verò æqueponderare debere, aliqua ratione manifestari potest ex eo, quod ostensum est à nobis in nostro mechanicorum libro, tractatu de libra: quod quidem ab Aristotele quoque in principio quæstionum mechanicarum elici potest: idem scilicet pondus longius a centro grauius esse eodem pondere ipsi centro propinquiori; Vnde si duo essent pondera æqualia, alterum altero propinquius centro, quod remotius est, grauius altero appareret. si igitur grauia æqualia à centro æqualiter distabunt, æque grauia erunt. ac propterea æqueponderabunt. quod quidem supponit Archimedes. Punctum autem illud, quod Archimedes accipit, vnde sumuntur distantiæ, ex quibus grauia suspenduntur, veluti punctum E, Aristoteles centrum appellat. & hæc quidem æqueponderatio tam ponderibus in libra appensis, quàm in ipsa (vt dictum est) constitutis competit: dummodo ea, quibus appenduntur pondera, liberè semper in centrum mundi tendere possint. vtroque enim modo in punctis CD grauitant, vt diximus etiam in eodem tractatu de libra. Nouisse tamen oportet Archimedem in his libris potiùs intellexisse pondera esse in distantijs collocata, vt in secunda figura, quàm appensa; vt ex quarta, & quinta

primi libri propositione patet. demonstrationes enim clariores redduntur.

Porrò non ignorandum hoc Archimedis postulatum verificari de ponderibus quocunque situ dispositis, siue CED fuerit horizonti æquidistás, siuè minùs; vt in hac prima figura, eodem modo semper verum esse pondera æqualia CD ex æqualibus distantijs EC ED æqueponderare, vt infra (post scilicet quartá huius propositionem) perspicuum erit. Quare cùm Archimedes tá in hoc postulato, quá in sequentibus, supponit pondera in distantijs esse collocata, intelligendum est distátias ex vtraque parte in eadem recta linea existere. Nam si (vt in secunda figura) distátia AB fuerit æqualis distantiæ BC, quæ non indirectum iaceant, sed angulum constituant; tunc pondera AB, quamuis sint æqualia, non æqueponderabũt. nisi quando (vt in tertia figura) iuncta AC, bifariamquè diuisa in D, ductaquè BD, fuerit hæc horizonti perpendicularis, vt in eodem tractatu nostro exposuimus. Distantias igitur in eadem recta linea semper existere intelligendum est. vt ex demonstrationibus Archimedis perspicuum est.

Aequalia verò grauia ex inæqualibus diſtátijs non æquęponderare, ſed præponderare ad graue ex maiori diſtantia.

SCHOLIVM.



Si enim diſtátia EC maior fuerit diſtantia ED, grauibus AB ſimiliter æqualibus exiſtétibus, & in CD poſitis, tunc concedendum videtur graue A præponderare ipſi B, quandoquidem EC longior eſt, quàm ED. ſupponit autem Archimedes hoc poſtulatum reſpiciens fortaſſe ad ea, quæ Ariſtoteles in principio quæſtionum mechanicarum oſtendit, vbi colligit Ariſtoteles idem pondus celeriùs ferri, quò magis à centro diſtat, vel quod idem eſt, duo pondera æqualia inæqualiter à centro diſtantia, quod magis diſtat, celeriùs ferri. quod autem æqualium pondetum celeriùs fertur, grauius exiſtit; erit igitur A grauius, quàm B. quia EC longior eſt, quàm ED. Nos quoque (vt diximus) in libro noſtrorum Mechanicorum tractatu de libra, alijs quoque rationibus oſtendimus, quo pondus eſt in longiori diſtantia grauius eſſe. ex quibus ſequitur propter longiorem diſtantiam EC pondus A præponderare ponderi B. ac propterea deorſum ferri.

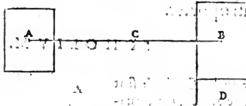
III.

Grauibus ex aliquibus diſtantijs æqueponderátibus, ſi alteri grauium aliquid adijciatur, non æqueponderare; ſed ad graue, cui adiectum fuit, deorſum ferri:

SCHO-

SCHOLIVM.

Grauia enim AB siuè æqualia, siue inæqualia æqueponderent ex distantijs AC CB, alteri verò grauium, puta B, adijciatur pondus D. perspicuum est pondera BD simul magis ponderare, quàm A. si enim B æqueponderat ipsi A; erit pondus B in hoc situ æquegraue, vt A: pondera igitur BD in hoc situ nō erunt æquegrauia, vt pondus A. sed grauiora existent, quàm A. quare BD deorsum tendent.



IIII.

Similiter autem, si ab altero grauium auferatur aliquid, non æqueponderare; verùm ad graue, à quo nil ablatum est, deorsum tendere.

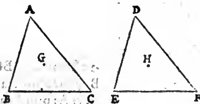
SCHOLIVM.

Aequeponderent grauia BD simul, & A secundùm distantias CB CA; vt in eadem figura, & ab altero eorum, putà BD, auferatur D, remanebunt grauia BA; eritquè A grauius ipso B. Nam si BD simul æqueponderant ipsi A, B tantùm eidem A non æqueponderabit, sed leuius erit. vnde sequitur ex parte A motum fieri deorsum. *eadem figura.*

V

Aequalibus, similibusquè figuris planis interse coaptatis, centra quoque grauitatum inter se coaptati oportet.

SCHOLIVM.

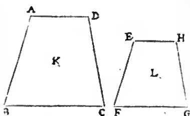


Aequales, similesq; sint figuræ ABC DEF, quarum centra grauitatis sint GH; si ABC superponatur ipsi DEF, & hoc secũdùm laterum æqualitatẽ, hoc est si latus AB fuerit æquale lateri DE, tunc ponatur AB super DE; similiter AC super DF, & BC super EF; tunc manifestum est centrum grauitatis G super centro grauitatis H ad unguem conuenire; ita vt sint vnum tantũ punctum. Plana enim quæ se inuicem contingunt, non efficiunt, nisi vnum tantùm planum. Solius autem figuræ ex planis ABC DEF inuicem coaptatis, vnum tantùm erit centrum grauitatis, vt nos in nostro mechanicorum libro supposuimus; centra igitur grauitatis interſeſe conuenire necesse est. si enim centra grauitatis inter se non conuenirent, vna tantùm figura duo posset centra grauitatis habere. quod esset omnino incõueniens. Dixit autem Archimedes oportere has figuras esse similes, & æquales, nam figuræ æquales, sed non similes, item similes, & nõ æquales esse possunt. quare, vt interſeſe coaptari possint, & similes, & æquales esse necesse est.

VI

Inæqualium autem, sed similium centra grauitatum esse similiter posita.

SCHOLIVM.



Inæquales ſint figuræ, ſimiles verò ABCD EFGH, quarum cētra grauitatis ſint KL. ſupponit Archimedes hęc grauitatis centra KL eſſe in figuris ABCD EFGH ſimiliter poſita. cùm enim ſimilium figurarum, & latera, & ſpacia ſint ſimilia, neceſſe eſt in ipſis ſimili quoque modo centra grauitatis eſſe poſita. vt in ſequenti clariùs apparebit. quomodo autem Archimedes intelligat hanc poſitionis ſimilitudinem, hoc modo definit.

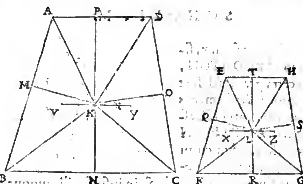
VII.

Dicimus quidem puncta in ſimilibus figuris eſſe ſimiliter poſita, à quibus ad æquales angulos ductæ rectæ lineæ cum homologis lateribus angulos æquales efficiunt.

SCHOLIVM.

In ſimilibus figuris ABCD EFGH ſint homologa latera AB EF, BCFG, CD GH, AD EH. anguli verò æquales, qui ad AE, BF, CG, DH, primum quidem oſtendendum eſt fieri poſſe, ut à duobus punctis intra figuras conſtitutis, duci poſſint rectę lineę ad angulos æquales, quę cum lateribus angulos ęquales efficiant. Quaſi dicat Archimedes, quoniam ſupponere poſſumus puncta in ſimilibus figuris eſſe ſimiliter poſita, ideo ſupponere quoque poſſumus centra grauitatis in ipſis eſſe ſimiliter poſita. Itaque ſint figuræ ABCD EFGH ſimiles, vt dictum eſt, ſumaturquè in ABCD vtcumque punctum K à quo ducatur KA KB KC KD. deinde fiat an-

gulus



gulus FEL angulo BAK æqualis; & EFL ipsi ABK. Iunganturquè GL LH. Dico L esse similiter positum, vt K. Quoniam enim anguli BAK ABK sunt angulis FEL EFL æquales, erit reliquus BKA ipsi FLE æqualis. eritquè ob si-
4 *sexti.* militudinem triangulorum KA ad AB, vt LE ad EF. est verò AB ad AD, vt EF ad EH propter similitudinem fi-
22 *quinti.* gurarum. erit igitur ex æquali AK ad AD, vt LE ad EH. & quoniam angulus BAD angulo FEH est æqualis, & BAK ipsi FEL æqualis; erit & reliquus angulus KAD angulo
6 *sexti.* LEH æqualis. Quare triangulum KAD triangulo LEH simile existit. eodemquè modo ostendetur BKC simile esse FLG, & KCD ipsi LGH. ex quibus constat angulos KBC LFG, KCB LGF, & huiusmodi reliquos reliquis æquales esse. & ob id puncta KL in figuris ABCD EFGH esse similiter posita.

Itaque demonstrato dari posse puncta in figuris similiter posita, potuit sanè Archimedes antecedens postulatum supponere, nempè inæqualium, sed similium figurarum centra grauitatis esse similiter posita. quod quidem postulatum est rationi valde consentaneum. ex dictis enim (suppositis KL centris grauitatum) triangulum ABK triangulo EFL simi-
4 *sexti* le existit; veluti BKC ipsi FLG. & reliqua reliquis. Quare vt
16 *quinti* AK ad KB, sic EL ad LF, ac permutando vt AK ad EL, ita BK ad FL. similiter ostendetur ita esse BK ad FL, vt KC ad LG, & KD ad LH. quare centra grauitatis KL

pro-

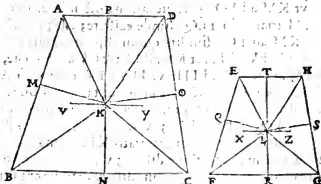
proportionaliter ab angulis distant.

Ducatur prętereà à punctis KL ad latera perpendiculares KM KN KO KP, LQ LR LS LT. & quoniam anguli KMA LQE sunt recti, ac propterea æquales, & KAM LEQ sunt æquales, ut ostensum est; erit reliquus MKA reliquo QLE equalis, triangulumque AKM triangulo ELQ simile. vt igitur AK ad KM; sic EL ad LQ. & permutando AK ad EL, vt KM ad LQ. parique ratione ostendetur triangulum BKM triangulo FLQ simile existere; esseque BK ad FL, vt KM ad LQ. similiterque in alijs triangulis ostendetur, ita esse Bk ad FL, vt KN ad LR; & Ck ad GL esse, vt kO ad LS; atque kD ad LH, vt kP ad LT. quia verò AK EL, Bk FL, Ck GL, Dk HL in eadem sunt proportione, vt proximè demonstratum fuit; in eadem quoque proportione erit kM ad LQ, & KN ad LR; & KO ad LS, atque kP ad LT. ex quibus sequitur centra grauitatis KL, non solùm ab angulis in eadem proportione distare; verùm etiam à lateribus in eadem quoque proportione distare. Itaque cognito, quomodo intelligat Archimedes centra grauitatis in similibus figuris esse similiter posita; nunc considerandum est precedens postulatum, quatenus nimirum oporteat grauitatis cętra in similibus figuris similiter esse constituta. Nam intimiùs considerando hanc similem horum grauitatis centrorū positionem, congruum, & necessarium videtur, similes figuras secundùm eandem proportionem esse æqueponderãtes; eademque ratione (ob earum similitudinem) circa grauitatis centra æqueponderare. veluti si figuræ AC EG (quarum centra grauitatis sint KL) à rectis lineis PN TR vtcumque diuidantur, quæ per centra KL transeant, dummodo in figuris sint similiter ductæ; hoc est, vel latera, vel angulos in eadē proportione dispescant: vt sit AP ad PD, vt ET ad TH. æqueponderabunt vtique partes PABN PNCD, veluti partes TEFR TRGH. & hæc non est simplex æqueponderatio; verùm etiam (vt ita dicam) similis, & æqualis æqueponderatio. cùm sit secundùm eandem proportionem, quandoquidem est PB ipsi TF similis, cùm triangula AKB ELF, AKP ELT, BKN FLR, sint inter se similia, quæ quidem efficiunt, figuras

4 sexti
16 quinti

PB TF

PB TF interſe ſimiles eſſe. ob eademquè cauſam eſt PC ſimilis TG. quod quidem ex demonſtratis etiam facilè conſtat, cùm anguli ſint ęquales, & latera proportionalia. Vt autem clariùs intelligatur hæc ſimilis, & æqualis æqueponderatio, adducere libuit nonnulla ex ijs, quæ poſteriùs tractanda ſumentur. Itaque intelligatur punctum V centrum eſſe gra-



uitatis figuræ PB, X verò centrum grauitatis figure TF. ſimiliter punctum Y centrum eſſe grauitatis figuræ PC, Z verò figurę TG. Iunganturquè VY XZ. quæ quidem per centra grauitatis KL tranſibunt. quòd ex ijs, quę dicenda ſunt, manifeſtum erit, percipuèque ex octaua propoſitione primi huius. quod tamen interim ſupponatur. At verò quoniam PB PC ęqueponderant ſecundùm proportionem, quam habet YK ad KV; TF verò & TG ęqueponderant ſecundùm proportionem, quam habet ZL ad LX. eſt. n. ac ſi AN eſſet appenſa in V, & PC in Y; ER in X, & TG in Z. vt in ſequentibus manifeſta erunt. At verò quo-

20 *ſexti* niam AN ſimilis eſt ipſi ER, habebit AN ad ER duplā proportionem eius, quam habet latus PN ad TR. pariquè ratione quoniam PC ſimilis eſt TG, habebit PC ad TG duplam proportionem eius, quam habet idem latus PN ad

11 *quinti* TR. quare ita ſe habet AN ad ER, ut PC ad TG. & per-

16 *quinti* mutando AN ad PC, vt ER ad TG. Sed vt AN ad PC, ita eſt Y K ad KV, & vt ER ad TG, ſic ZL ad LX. eandem igitur

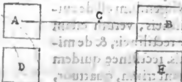
proportioné habebit YK ad KV, quam ZL ad LX. Quare AN PC, & ER TG secundùm eandem proportionem æqueponderabunt. quod quidem contingit ex similitudine figurarum, & ex centris grauitatum KL similiter positis, quę quidem magnitudines, si non essent similes, diuisę quidé per centrum grauitatis, partes vtique ęqueponderarent; non tamen semper secundùm eandem proportionem. quod tamen semper figuris similibus (cùm in ipsis grauitatis centra sint similiter posita) contingit; dummodo (vt dictum est) diuidantur. Vnde constat, quàm sit conueniens grauitatis centra in figuris hac ratione esse constituta. ex quibus omnibus perspicuum est, centra grauitatis debere in figuris similibus esse similiter posita. vt Archimedes in precedéti postulato pręmisit.

VIII.

Si magnitudines ex æqualibus distantijs æqueponderant, & ipsis æquales ex ijsdem distantijs æqueponderabunt.

SCHOLIVM.

Hoc est perspicuum, nã si magnitudines AB ex distantijs CA CB ęqueponderant: sit autem D ipsi A ęqualis, & E ipsi B. auferã turquè magnitudines AB à linea AB, ipsarumquè loco ponatur D in A, & E in B, magnitudines DE similiter ęqueponderabũt. quã ratione enim magnitudines AB interfese ęqueponderare dicuntur; eadem prorsus, & magnitudines DE ex ijsdem distantijs ęqueponderabunt. quandoquidem omnia data sunt paria. illud tamen non est pretereũdum, nimirum non oportere DE ipsis AB ęquales esse in magnitudine, sed in grauitate. potest enim

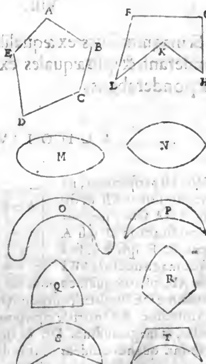


magnitudinum inęqualium minor maiore grauior existere, ob naturæ diuersitatem, ac propterea cùm inquit Archimedes *& ipsis æquales*, siue sint magnitudine æquales, vel inæquales, intelligendum est esse omnino æquales in grauitate. grauitas. n. causa est, vt magnitudines æqueponderare debeant.

VIIII.

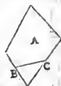
Omnis figuræ, cuius perimeter sit ad eandē partem concauus, centrum grauitatis intra figuram esse oportet.

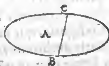
S C H O L I V M.

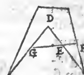


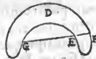
Quid intelligat Archimedes per has figuras ad eandem partem concauas, apertiùs significauit initio librorum de sphęra, & cylindro. vbi primùm vult has figuras esse terminatas; quod non solùm intelligendum est de curuilineis, verùm etiam de rectilineis, & de mixtis. rectilineę quidem erunt trium, quattuor, quinque & plurium laterum; quamuis latera non sint æqualia, neque anguli ęquales, vt

ABCDE, cuius omnes anguli sunt flexi ad interiorem figuræ partem. & hoc modo perimeter huius figuræ erit ad eandem partem concauus. vnde excluduntur figuræ, exempli gratia FGHKL; cùm angulus K non sit sinuosus, & concauus ad eandem partem, vt reliqui anguli; qui sunt sinuosi versus interiorem partem figuræ, K vero ad exteriorem. simili modo intelligendum est de curuilineis, vt circuli, ellipses, vel alterius generis figuræ, vt sunt MN, quæ suam habent concauitatem ad eandem partem: sed curuilineæ OP non sunt ad eandem partem concauæ. Mixtæ quoque figuræ, ut sunt portiones circuli, hyperbolæ, ac parabolæ rectislineis terminatæ, vel alterius generis figuræ, vt sunt QR. hæ quidem omnes sunt ad eandem partem concauæ. Mixtæ verò ST minimè. Regulam autem quandam vniuersalem ex verbis Archimedis loco citato elicere possumus, vt cognoscere valeamus, an figuræ sint ad eandem partem concauæ, vel minùs. vt scilicet in oblata figura vbicumque duo sumi possint puncta, quæ si recta linea connectantur, tota recta linea, vel ipsius pars aliqua extra figuram non cadat, vt in figuris A, quæ sunt ad eandē partem concauæ, vtcumque duo sumantur pūcta BC, quæ connectantur, tota utique recta linea inter puncta BC existens, extra figuram non cadet. Quòd





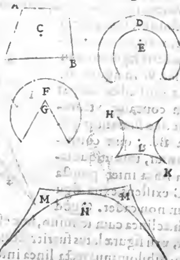




si hæc linea cum termino, hoc est cum latere figuræ conueniret, vt si figuræ latus fuerit rectum, in quo duo sumantur puncta, nihilominus recta linea inter hæc puncta extra figuram non cadet; quandoquidem figuræ terminus extra figuram minimè reperitur. atque hac ratione quomodocunque, & vbicūque in his figuris duo sumantur puncta, idem semper continget. Quod tamen figuris D semper euenire non potest: in quibus (cùm non sint ad eandem partem concauæ) duo sumere

possumus puncta EG, inter quę tota recta linea EG extra figuram cadet. vel sumere possumus puncta FG, ita vt rectę lineę FG pars EG extra figuram cadat. figurę igitur, quæ ad eandem partem sunt concauæ, illę sunt, quę sinuositatem, concauitatemquè suam habent semper interiorem ipsius figurę partem respicientem. Harumquè rectè supponit Archimedes centrum grauitatis semper esse intra ipsam figuram. ita vt neque centrum esse possit in ambitu ipsius figurę. etenim si extra figuram, siue in ambitu ipsius esse posset, numquam circa centrum grauitatis partes figurę vndiquè ęquepõderarent; neque facta ex grauitatis centro suspensione figura vbicumque, & in omni situ maneret. quod tamen ex ratione centri grauitatis efficere deberet. tota nimirum figura ex vna esset parte, & ex altera nihil esset, quod ipsi figurę ęqueponderare posset. Necesse est igitur centrum grauitatis cuiuslibet figurę ad eandem partem concauę esse in spacio à figurę ambitu contento. vt figurę AB centrum grauitatis erit intra ipsam, putà in C. quod quidem non euenit semper in alijs figuris, quę suum cõcauitatis ambitum interiorem figurę partem nõ respicientem habent. cùm varijs modis possit centrum grauitatis in figuris esse collocatũ. vt superius quoque diximus. Nam figurę D centrũ grauitatis erit extra ambitum figurę, vt in E. figura verò F ita se habere poterit, vt centrum grauitatis sit in perimetro, vt in G. euenit autẽ aliquando vt in figura HK centrũ grauitatis L intra ipsam figuram reperiatur, quamuis concauitates laterum interiorem partem minimè respiciãt. Sed hęc possunt esse, & non esse, vt in figura M, cuius centrum extra esse potest in N. quamuis (vt antea diximus) centrum grauitatis

per def. cẽt. grau.



tatis intra figuram ſemper exiſtere aliquo modo intelligi poteſt.

Refert Eutocius hoc loco, Geminum rectè dicere, dum aſſerit Archimedem dignitates petitiones apellare. æqualia enim grauia ex diſtantijs æqualibus æqueponderare, dignitas eſt; & quæ deinceps. Verù ſi hæc principia ab Archimede tradita rectè perpendamus, omnia dignitates eſſe minimè reperiemus. nam ſeptimum poſtulatum eſt definitio, non dignitas. veluti alia fortaſſe nonnulla non ſunt dignitates, vt ſecundum; quod aliquo modo probari poteſt, vt diximus. ſextum quoque potiùs eſt ſuppoſito, quàm dignitas. Quoniam autem vt clarè conſpicitur, Archimedes ſub vno tantùm titulo pauca hæc principia complecti voluit, quippè quod inſtitutum quàm plurimis mathematicis ſolemne fuit, qui principia vnico tantùm nomine nuncuparunt, modò vno, modò altero; nimirum, vel petitionis, vel dignitatis, vt refert Proclus ſecundo libro, & tertio ſuorum commentariorum in primum elementorum Euclidis; qui de Archimede peculiariter mentionem faciens, inquit illum in his libris principia vnico tantùm nomine (petitionis ſcilicet) nuncupaſſe. Hæc tamen potiùs petitionum, quàm definitionum, vel dignitatum nomine nuncupare voluit; nam ſi dignitates appellaſſet; ea principia, quæ non ſunt dignitates, inter dignitates malè collocaſſet. nulla quippè definitio dignitas dici debet; quandoquidem definitio terminos declarat, atque conſtituit. dignitas verò notos terminos copulat. Parique ratione ſi definitionis nomine hæc principia nuncupaſſet. dignitates malè ſub hoc nomine complexus fuiſſet, quæ nullo modo rem definiunt, ſed cùm ſint communes notiones, ſtatim cùm eas intellectus apprehendit, quieſcit. Quare omnia ſub petitionum nomine rectè collocauit, non eſt. n. abſurdum dignitates, definitioneſquè poſſe apellari petitiones. etenim petimus, quæ ſunt concedenda, atque dignitates ſunt concedendę, ergo eas petere quoque poſſumus. Definitionibus verò rectè quoque hoc nomen conuenire poteſt. Nam cùm definitio terminos conſtituat, atque declaret, cur non petere poſſumus, terminos ſic ſe habere, vel ſic eſſe rectè definitos? vt exempli gratia, petit Archimedes puncta in figuris ſimiliter

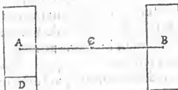
poſita,

posita, ita se habere, vt sunt ab ipso definita, vel rectè esse definita puncta, quæ sunt in figuris similibus posita. Quapropter hæc principia, quoniam pauca sunt, sub petitionum nomine Archimedes rectè collocauit, quòd si multa extitissent, ea fortasse distinxisset.

His suppositis. postquã Archimedes prĩcipia posuit, ad theoremata se conuertit, & inquit, *his suppositis*, quasi dicat, ea, quæ posuimus, sufficiunt ad ostendenda theoremata, veluti.

PROPOSITIO. I.

Grauia, quæ ex æqualibus distantijs æqueponderant, æqualia sunt.



Sint AD, & B grauia, quæ ex æqualibus distantijs CA CB æqueponderent. dico grauia AD, & B interse se æqualia esse. *si enim* (si fieri potest) *essent inæqualia*; vt si AD esset grauius, quàm B; sit D excessus, quo AD grauius est, quàm B. *ablato* itaque *excessu* D *à maiori* AD, *reliqua* grauia, quæ relinquuntur AB, erunt interse æqualia; quę ex ęqualibus distantijs CA CB æqueponderare deberent; tamen *non æqueponderabunt*. *cùm* enim positum sit AD B ęqueponderare, & *ab altero æqueponderantium* AD *aliquod sit ablatum* D; reliqua grauia AB ex ęqualibus distantijs CA CB non ęqueponderabunt. quod fieri non potest; siquidem AB inter se sunt ęqualia. *Grauia igitur quæ ex æqualibus distãtiis æqueponderant, æqualia sunt*. quod demonstrare oportebat.

4. postulatum huius

contra primum post. huius.

SCHOLIVM.

Cùm sit scopus Archimedis (vt diximus) in primis octo theorematibus, fundamentum tradere in hac scientia præci-

puum

puum; nempè magnitudinum grauitates interse ita se habere, vt distantiæ permutatim ex quibus suspenduntur se habẽt. primùm incipit ostendere, quomodo se habeant grauia in distantijs ęqualibus posita, primùmquè in hac prima propositione ostendit, si grauia ęqueponderant ex distantijs ęqualibus, ęqualia esse. in sequenti verò, si grauia sunt inęqualia, ex distantijs ęqualibus nullo modo æqueponderare ostendet; sed præponderare ad maius.

PROPOSITIO. II.

Inæqualia grauia ex æqualibus distantijs non æqueponderabunt, sed præponderabit ad maius.

Sint grauia inęqualia AB C in distantijs ęqualib⁹ DA DC. sitquè grauius AB, quàm C. dico grauia AB C non ęqueponderare, sed maius AB deorsũ ferri. sit B excessus, quo AB superat C. *ablato* itaque à maiori AB *excessu* B, reliqua grauia AC ęqualia ex distantijs DA DC *æqueponderabunt. cùm æqualia grauia ex distantiis æqualibus æqueponderent.* si itaque grauia AC ęqueponderant, *adiecto igitur* ipsi A *ablato* B, *præponderabit ad maius*, hoc est ab deorsum tendet. *quoniam æqueponderantium altero* nempè A *adiectum fuit* B. Grauius igitur præponderat leuiori, ambobus in distãtijs ęqualibus positis. quod demonstrare oportebat.





1 post huius.

3 post huius.

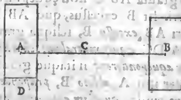
SCHOLIVM.

Hæc duo theoremata in gręco exemplari impresso sequuntur quidẽ postulata, & reliquis theorematibus sunt pręposita.

quia verò inter principia collocari non possunt; cùm suas habeant propositiones, suasquè seorsum habeant demonstrationes; ideo inter propositiones ipsa collocare nobis visum est; cùm præsertim nonnulla ex sequentibus theorematibus, potissimùm verò proximum eiusdem cum his duobus ordinis, & naturæ sint. Neque enim propterea peruertitur ordo; non enim hę propositiones in alium transferuntur locum, sed tantùm inter alias numeris adnotantur. existimandum enim est, Archimedem propositiones in serie propositionum collocasse. hanc verò exiguam mutationem accidisse ob longitudinē temporis; cuius proprium est, res potiùs destruere, quàm accomodare. Hoc autem nobis hanc præbebit commoditatem, vt, quando libuerit, has propositiones numeris nominare possimus. idipsumque numeri postulata distinguentes præstant, quamuis in Gręco codice postulata (Gręcorum more) numeris adnotata non sint.

PROPOSITIO. III.

Inæqualia grauia ex distantijs inæqualibus æ-
A queponderabunt, maius quidem ex minori.



B *Sint inæqualia grauia AD, B; sitquè maius AD, excessus verò, quo AD superat B, sit D. æqueponderentquè* AD B *ex distantijs AC CB. ostendendum est, minorem esse* distantiā *AC ipsa CB. Non sit quidem, si fieri potest*, AC minor, quàm CB; erit nimirum, vel ęqualis, vel maior. Quòd si AC fuerit ęqualis ipsi CB, *ablato enim excessu D, quo AD superat B. cùm ab æqueponderantium altero ab-*
4 post huius. *latum sit aliquid*, grauia AB non æqueponderabunt; sed *præponderabit ad B. non præponderabit autem; existente enim AC æqua-*
1 post huius. *li CB*, cùm ab inęqualibus grauibus AD B ablatus sit excessus D, *grauia*, quæ relinquuntur AB, erunt interse *æqualia*;

quæ

quæ *ex distantiis æqualibus* AC CB *æqueponderarent.* at non æqueponderant, quod est absurdum. distantia igitur AC ipsi CB æqualis esse non potest. *si verò AC maior fuerit CB*; ablato similiter excessu D, nihilominus æqualia grauia AB non æqueponderabunt, sed *inclinabitur ad A. æqualia enim grauia* AB *ex distantiis inæqualibus non æqueponderant, sed inclinatur ad maiorem distantiam* AC. ergo totum AD multò magis præponderabit, quàm B. quod fieri non potest. posita enim sunt æqueponderare. Quare AC maior esse non potest, quàm CB. sed ostensa est, neque ipsi CB æqualis esse: *ac propterea minor est AC, quàm CB. Manifestum est itaque grauia ex distantiis inæqualibus æqueponderantia, inæqualia esse; maiusquè in minori* distantia *existere.* quod oportebat demonstrare. 2 post huius.

SCHOLIVM.

In propositione verba illa, *maius quidem ex minori*, non habentur integra in codice græco, qui sic habet, καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος vbi desiderari videtur μεῖζον, vt integrè ita legatur, καὶ τὸ μεῖζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος. A

Sitquè maius A. Græcus codex, καὶ ἔστω τὸ α, vbi similiter supplendum est, καὶ ἔστω μεῖζον τὸ α Hæc verò ita sunt omnino restituenda, quia in vltima demonstrationis conclusione inquit Archimedes, *Manifestum est itaque grauia ex distantiis inæqualibus æqueponderantia inæqualia esse; maiusquè in minori existere.* B

Postquã Archimedes duab⁹ primis ꝓpositionib⁹ ostẽdit, quõ se hẽant grauia ex distãtijs ęqualib⁹; in hac tertia cõuertit se ad ostẽdẽdũ, quõ se hñt ex distãtijs inęqualib⁹. & qm̃ in secũdo postulato assũpsit, quõ se hñt grauia ęqualia in distãtijs inęqualibus cõstituta; nimirũ qđ est in lõgiori distãtia, prępõderat ei, qđ est in breuiori. nũc ostẽdit, quõ inęqualia grauia se hñt, ita vt ęquepõderẽt, in distãtijs inęqualibus posita. demõstratquè graue maius in breuiori distãtia eẽ oportere, min⁹ verò graue in lõgiori. & ecce quomodo Archimedes paulatĩ deducit nos in cognitionẽ principalis fundamẽti, qđ scilicet graue ad graue est, vt distãtia ad distãtiã ꝑmutatim. Ex hoc. n. primũ cognoscimus grauius in minori, leuius autẽ in maiori distantia esse debere, si ęqueponderare debent.

PROPOSITIO. IIII.

Si due magnitudines æquales non idem centrũ grauitatis habuerint, magnitudinis ex vtrisque magnitudinibus compositæ centrum grauitatis erit medium rectæ lineæ grauitatis centra magnitudinum coniungentis.



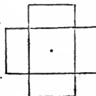


Sit quidẽ A centrũ grauitatis magnitudinis A. B uerò sit cẽtrũ grauitatis *magnitudinis B. iunctaquè AB bifariam diuidatur in C. dico magnitudinis ex utrisquè magnitudinibus compositæ centrum* grauitatis *esse punctum C. si. n. non; sit utrarumquè magnitudinum AB centrum grauitatis D. si fieri põt. Quòd autem sit in linea AB, præostensum est. Quoniam igitur punctum D cẽtrũ est grauitatis magnitudinis ex AB cõpositæ, suspẽso pũcto D*, magnitudines AB *æqueponderabunt. magnitudines igitur AB* ęquales *æqueponderant ex distantiis AD DB* inęqualibus existentibus; *quod fieri non potest. æqualia. n.* grauia *ex distantiis inæqualibus non æquepõderãt.* Nõ est igitur D ipsarũ magnitudinũ cẽtrũ grauitatis. *Quare manifestum est punctum C centrũ esse grauitatis magnitudinis ex AB compositæ.* quod demonstrare oportebat.

def. centri grauit. contra 2. post huius

2 post huius.

SCHOLIVM.



Possunt magnitudines ęquales idẽ centrũ grauitatis habere, vt duo parallelográma æqualia ad rectos sibi inuicẽ angulos existentia: triágulũ quoque & parallelográmũ interse æqualia. p̃terea cubos, piramides, cylindros, & huiusmodi alias magnitudines ęquales idẽ grauitatis cẽtrũ hẽre intelligere possumus. propterea in propositione cùm inquit Archimedes *si duæ magnitudines æquales non idem centrum grauitatis*

habuerint.

habuerint. intelligendum est his verbis Archimedem supponere magnitudines ita esse constitutas, vt à centro ad centrum duci possit recta linea. quod idem obseruandum est in prima propositione secundi libri huius.

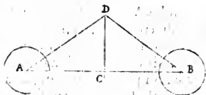
Sūmoperè aūt animaduertēda sunt nōnulla, quibus vtitur Archimedes in hac propositione, cùm sint communissima, & maximè vtilia in hac scientia. ac primùm quidem considerandum occurrit, quid sibi vult Archimedes per magnitudinem ex vtrisque magnitudinibus AB compositam. Nam magnitudines AB sunt inuicem separatę, & sunt duę, ipse autem vtramque vnam tantùm considerat. quod quidem ita intelligendū est. quoniā scilicet recta linea AB eas coniungit; ideo Archimedes considerat vnam tantùm esse magnitudinē; quę constat ex ipsis AB, & efficitur vna magnitudo à linea AB. cuius munus est non solùm connectere magnitudines AB, ita vt neque ad se ampliùs accedere, neque recedere inuicem possint; sintquè ab hac linea quasi compulsę eundem semper interse seruare situm: verùm etiam si suspendantur ex C, intelligendum est linea AB in rectitudinem iacere, insuperquè sustinere magnitudines AB. Neque magis vna est magnitudo quadrilaterum, pētagonum, cubus, & huiusmodi aliæ, quàm sit magnitudo, quæ componitur ex magnitudinibus AB vnà cum linea AB. quòd si est vna tantùm magnitudo, ergo vnum habet cētrum grauitatis. Archimedes igitur quęrit centrum grauitatis huiusce magnitudinis; demonstratquè centrum esse in puncto C. quod est medium lineæ AB. notandum est autem Archimedem non considerare grauitatem linee AB. vt potè, quę longitudo tantùm existat. Quòd si quis etiam mente concipere vellet lineam AB grauitate prędità esse, nihilominus centrum grauitatis lineę AB similiter esset in eius medio C. nam longitudo AC longitudini CB est æqualis; ac proptereà hę quidem longitudines essent interse se ęqueponderantes. Quare, siue cōsiderata grauitate lineę AB, siue minùs, centrum grauitatis magnitudinis ex AB compositę est mediū rectę lineę, quæ centra grauitatis magnitudinū coniungit. Et hoc modo si plures etiam essent magnitudines à recta linea coniunctę, eodem modo eas pro vna tantùm ma-

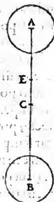
gnitudine ex plurib⁹ magnitudinibus composita accipere poterimus, veluti Archimedes in sequentibus accipiet.

Argumentandi modus inest in hac demonstratione maxima consideratione dignus, & huius scientiæ maximè proprius. cùm enim dixisset Archimedes posito centro grauitatis magnitudinis ex AB compositæ in puncto D, statim infert. *Quoniam igitur punctum D centrum est grauitatis magnitudinis ex AB composita, suspenso puncto D, magnitudines AB æqueponderabunt.* hoc est si magnitudo ex AB composita suspendatur ex D, manebit, vt reperitur; nec amplius in alteram partem inclinabit. quod euenit ob naturam centri grauitatis, quod talis est naturæ (sicuti initio explicauimus) ut si graue in eius centro grauitatis sustineatur, eo modo manet, quo reperitur, dū suspenditur; partesquè undiquè æqueponderant. & ob id si magnitudo ex AB composita suspendatur in eius centro grauitatis, manet; partesquè AB æqueponderant. ac propterea quando in sequentibus quærit Archimedes, quoniam grauia æqueponderare debent, tunc tantùm quærit ipsorum cētrum grauitatis, ut in sexta, septimaquè propositione inquit Archimedes magnitudines ęqueponderare ex distantijs, quę permutatim proportionem habent, ut ipsarum grauitates, in demōstratione tamen quærit, vbi nam est cētrum grauitatis magnitudinis ex vtrisquè compositę. quo inuento, statim necessariò sequitur, magnitudines, si ex ipso centro suspendantur, æqueponderare.

Hinc colligere possumus alterum argumentandi modum, conuersò nempè modo, veluti in eadem figura, si dicamus grauia AB suspensa ex C æqueponderant, statim inferre possumus, punctum C ipsorum simul grauium, hoc est magnitudinis ex ipsis AB compositę centrum esse grauitatis. Quare ad se inuicem conuertuntur, hoc punctum est horum grauium centrum grauitatis; ergo hęc grauia ex hoc puncto æqueponderant; & è conuersò, nempè hæc grauia ex hoc puncto æqueponderant, ergo idem punctum est ipsorum cētrum grauitatis. sed aduertendum hanc sequi conuertibilitatē, quādo præfatum punctum est in recta linea, quæ centra grauitatum ponderum coniungit; deinde quando hęc linea non est

horizonti perpendicularis. secus autem minimè. Nam si pondera AB sint in libra ADB, quę sit arcuata, vel angulum cōstituat, siue intelligatur libra recta linea AB, cui affixa sit perpendicularis CD. vt in tractatu de libra nostrorum Mechanicorum diximus. suspendantur autem pondera AB ex D, & æqueponderent; nō sequitur tamen, ergo D cētrum est grauitatis magnitudinis ex AB compositę. centrum enim grauitatis in linea existit AB quæ centra grauitatis magnitudinum AB coniungit, nempe in C. Verùm coniungat recta linea AB centra grauitatis æqualium ponderum AB, lineaquè AB, cuius medium sit C, in centrum mundi tēdat, magnitudoquè ex ipsis AB composita vbicunque suspendatur in linea AB, vt in E; manebunt vtrique pondera AB ex E suspensa, vt in prima propositione de libra nostrorum Mechanicorum ostendimus, cùm C sit ipsorum centrū grauitatis, & EC sit horizonti erecta. Et quamuis magnitudo ex ipsis AB composita ex E suspensa maneat; non propterea sequitur ergo E centrum est grauitatis magnitudinis ex ipsis AB compositę. nisi forte accidat suspensio ex puncto C. Præterea verò aduertendum est in hoc casu pōdera AB, dici quidem posse, manere, non autem æqueponderare. omnia nimirum, quę æqueponderant, manent; sed non è conuerso, quæ manent, æqueponderant. Nam si pondus A maius fuerit pondere B; siue B maius, quàm A, vbicunque fiat suspensio in linea AB, semper ob eádem causam, quomodocunque sint pondera, manebunt; non tamen æqueponderabunt. Vt enim pondera æqueponderent, requiritur, vt pars parti, virtusquè vnius virtuti alterius hinc inde resistere, & æquipollere possit; vt propriè dici possint pōdera æqueponderare. & vt hoc euenire possit, oportet, vt par-





tes ex determinatis distantijs determinatas quoque habeant grauitates; si ex dato puncto æqueponderare debent. Quòd si in hoc casu datum fuerit punctum C, ex quo pondera AB ex æqualibus distantijs CA CB ęqueponderare debeant: oporteret, vt pondera AB (ex demonstratis) semper essent æqualia. Quoniã autẽ quomodocũque sint pondera, hoc est, siue pondus A maius, siue minus fuerit, quàm B, manent, si igitur dixerimus, ergo pondus A ponderi B ęqueponderatꝫ esset omnino inconueniens. cùm ex ijsdem distantijs eidẽ põderi pondus quandoquè maius, quandoquè minus ęqueponderare non possit; vt in hoc casu accidere potest. Quocirca nec propriè dici possunt pondera, siue in libra AB, siue ex distantijs CA CB constituta esse. Vndè neque Archimedis propositiones in hoc casu sunt intelligendę. quandoquidem in his propriè quærit ponderum, magnitudinumquè æqueponderationes. neque enim in hac quarta demonstratione in hoc casu potuisset Archimedes absurdum ostendere, si C nõ est grauitatis centrum magnitudinis ex AB compositæ, sit E. facta igitur ex E suspensione, magnitudines æquales AB ex inæqualibus distantijs EA EB ęqueponderabunt. quod fieri non potest. non enim hoc est absurdum; cùm pondera ex E suspensa maneãt. idcirco quando linea AB est horizõti erecta, propriè ad rem nostram minimè pertinet. Ex dictis igitur semper valet consequentia, hoc punctum horum ponderum centrum est grauitatis, ergo si ex hoc suspendantur, põdera ęqueponderant. non autem è conuerso. nisi quando argumentatio sumitur semper ex recta linea, quæ centra grauitatis magnitudinum coniungit, & quando hęc linea non est horizonti erecta. hac enim ratione quocunque modo recta linea se habeat, semper sequitur idem. Vt si linea AB fuerit, siue nõ fuerit horizonti æquidistans, ipsius medium C centrum erit grauitatis magnitudinis ex magnitudinibus AB æqualibus compositę. vnde sequi



tur, si appendantur pondera AB ex C, æqueponderare. & è conuerso, si AB pondera ex C æqueponderant, ergo C centrum grauitatis existit. ex quibus sequitur lineam AP, põderaquè manere eo modo, quo reperiuntur. vt in nostro mechanicorum libro in eodem tractatu de libra demonstrauimus; & aduersus illos, qui aliter sentiunt, abundè satis disputauimus. *post quartam propositionem.*

In demonstratione autem huius quartæ propositionis inquit Archimedes. * *Quòd autem sit in linea AB, præostensum est.* quasi dicat Archimedes, se priùs ostendisse centrum grauitatis magnitudinis ex AB compositæ esse in linea AB; quod tamen in ijs, quæ dicta sunt, non videtur expressum. virtute tamen si consideremus ea, quę in prima, tertiaquè propositione dicta sunt, facilè ex his concludi potest, centrum grauitatis magnitudinis ex duabus magnitudinibus compositæ esse in recta linea, quæ ipsarum centra grauitatis coniungit. Quare meminisse oportet eorum, quę a nobis in expositione primi postulati huius dicta fuere, nempè Archimedem supponere, distantias esse in vna, eademquè recta linea constitutas. ideoquè in prima propositione inquit, Grauia, quę ex distãtijs ęqualibus æquepõderãt, æqualia esse interse; Archimedes què demõstrat, quòd quando æqueponderant, sunt æqualia: ex dictis sequitur, si æqueponderant, ergo centrum grauitatis magnitudinis ex ipsis compositę erit in eo puncto, vbi æqueponderant; hoc est in medio distantiarum, lineę scilicet, quę grauiũ centra grauitatis coniungit. quod idem est, ac si Archimedes dixisset. Grauia, quę habent centrum grauitatis in medio lineę, quę magnitudinum centra grauitatis coniungit, ęqualia sunt interse. cuius quidem hęc quarta propositio videtur esse conuersa. quamuis Archimedes loco grauium nominet magnitudines. Pręterea in tertia propositione, quoniam ostẽdit Archimedes, inęqualia grauia ęqueponderare ex distãtijs inęqualibus, ita vt grauius sit in minori distantia, sequitur ergo centrum grauitatis est in eo puncto, vbi æqueponderant; & idem est, ac si dixisset, inæqualium grauium centrum grauitatis est in recta linea, quæ ipsorum centra grauitatis coniungit; ita vt sit propinquius grauiori, remotius uerò leuiori.

vnde sequitur centrum grauitatis ipsorum grauium ubicumque esse posse in recta linea, quę ipsorum centra grauitatis cõiungit. Ex quibus concludi potest, cẽtrum grauitatis magnitudinis ex duabus magnitudinibus compositę esse in recta linea, quæ ipsorum centra grauitatis connectit.

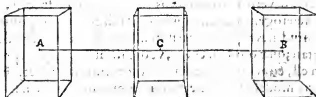
Postremò notandum est, Archimedem ea, quæ in superioribus propositionibus nuncupauit grauia, in hac quarta propositione, veluti etiam in sequentibus, non amplius grauia, sed (vti diximus) magnitudines nominare. quod quidem his de causis id ab ipso factum existimo. primùm enim, quia in his expressè quærit centrum grauitatis; quod quidem cẽtrum, quamuis sit centrum grauitatis, potiùs respicit magnitudinẽ, quàm graue aliquod. Nam cùm dicimus centrum grauitatis, statim innuimus situm, situm inquàm determinatum figuræ, in qua est; siquidem centrum grauitatis est punctum, & (vt ita dicam) punctum grauitatis eius, in quo est. & ideo, quoniam magnitudo formam habet determinatam, centrũ grauitatis rectè potest respicere situm respectu magnitudinis, in qua est; quod tamen efficere non potest respectu grauis. etenim graue, ut graue est, non habet formam determinatã; cùm eadem grauitas esse possit in cubo, in piramide, aliisque corporibus quibuscunque, modò minoribus, modò maioribus, prout sunt diuersarum specierum. quare centrum grauitatis non potest respicere situm in grauibus, quatenus grauia cõsiderantur; sed quatenus magnitudines existunt. Præterea Archimedes loco grauium magnitudines nominat, quia eas diuisibiles considerat, quod est proprium magnitudinis; vt in sexta, septima, & octaua propositione. & quamuis, dum diuidũtur magnitudines, grauia quoque diuisa proueniant; non tamen propterea grauia diuiduntur, ut grauia. nõ.n. hoc ipsis competit, vt grauibus; sed vt magnitudinibus, quæ sunt per se diuisibiles. Archimedes igitur his de causis nomen grauiũ in magnitudines mutauit. in superioribus enim theorematibus pertractauit, quomodo res æqueponderant ex distantijs modò æqualibus; modò inæqualibus, & quoniam res ęquepõderant, prout sunt magis grauia, & minùs grauia; non ut sũt maiores, vel minores magnitudines, siquidem talis naturæ

esse

esse potest minor magnitudo, quę maiore magnitudine alterius naturę grauior existat; proinde Archimedes in superioribus rectè grauia nuncupauit; optimèque in his magnitudines vocat. At verò aduertendum est, quòd quamuis Archimedes in his magnitudines nominet, non propterea existimandum est, eum intelligere magnitudines tantùm; sed magnitudines grauitate pręditas, ita ut in ipsis omnino grauitatem respiciat. Etenim pluribus modis intelligere possumus magnitudines, vel enim ut sint interse eiusdem speciei, vel diuersæ; nec nõ insuper homogeneæ, vel heterogeneæ. vt in hac propositione quãdo Archimedes ꝓponit duas magnitudines ęquales, tũc intelligere possumus eas esse eiusdem speciei, & homogeneas; quæ, cùm sint æquales, erit & grauitas vnius grauitati alterius æqualis. si verò consideremus eas esse diuersæ speciei, & etiam heterogeneas, tunc quando Archimedes proponit has magnitudines æquales, intelligendum est, eas esse æquales in grauitate; quæ quidem efficit, vt demonstratio, quod propositum est, concludat. vt ex eius demonstratione patet. Et his quoque modis intelligere possumus magnitudines in sequentibus vsque ad nonam propositionem in quibus scilicet intelligere possumus magnitudines esse non solùm eiusdem speciei, vel diuersæ, verùm etiam & homogeneas, & heterogeneas. ut post septimam clariùs ostendemus. Verùm demonstrationes clariores redduntur, si intelligamus magnitudines esse eiusdem speciei, & homogeneas, in quibus grauitas magnitudini respondet, vt si ipsarum altera fuerit alterius dupla, & grauitas vnius grauitatis alterius dupla existat. Quòd si magnitudo fuerit alterius tripla, vel quadrupla, &c. erit & grauitas grauitatis tripla, vel quadrupla, & sic deinceps. deinde si magnitudo bifariam diuisa fuerit, & ipsius grauitas in duas ęquas partes sit quoque diuisa. quòd si magnitudo in plures diuidatur partes, & grauitas quoque in totidem eiusdem proportionis diuisa proueniat.

PROPOSITIO. V.

Si trium magnitudinum centra grauitatis in recta linea fuerint posita, & magnitudines æqualem habuerint grauitatem, ac rectæ lineæ inter centra fuerint æquales, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositæ centrum grauitatis erit punctum, quod & ipsarum mediæ centrum grauitatis existit.



Sint tres magnitudines ACB. ipsarum autem centra grauitatis sint puncta AC.B in recta linea ACB *posita. sint verò magnitudines ACB æquales; rectæquè lineæ AC CB* inter centra ipsarum *æquales. Dico magnitudinis ex omnibus* ACB *magnitudinibus compositæ centrũ grauitatis esse punctum C.* quod est centrum grauitatis mediæ magnitudinis. *Quoniam enim magnitudines AB æqualem habent grauitatem*; magnitudinis ex vtrisque AB compositæ *centrum grauitatis erit punctum C: cùm sint AC CB æquales.* sitquè propterea punctum C medium rectæ lineę AB. *Sed & magnitudinis C cẽtrum grauitatis est* idem *punctum C.* punctum ergo C triũ magnitudinum ABC centrum quoque grauitatis erit. *Quare patet magnitudinis ex omnibus magnitudinibus* ACB *compositæ centrum grauitatis esse punctum, quod &* magnitudinis *mediæ centrum grauitatis existit.* quod demonstrare oportebat.

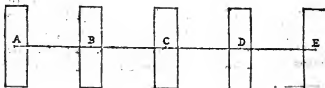
4 huius.

COROL-

COROLLARIVM. I.

Ex hoc autem manifestum est, si quotcunque magnitudinum, & numero imparium, centra grauitatis in recta linea constituta fuerint; & magnitudines æqualem habuerint grauitatem; rectæque lineæ inter ipsarum centra fuerint æquales, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositæ centrum grauitatis esse punctum, quod & ipsarum mediæ centrum grauitatis existit.

SCHOLIVM.



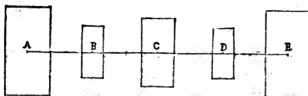
Ex demonstratione colligit Archimedes si plures fuerint magnitudines, quã tres; dummodo sint numero impares, vt ABCDE; quarum centra grauitatis ABCDE reperiantur in linea recta AE. fuerint autem hę magnitudines æquales in grauitate. insuper rectę lineę AB BC CD DE, quę sunt inter cẽtra grauitatis, fuerint æquales: magnitudinis ex omnibus magnitudinibus ABCDE compositæ centrum grauitatis esse punctum C. quod est centrum grauitatis magnitudinis mediæ.

Eodem enim modo, ac primùm quidem ex demonstratione patet punctũ C centrum esse grauitatis triũ magnitudinũ BCD, & quoniam AB BC sunt æquales ipsis CD DE;

erit AC ipsi CE æqualis. cùmquè sit grauitas magnitudinis
4 huius. A æqualis grauitati ipsius E, erit itidem punctum C magnitudinum AE centrum grauitatis. ergo punctum C magnitudinis ex omnibus magnitudinibus ABCDE compositæ centrum grauitatis existit.

Quòd si fuerint adhuc plures magnitudines, impares verò extiterint; quæ ita se habeant, vt expositum est; similiter ostẽdetur, centrum grauitatis mediæ magnitudinis centrum esse grauitatis magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositæ.

* In hoc corollario, verba illa, *& magnitudines æqualem habuerint grauitatem* in greco codice ita habentur. ἴσως τατα ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθεος ἴσον βάρος ἔχοντι quorum multa superuacanea nobis visa sunt; loco quorum (vt arbitror) rectè congruẽt καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχοντι, vt vertimus. Nam si ordinis atque cõditionum propositę propositionis ratio habenda est, oportet vt magnitudines ęqualem habeant grauitatem; Nam & Archimedes in sequentibus demonstrationibus ijs vtitur, ut sunt æquegraues. Adhuc tamen veritatem habebit si cæteris conditionibus illud quoque addere voluerimus, nempe si *magnitudines à media magnitudine æqualiter distantes æqualem habuerint grauitatem* eodem modo punctum C centrum erit grauitatis

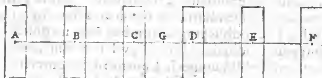


magnitudinis ex omnibus ABCDE compositę, Nam si magnitudines à media magnitudine sunt ęquegraues; ęqualem quoque habebunt grauitatem magnitudines AE; veluti magnitudines BD, quæ æqualiter à media magnitudine C distant. & quamuis non sint omnes æquegraues, sufficit, vt AE, quæ ęqualiter à media magnitudine distant, sint ęquegraues. similiter BD ęquegraues. Eadem enim ratione, quoniam BD sunt æquegraues, & distantiæ BC CD ęquales; erit C ipsa-

rum BD centrum grauitatis. pariquè ratione C erit centrum grauitatis magnitudinum AE ęquegrauium. cum sint AC CE ęquales, & idem C est grauitatis centrum magnitudinis C. ergo punctum C magnitudinis ex omnibus magnitudinibus ABCDE compositę centrum grauitatis existit.

COROLLARIVM. II.

Si verò magnitudines fuerint numero pares; & ipsarum centra grauitatis in recta linea extiterint, magnitudinesquè æqualem habuerint grauitatem, rectæquè lineæ inter centra fuerint æquales: magnitudinis ex omnibus magnitudinibus cōpositæ centrum grauitatis erit medium rectæ lineæ, quæ magnitudinum centra grauitatis coniūgit. vt in subiecta figura. *



SCHOLIVM.

Colligit prætereà Archimedes si magnitudines ABCDEF fuerint numero pares, quarum centra grauitatis ABCDEF in recta linea AF sint constituta; magnitudinesquè sint æquales in grauitate; sintquè inter centra lineę AB BC CD DE EF æquales. diuidatur autem AF bifariam in G. erit punctum G centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus compositæ. quod quidem, figura tantùm inspecta, perspicuùm est. Cùm enim magnitudines AF sint ęquegraues, & AG GF

sint

4 huius. sint æquales, erit G centrum grauitatis magnitudinis ex AF compositæ. quia verò AB est ipsi EF æqualis, reliqua BG ipsi GE æqualis existet. & sunt magnitudines BE ęquegraues, erit idem G centrum grauitatis magnitudinū BE. similiter cùm sit BC æqualis DE, relinquetur CG ipsi GD ęqualis; magnitudinesquè CD sunt ęquegraues. ergo pūctum G cētrum est quoque magnitudinum CD. Vnde sequitur, punctū G magnitudinis ex omnibus magnitudinibus ABCDEF cōpositæ centrum grauitatis existere.

* Hoc quoque loco verba illa *magnitudinesquè æqualem habuerint grauitatem.* Græcus codex ita mendosè legit. καὶ τὰ μέσα αὐτοῖς ἴσον βάρος ἔχοντι, quæ quidem verba hoc modo restitui possunt. καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχοντι.

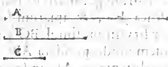
In præcedenti propositione ostendit Archimedes, quemodo se habet centrum grauitatis magnitudinis ex duabus magnitudinibus ęqualibus compositæ. In hac autem demōstrat, vbi similiter grauitatis centrum reperitur inter plures magnitudines æquegraues, & inter se ęqualiter distantes. ex quibus tandem colliget fundamentum sępius dictum. nempè si magnitudines ęqueponderare debent, ita se habebit magnitudinum grauitas ad grauitatem, ut se habent distantiæ permutatim, ex quibus suspenduntur. & hoc demonstrat Archimedes in duabus sequentibus propositionibus. nam magnitudines, vel sunt commensurabiles inter sese, vel incommensurabiles. de commensurabilibus aget in sequenti: de incommensurabilibus verò in septima propositione. & Archimedes duas sequētes propositiones ueluti coniunctas proponit. Nam in sexta inquit *Magnitudines commensurabiles*; &c. in septima uerò inquit, *Si autem magnitudines fuerint incommensurabiles*, quasi vna tātùm sit propositio in duas partes diuisa, ita ut neque numeris essent distinguendę, sed pro vna tantùm propositione summendæ. ob sequentis autem demonstrationis faciliorem intelligētiam hęc priùs præmittimus.

LEMMA.

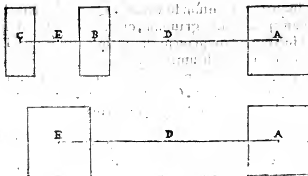
Si duę fuerint magnitudines inæquales, quarum maior sit alterius dupla, tertia verò quędam magnitudo minorem metiatur.

tiatur. maiorem quoque in partes numero pares metietur.

Sint duę inęquales magnitudines AB, sitquè A ipsius B duplex. magnitudo autẽ C magnitudinẽ B metiatur. Dico C magnitudinẽ A metiri, mensurationesquè numero pares esse. Quoniam enim C metitur B, eodem numero C metietur medietates ipsius A, quæ sunt ipsi B æquales. ergo duplo plures erunt numero mensurationes ipsius A, quàm ipsius B. quare mensurationes ipsius A sunt numero pares. duplum enim semper paritatem secum affert. quod demonstrare oportebat.



Porrò maxima in his duabus sequentibus propositionibus adhibenda est diligentia; quibus tota rerum Mechanicarum ratio innititur. Quocirca vt harum propositionum demonstrationes perfectè intelligere possimus; præter eos argumentandi modos, quorum ante quintam huius propositionem meminimus; alterum quoque modum, quo Archimedes in



hac sexta propositione vtitur, nouisse oportet. vt scilicet, si magnitudo A æqueponderat ipsis BC facta suspensione ex pũcto D; ita scilicet, vt D sit centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus ABC magnitudinibus compositæ; ipsarum verò

magni-

magnitudinum BC, hoc est magnitudinis ex BC composita centrum grauitatis sit punctum E. auferantur verò BC à linea EA, & ipsarum loco ponatur in E magnitudo; quæ sit vtrisque simul BC æqualis, vt in secunda figura. Dico eodem modo pondera ABC æqueponderare in prima figura, veluti grauia AE in secunda.

Primum autem, vt hoc rectè perpendamus, intelligantur pondera BC (vt in tertia figura) seorsum à linea CA, & penes distantias EC EB constituta. quorum quidem ponderum sit centrum grauitatis E. si igitur intelligatur potentia in E sustinere pondera BC, hoc est pondus ex ipsis BC compositum; pondera utique manebunt. quòd si ambo pependerint, vt quinquaginta, potentia in E tantùm quinquaginta sustinebit. quoniam totum sustinebit pondus ex ipsis compositum, auferantur verò pondera EC à situ EC, intelliganturque pondera esse in E constituta; hoc est vnum sit pondus ex ipsis simul iunctis compositum, cuius cẽtrum grauitatis sit in E constitutum; tunc eadem potentia in E eodem modo hoc pondus sustinebit; propterea quod eodẽ modo quinquaginta tantùm sustinebit. Quare pondera BC tã ex distantijs EC EB grauitant, quàm si vtraque in E constituta fuerint; vel quod idem est, quàm pondus ipsis BC simul æquale in E positum. Ex quo patet id, quod initio præfati sumus, nempe, vnumquodquè graue in eius centro grauitatis propriè grauitare. Quocumque enim modo eadẽ grauia sese habent, eodem semper modo in eius grauitatis cẽtro grauitant.

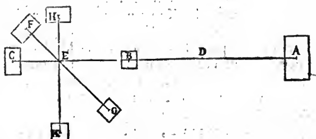
per def. cent. grau.

Quibus cognitis, intelligantur nunc grauia BC in linea CA posita esse; ut in superiori figura: & ut quod propositum fuit, ostendatur; hoc modo argumentari licebit. Quoniam enim magnitudines BC suam habent grauitatem in E, siquidem pro vna tantùm intelliguntur magnitudine ex BC composita, cuius punctum E centrum grauitatis existit, in secũda verò figura magnitudo E similiter suam habet grauitatẽ in puncto E; quod est eius centrũ grauitatis. atque magnitu-

do

do E eſt ipſis BC ſimul ſumptis ęqualis. diſtantię verò AD DE ſunt æquales, cum ſint ęędem; erit vtique punctum D in ſecunda figura centrum grauitatis magnitudinis ex AE compoſitæ, veluti D in prima figura ipſarum ABC centrum grauitatis exiſtit. ac proptcrea in vtraque figura pondera æqueponderabunt:

Cæterum hoc quoque oſtendemus hoc pacto.



Iiſdem namque poſitis; æqueponderarent ſcilicet grauia ABC facta ex D ſuſpenſione. ſitquè punctum E centrum grauitatis ponderum CB. quæ quidem pondera CB grauitatis centrum habeant in linea CB. Dico pondus A ponderi ipſis CB ſimul ſumptis æquali in E conſtituto æqueponderare. Mente concipiamus diſtantias EC EB, manente centro E, circa ipſum circumuerti poſſe; vt modò ſint in FEG, modò in HEK. ſimiliter intelligantur pondera CB, modò in FG, modò in HK exiſtere. Quoniam igitur punctum E centrum eſt grauitatis ponderum CB; erit idem E (cùm ſitum non mutet) centrum grauitatis ponderum in ſitu FG, ac ponderum in HK exiſtentium. Quia verò vnumquodque pondus (ex dictis) propriè in eius centro grauitatis grauitat; pondera ſimul CB ſiue ſint in FG, ſiue in HK, propriè in puncto E grauitabunt. At verò quoniam idem

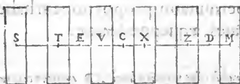
pondus vnam & eandem semper habet grauitatem; erit pondus ex CB compositum æquegraue, tam in situ CB, quam in FG, & in situ HK. considerando, nempe pondera CB (ut re vera sunt) nil aliud esse nisi vnum tantùm pondus ex CB compositum. Ex quibus perspicuum est, punctum E eodem semper modo grauitare. Quare quoniam pondera CB in situ CB ipsi A æqueponderant, suamque habent grauitatem in puncto E; eadem pondera CB siue sint in FG, siue in HK, eidem ponderi A æqueponderabunt. siquidem propriè semper grauitant in E, & eandem semper habent grauitatẽ Intelligatur denique HEK in centrum mundi tendere; erunt vtique vtraque pondera HK, tanquam in puncto E cõstituta, vt ex prima propositione nostrorum Mechanicorum elici potest, quamuis per se notum sit. siquidem seorsum pondus H secundùm eius centrum grauitatis propriè grauitat super puncto E; pondus verò K est, tanquam ex E appensum; vndè & in eodem puncto E quoque grauitat. Itaque quoniã ambo propriè grauitant in E, erunt pondera HK perinde, ac si vnum esset pondus ipsis HK, hoc est ipsis CB æquale, cuius centrum grauitatis sit in E constitutum. at verò pondus A ipsis CB in situ HK existentibus æqueponderat. ergo idẽ pondus A ipsis CB in E constitutis, hoc est ponderi ipsis CB simul sumptis æquali in E posito æqueponderabit. quod demonstrare oportebat.

Quod idem quoque, si plura essent pondera, similiter ostendetur.

Valet itaque consequentia, punctum D centrum est grauitatis magnitudinis ex ponderibus ABC compositę; ergo idem punctum D centrum est grauitatis ponderis in A, & põderis ipsis BC simul ęqualis in E constituti. ex quo consequitur, quòd si magnitudines ABC ex D æqueponderant, ergo ex eodem D magnitudo ipsis BC simul æqualis in E posita, & magnitudo A æqueponderabunt. quòd si rectè perpendamus, nil aliud sunt pondera in BC, nisi magnitudo in E constituta. siquidem punctum E ipsius centrum grauitatis existit

In nostro autem Mechanicorum libro in quinta proposi-

tione tractatus de libra duas attulimus demonstrationes ostē-tes duo pondera vt CB tam in punctis CB ponderare, quàm si vtraque ex puncto E suspendantur. At verò quoniam demonstrationes ibi allatæ ijs indigent, quę Archimedes in sequenti sexta propositione demonstrauit, idcirco demonstrationes illæ huic loco non sunt oportunæ, vt ex ipsissimi possit tanquam demonstratum pondera CB, tam in punctis CB ponderare, quàm si vtraque ex E suspendantur. Quare hoc loco hę tantùm sufficiant rationes, quæ dictæ sunt. Ex quibus potest Archimedes distam consequentiam colligere; nempè magnitudines ABC ex D æqueponderant, auferantur autem BC, & loco ipsarum vtrisque simul ęquegrauis ponatur magnitudo in E; similiter hęc magnitudo ipsi A æqueponderabit. Postea verò ex ijs, quæ Archimedes demonstrauit, fieri potest regressus; vt apertiùs, manifestiùsquè cognoscere valeamus, pondera BC ita ponderare, ac si vtraque ex puncto E suspendantur.



Cęterum hoc loco Archimedes non solùm de duobus, verū etiam de pluribus ponderibus idipsum intelligendū admittit. vt si magnitudines STVXZM æqueponderent facta suspēsione ex puncto C. sitquè magnitudinum MZ centrū grauitatis D, ipsarum verò STVX sit centrum grauitatis E. si itaque magnitudines STVX, & ZM ex C æqueponderant; auferantur STVX, quarum loco ponatur in E magnitudo ipsis STVX simul sumptis ęqualis: auferanturquè ZM, atque ipsarū loco ponatur in D magnitudo ipsis ZM simul ęqualis; tunc licet inferre, ergo hæ magnitudines in ED positæ ęqueponderabunt. Quod quidem ijsdem prorsus modis ostendentur. præsertim si mente concipiamus distantias ES EX,

nec non magnitudines STVX in suis distantijs circa centrũ grauitatis E circumuerti posse, veluti distantias DZ DM, magnitudinesquè ZM circa centrum D. moueantur autem SEX, & ZDM, donec in centrum mundi vergant. similiter ostendetur magnitudines STVX esse, ac si in E essent appensę, siue constitutę; magnitudines verò ZM ac si in D positæ fuerint. &c. Ex quibus sequitur, si punctum C centrum est grauitatis magnitudinum STVXZM. ponatur magnitudo ipsis STVX simul sumptis ęqualis in E; magnitudo autem ipsis ZM simul æqualis in D; punctum C similiter ipsarum quoque centrum grauitatis existet. vnde vtroque modo æqueponderabunt. & ita in alijs, si plures fuerint magnitudines.

PROPOSITIO. VI.

Magnitudines commensurabiles ex distantijs eandem permutatim proportionem habentibus, vt grauitates, æqueponderant.

Commensurabiles sint magnitudines AB quarum centra grauitatis *AB, & quædam sit distantia ED. & vt* se habet grauitas magnitudinis *A ad* grauitatem magnitudinis *B, ita sit distātia DC ad distantiam CE. ostendēdũ est,* si centra grauitatis AB fuerint in punctis ED constituta, hoc est A in E, & B in D; *magnitudinis ex vtrisquè* magnitudinibus *AB composita centrum grauitatis esse punctum C. Quoniam enim ita est* magnitudo *A ad* magnitudinem *B, vt DC ad CE. est autem* magnitudo *A ipsi B commensurabilis; erit & CD ipsi CE commensurabilis; hoc est recta linea rectæ lineæ* commensurabilis existet. *Quare ipsarum EC CD communis reperitur mensura. quæ quidem sit N. deinde ponatur ipsi EC æqualis vtraque DG DK; ipsi verò DC æqualis EL. & quoniam æqualis est DG ipsi CE,* communi addita CG, *erit DC ipsi EG æqualis;* sed DC est ipsi EL ęqualis: *erit igitur LE æqualis ipsi EG.* quare vtraque LE EG ęqualis est ipsi DC. *ac propte-*

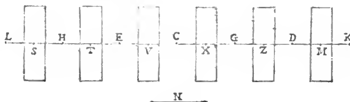
ex 3 decimi.

rea dupla est LG ipsius DC. quia verò vtraque DG DK æqualis facta est ipsi CE, erit *& ipsa quoque GK ipsius CE* dupla. *Quare N vtrãque LG Gk metitur, cùm & ipsarum medietates* DC CE







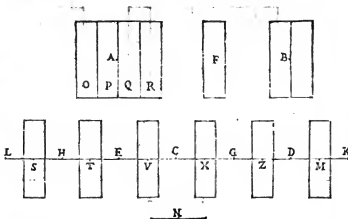


metiatur. *Et quoniam* magnitudo *A ita est ad* magnitudinem *B, vt DC ad CE, ut autem DC ad CE, ita est LG ad GK, utraque enim vtriusque duplex existit* (siquidem LG dupla est ipsius DC, & GK itidem ipsius CE duplex) *erit* magnitudo *A ad* magnitudinem *B, ut LG ad Gk*; & conuertendo magnitudo B ad magnitudinem A, vt KG ad GL. *Quotuplex autem est LG ipsius N, totuplex sit* magnitudo *A ipsius F, erit vtique LG ad N, vt* magnitudo *A ad F, atqui est KG ad LG, vt* magnitudo *B ad* magnitudinem *A:* LG verò ad N est, vt magnitudo A ad ipsã F, *ex æquali igitur erit KG ad N, vt* magnitudo *B ad F. quare æquemultiplex est* kG *ipsius N, veluti* magnitudo *B ipsius F. demonstratũ aũt est* magnitudinẽ *A ipsius F multiplicem esse*, siquidem est magnitudo A ad ipsam F, vt LG ad N, quæ quidem LG multiplex est ipsius N. *qua propter F ipsarum AB communis existit mensura. Jtaque diuisa LG in partes* LH, HE, EC, CG, *ipsi N æquales,* cadent vtique diuisiones in punctis EC, quoniam N ipsã EC metitur, nec non ipsam quoque LE metitur; cùm sit LE ipsi CD æqualis. eruntquè diuisiones LH, HE, EC, CG, numero pares; cùm N dimidiam ipsius LG, hoc est CD metiatur.

11 quinti. *cor. 4. quinti.* *22. quinti.* *lemma.*

A verò:

A verò similiter diuisa in partes OPQR *ipsi F æquales; sectiones* LH,HE,EC,CG *in LG existentes magnitudini N æquales, erunt numero æquales sectionibus* OPQR *in magnitudine A existentibus ipsi F æqualibus.* Diuidantur sectiones LH,HE,EC,



CG bifariam in punctis STVX. *si itaque in vnaquaque sectione ipsius LG apponatur magnitudo æqualis ipsi F, quæ centrum grauitatis habeat in medio sectionis;* vt si in LH ponatur magnitudo S, in HE magnitudo T, in EC magnitudo V, & in CG magnitudo X; ipsarumquè vnaquæque STVX sit ipsi F æqualis: habeat verò magnitudo S suum grauitatis centrũ, quod sit punctum S, in medio sectionis LH, nempè in puncto S; similiter cæteræ magnitudines TVX habeant cẽtra grauitatis; quæ sint puncta TVX, in medio sectionum HE, EC,CG, in punctis nempè TVX. erunt centra grauitatis magnitudinum STVX in recta linea constituta. & quoniam SH dimidia est ipsius LH, veluti HT ipsius HE, erit ST ipsius LE dimidia, vnaquæque verò LH HE dimidia quoque est ipsius LE, siquidem LH, HE inter se sunt æquales; erit igitur ST vnicuique LH,& HE æqualis. eodemquè prorsus modo ostendetur TV æqualem esse vnicuique HE, EC. & VX æqualem EC, & CG. & quoniam omnes

LH,

LH, HE, EC, CG, interse sunt æquales; erunt ST TV VX inter se æquales. quare lineæ inter centra grauitatis magnitudinum STVX existentes sunt inter se æquales. *omnes verò magnitudines* STVX simul *sunt æquales ipsi A*, quandoquidem ipsis OPQR, & numero, & magnitudine sunt æquales; ergo *magnitudinis ex omnibus* magnitudinibus STVX *composita centrum grauitatis erit punctum E. cùm omnes* magnitudines STVX *sint numero pares*. quippe cùm sint in sectionibus LH HE EC CG numero paribus *& LE ipsi EG æqualis existat*. quòd si LE est ipsi EG æqualis, demptis æqualibus LS GX æqualibus; siquidem sunt dimidiæ sectionum LH CG æqualium; erunt SE EX inter se æquales, vnde ex præcedenti colligitur, punctum E centrum esse grauitatis magnitudinum STVX. *similiter autem ostendetur, quòd si* diuidatur GK in partes GD DK ipsi N æquales; cadet vtique diuisionum aliqua in puncto D; siquidem N ipsas GD DK metitur; cùm vtraque sit æqualis ipsi EC. diuisionesque GD DK numero pares erunt; cùm N dimidiam ipsius GK, ipsam scilicet EC metiatur. si itaque diuidatur GD DK bifariam in punctis ZM. deinde diuidatur magnitudo B in partes ipsi F æquales; sectiones GD DH in GK existentes ipsi N æquales, erunt numero æquales sectionibus in magnitudine B existentibus ipsi F æqualibus. quare *vnicuique partium ipsius GK apponatur magnitudo æqualis ipsi F; centrum grauitatis habens in medio sectionis*; vt ponitur magnitudines ZM in sectionibus GD DK, ita vt magnitudinum centra grauitatis, quæ sint ZM, in medio sectionum GD DK, in punctis nempè ZM sint constituta, *omnes autem magnitudines* ZM simul *sunt æquales ipsi B. magnitudinis ex omnibus* magnitudinibus ZM *compositæ centrum grauitatis erit punctum D.* cùm sit ZD æqualis DM. *sed* magnitudines STVX sunt magnitudini A æquales, & ZM ipsi B ergo *magnitudo A est* tanquam *imposita ad E, ipsa verò B ad D.* eodem scilicet modo se habebit magnitudo A imposita ad E, vt se habent magnitudines STVX; ipsa verò B se habebit ad D, vt magnitudines ZM. *sunt autem magnitudines* STVXZM *interse æquales*, cùm vnaquæque sit ipsi F æqualis: suntque omnes, (hoc est ipsarum centra grauitatis) *in recta linea positæ; quarum centra grauitatis posita sunt interse*

ex 2. cor.

lemma.

æqualiter

æqualiter distantia; siquidem ostensum est ST TV VX interse æquales esse. Eodemquè modo ostendetur XZ ZM cæteris æquales esse. *& sunt* magnitudines STVXZM *numero pares*, cùm sectiones totius LK, (in quibus insunt) ipsi N æquales sint interse ęquales, & numero pares. cùm ostensum sit sectiones in LG, & in Gk existentes numero pares esse. *constat magnitudinis ex omnibus* STVXZM magnitudinibus *composita centrum grauitatis esse medietatem recta linea, in qua centra grauitatis magnitudinum habentur*. *Itaque cùm LE sit æqualis CD, EC verò ipsi Dk; tota LC æqualis erit CK.* cùm autem sint LHDK æquales; siquidem sunt eidem N æquales. & harum medietates, hoc est LS ipsi MK ęqualis erit. & ob id SC ipsi CM est æqualis. at verò linea SM magnitudinum centra grauitatis coniúgit; *ergo magnitudinis ex omnibus* STVXZM magnitudinibus *composita centrum grauitatis est punctum C*. *Quare* loco magnitudinum STVX, *posito* centro grauitatis *A ad E, B verò* loco ipsarum ZM posito *ad D*, erit punctum C grauitatis centrum magnitudinis ex vtrisque magnitudinibus AB compositæ. ac propterea *ex puncto C æqueponderabunt*. ergo magnitudines AB ex distantijs DC CE, quę permutatim eandem habent proportionem, vt grauitates, ęqueponderant. quod demonstrare oportebat.

2. cor. quinta huius.

*

SCHOLIVM.

* Circa finem Gręcus codex habet, τὰ κέντρα τῶν ὅλων μεγεθῶν, quasi dicat, centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus magnitudinibus STVXZM compositę medietatem esse rectę lineę VX, quę centra mediarum magnitudinum VX coniungit; quòd cùm sint omnes magnitudines numero pares; itidē esset punctum C, & quamuis hoc sit verum, non tamen ad hoc respexit Archimedes duabus de causis. Nā in secūdo corollario pręcedentis ostendit centrum grauitatis omnium magnitudinum esse medietatem rectę lineę, quę grauitatis centra omnia coniungit. Deinde concludere volens punctum C centrū esse grauitatis omnium magnitudinum, statim inquit hoc sequi, quia LC est ipsi CK ęqualis, quę sunt medietates totius

rectæ

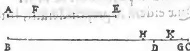
rectæ lineę LK. Et non dixit, quia VC sit ipsi CX ęqualis. Quare codicem græcum ita restituendum censeo. τὰ κλίτη ἐκ τῶν τοῦ βάθεος μεγεθῶν, vt vertimus.

Ob sequentis verò demonstrationis cognitionem, hoc problema priùs ostendemus.

PROBLEMA.

Duarum expositarum magnitudinum incommensurabilium altera vtcumque secetur; magnitudinem tota secta magnitudine minorem, & altero segmento maiorem, alteri verò expositæ magnitudini commensurabilem inuenire.

Sint duæ magnitudines incommensurabiles AE BC; seceturque ipsarum altera, putà BC, vtcumque in D. oportet magnitudinem inuenire minorem quidem BC,



maiorem verò BD, quæ sit ipsi AE commensurabilis. Auferatur ab AE pars dimidia, rursus dimidiæ partis ipsius AE dimidia auferatur; & eius, quæ remanet, adhuc dimidia; idque semper fiat, donec relinquatur magnitudo minor, quàm DE: quod quidem perspicuum est posse fieri ex prima decimi Euclidis propositione. sit itaque AF, quæ minor existat, quàm DC. quippe quę AF, cùm sit ablata ex AE semper per dimidiam partem, metietur vtique AF ipsam AE. Deinde multiplicetur AF super BD, tum demum multiplicatio vltima, vel in puncto D cadet, vel minus. si cadet; seceturex DE magnitudo DG ęqualis AF. quod quidem fiet, quoniã AF minor est DC. Quoniam igitur AF metitur BD, & DG; metietur AF totam BG. Sed & ipsam AE metitur; ergo AF ipsarum BG AE communis existit mensura, ac propterea BG ipsi AE commensurabilis existit; quæ quidem BG minor est BC, maior verò BD. Si verò vltima multiplicatio ipsius AF super BD non cadet in D, sed in H, erit vtique HD minor AF. nam si HD ipsi AF esset ęqualis, 1.def.decimi.

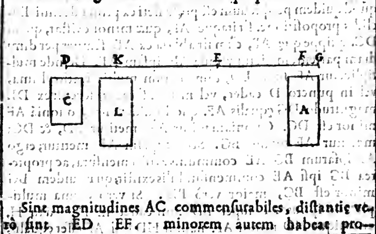
vltima multiplicatio caderet in D. si verò maior esset HD, quàm AF, tunc non esset vltima multiplicatio. quare cùm sit DC maior AF; erit & HC ipsa EA maior. si itaque fiat HK æqualis AF; erit punctum K inter puncta DC. BK igitur minor erit, quàm BC, & maior BD; eodemquè modo ostendetur AF ipsarum Bk AE communem esse mensuram. & ob id BK ipsi AF commensurabilem existere. quod facere oportebat.

Cùm autem verba sequentis demonstrationis aliquantulum sint obscura, vt vim demonstrationis rectè percipiamus, hoc quoque theorema ex ijs, quæ ab Archimede hactenus demonstrata sunt, ostendemus. ad quod demonstrandum communi notione indigemus, quam nos in nostro Mechanicorum libro posuimus. Nempè.

Quæ eidem æqueponderant, inter se æquè sunt grauia.

PROPOSITIO.

Si commensurabiles magnitudines minorem habuerint proportionem, quàm distantię permutatim habent; vt ęqueponderent, maiori opus erit magnitudine, quàm sit ea, quę ad alteram magnitudinem minorem proportionem habet.



Sint magnitudines AC commensurabiles, distantię verò sint ED EF minorem autem habeat pro-

portionem A ad C, quàm ED ad EF. Dico, vt magnitudines ex distantijs ED EF æqueponderent, maiori opus esse magnitudine in F, quàm sit magnitudo A; ita vt ipsi C in D æqueponderare possit. fiat ED ad EG, vt magnitudo A ad magnitudinem C. Deinde fiat EK æqualis EG. exponaturquè altera magnitudo L ipsi A ęqualis. Quoniam igitur minorem habet proportionem A ad C, quàm ED ad EF, & vt A ad C, ita ED ad EG; habebit ED ad EG minorem proportionem, quàm ad EF. ac propterea EF minor est, quàm EG. quoniam autem A ad C est, vt ED ad EG, commensurabiles magnitudines AC ex distantijs ED EG æqueponderabunt. Cùm verò EK sit æqualis EG, magnitudines AL æquales ex distantis æqualibus EK EG similiter æqueponderabunt. At verò quoniam C in D æqueponderat ipsi A in G, similiter L in K eidem A in G ęqueponderat; ęqualem habebit grauitatem C in D, vt L in K. Itaque quoniam distantia EG æqualis est distantiæ Ek, longitudo EK maior erit longitudine EF. ergo magnitudines AL ęquales ex inæqualibus distantijs EK EF non ęqueponderabunt. sed magnitudo L deorsum verget. si igitur in F collocanda sit magnitudo, quæ æqueponderet ipsi L in K, proculdubiò hęc magnitudine A maior existet. Inæqualia enim grauia, nempè L, & magnitudo maior, quàm A, ex inæqualibus distantijs EK EF æqueponderant, dummodo maius, hoc est magnitudo maior, quàm A, sit in distantia minori EF. minus verò, hoc est magnitudo L, sit in minori EK. Quoniam itaque magnitudo C in D est ęquegrauis, vt L in K, magnitudo, quæ in F ipsi L in K æqueponderat, eadem quoque in F ipsi C in D æqueponderabit maior verò magnitudo, quàm sit A, in F ipsi L in K æqueponderat, ergo maior magnitudo, quàm A in F, ipsi C in D æqueponderabit, quod demonstrare oportebat.

10. quinti.

6. huius.

cõm. not.

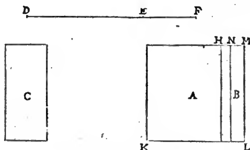
2. post huius.

3. huius.

His cognitis possumus ad Archimedis demonstrationem accedere.

PROPOSITIO. VII.

Si autem magnitudines fuerint incommensurabiles, similiter æqueponderabunt ex distantijs permutatim eandem, atque magnitudines, proportionem habentibus.



Sint incommensurabiles magnitudines AB C. Distantiæ verò DE EF. Habeat autem AB ad C proportionem eandem, quam distantia ED ad ipsam EF. Dico, si ponatur AB ad F, C verò ad D, *magnitudinis ex vtrisque AB C compositæ centrum grauitatis esse punctum E. si enim non æqueponderabit* (si fieri potest) *AB posita ad F ipsi C positæ ad D; vel maior est AB, quàm C, ita vt* AB ad F *æqueponderet ipsi C* ad D; *vel non. Sit maior;* sitque excessus HL; ita vt KH ad F, & C ad D æqueponderent. *auferaturquè ab ipsa AB* magnitudo NL, quæ sit *minor excessu* HL, *quo maior est* tota *AB, quàm C, ita vt æqueponderent;* vt dictú est. *& sit quidem residuum A,* hoc est KN, *commensurabile ipsi C.* Et quoniam minor est kN quàm KM, minorem quoque

ex proximo problemate. 8. quinti.

habebit

habebit proportionem kN ad C, quàm kM ad eandem C. tota verò KM ad C est, vt DE ad EF; ergo KN ad C minorem habet proportionem; quàm DE ad EF. *Quoniam igitur magnitudines AC*, hoc est KN C, *sunt commensurabiles, & minorem habet proportionem A*, hoc est kN *ad C, quàm DE ad EF; non æqueponderabunt A C*, hoc est KN C, *ex distantiis DE EF, posito quidem A*, hoc est KN *ad F, C verò ad D*. & vt æqueponderent, oportet, vt in F maior sit magnitudo, quàm KN; ita vt ipsi C in D æqueponderare possit. Ac propterea cùm sit kH adhuc minor, quàm KN, si igitur KH ponatur ad F, & C ad D, nullo modo æqueponderabunt. quod tamen fieri non potest. supponebatur enim eas æqueponderare. Non igitur magnitudo minor, quàm tota KM in F magnitudini C in D æqueponderat. *Eadem autem ratione, neque si C maior fuerit, quàm vt æqueponderet ipsi AB*, hoc est ipsi KM. etenim grauiore existẽte C ad D, quàm KM ad F. primùm auferatur ex C excessus, quo C grauior est, quàm KM, ita vt æqueponderet ipsi KM. Deinde rursus auferatur quædam magnitudo minor excessu, quo grauior est C, quàm kM, ita vt æqueponderent; residuum verò sit ipsi KM commensurabile, &c. similiter ostendetur nullã magnitudinem ipsa C minorem positam ad D vllo modo æqueponderare ipsi KM ad F positæ. Quare magnitudo C ad D, kM verò ad F ęqueponderant. Vnde sequitur magnitudinis ex vtrisque magnitudinibus compositæ centrum grauitatis esse punctum E. ac propterea incommensurabiles magnitudines AB C ex distantijs ED EF, quæ permutatim eandem habent proportionem, vt magnitudines, æqueponderare. quod demonstrare oportebat.

ex præcedenti. *ex prima propositione.*

SCHOLIVM.

In demonstratione occurrit obseruandum, quòd si excessus HL ita diuideret magnitudinem KM, vt residuum KH fuerit commensurabile ipsi C; tunc absque alia constructione, magnitudines commensurabiles KH C ex distantijs DE EF æqueponderarent; quod fieri non potest. cùm minorem

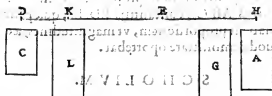
habeat

habeat proportionem KH ad C, quàm ED ad EF. siquidē supponitur KM ad C ita esse, vt ED ad EF. Archimedes verò, vt demonstratio absque distinctione sit vniuersalis, pręcipit (existente KH ipsi C commensurabili, siue incommensurabili) vt auferatur pars aliqua minor excessu HL, ut AL, ita tamen, vt reliqua KN sit commensurabilis ipsi C. quod quidem fieri posse ostensum est in proximo problemate. ex tota enim magnitudine KM partem abscindere possumus, vt KN minorem quidem tota KM, maiorem verò KH, quæ ipsi C commensurabilis existat.

Cognita Archimedis demonstratione de incommensurabilibus magnitudinibus, idem alio quoque modo ostendere possumus, applicando nempè diuisibilitatem, & commensurabilitatem non magnitudinibus, verùm distantijs. hac autem priùs demonstrata propositione.

PROPOSITIO.

Si commensurabiles distantię maiorem habuerint proportionem, quàm magnitudines permutatim habent; vt ęqueponderent, maiori opus erit longitudine, quàm sit ea, ad quam altera longitudo maiorem habet proportionem.



Sint distantiæ DE EH commensurabiles, magnitudines verò sint A C. habeatquè ED ad EH maiorem proportionem, quàm A ad C. Dico vt AC ęqueponderent, maiori opus

esse longitudine, quàm sit EH. exponatur altera magnitudo G, quæ ad C eandem habeat proportionem, quàm habet DE ad EH. erunt vtique magnitudines GC inter se commẽsurabiles. Deinde fiat EK æqualis EH, exponaturquè magnitudo L ipsi G æqualis. Quoniam igitur G ad C est, vt DE ad EH, ob commensurabilitatem æqueponderabunt G in H, & C in D. similiter æqueponderabunt magnitudines æquales GL ex æqualibus distantijs EK EH. Cùm igitur C in D ipsi G in H æqueponderet; L verò in K ipsi quoque G in H æqueponderet; eandem habebit grauitatem C in D, ut L in K. Quoniam autem maiorem habet proportionem DE ad EH, quàm A ad C, & vt DE ad EH, ita est G ad C; maiorem habebit proportionem G ad C, quàm A ad C. ergo maior est G, quàm A. ac propterea magnitudo A minor est magnitudine L. posita igitur magnitudine L in K, & A in H, non æqueponderabunt; & vt ęqueponderent, oportet, vt A in longiori sit distantia, quàm sit EH: Inęqualia enim grauia LA ex inęqualibus distantijs ęqueponderant, maius quidem L in minori distantia EK, minus verò graue A in maiori, quàm sit EK; hoc est in maiori, quàm sit EH. Itaque cùm sit C in D æquegrauis, vt L in k; longitudo, quæ efficit, vt A æqueponderet ipsi L in K; eadem prorsus efficiet, vt A ipsi C in D ęqueponderare possit. A verò in maiori distantia, quàm EH, ipsi L in K ęqueponderat; ergo in maiori distantia, quàm EH, magnitudo A ipsi C in D ęqueponderabit. quod demonstrare oportebat.

6. huius.

cõmunis notio supradicta.

10. quinti.

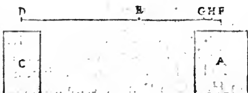
3. huius.

Hoc demonstrato Archimedis propositionem de incommensurabilibus magnitudinibus aliter ostendemus hoc pacto.

ALITER.

Incommensurabiles magnitudines ex distantijs permutatim eandem, atque magnitudines, proportionem habentibus; ęqueponderant.

Sint incommẽsurabiles magnitudines AC, distantiæ verò DE EF. sitquè vt A ad C, ita DE ad EF. Dico A in F, C verò in D æqueponderare.



Si autem (si fieri potest) non æqueponderabunt; distãtiæ DE EF aliter sese habere debebunt, vt magnitudines AC ęqueponderent. Quocirca vel longior est EF, quàm opus sit, vel longior est ED. sit EF longior. sitquè excessus GF, ita vt posita magnitudine A in G ipsi C in D æqueponderet. Fiat EH maior EG, minor verò EF. sit autem EH ipsi ED commensurabilis. Quoniam igitur DE ad EH maiorem habet proportionem, quàm ad EF; &vt DE ad EF, ita est A ad C; maiorem habebit proportionem DE ad EH, quàm A ad C, suntquè longitudines ED EH intersẽ commensurabiles; ergo magnitudo A in H ipsi C in D. non æqueponderabit, sed vt ęqueponderet, maiori opus est longitudine, quàm sit EH; ita vt A ipsi C in D æqueponderare possit. atque adeò cùm adhuc minor sit EG, quàm EH; magnitudo A in G magnitudini C in D nullo modo æqueponderabit. quod fieri non potest. supponebatur enim A in G, & C in D ęqueponderare. eademquè prorsus ratione, si ED longior fuerit, quàm opus sit, ita vt magnitudines æqueponderent, ostendetur magnitudinẽ C nullo pacto æqueponderare posse ipsi A in F in minori distantia, quàm DE. Quare magnitudines incommensurabiles AC ex distantijs ED EF, quæ eandem permutatim habent proportionem, vt magnitudines, æqueponderant. quod demonstrare oportebat.

problema ante 7. huius 8. quinti

ex pxima ppositione

In prioribus sermonibus ante quintam propositionem habitis, diximus propositionum præcedentium demonstrationes planiores euadere, si intelligamus magnitudines eiusdem esse speciei, & homogeneas. Quòd quidem si Archimedem

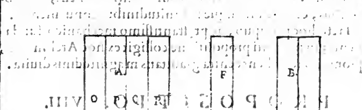
de

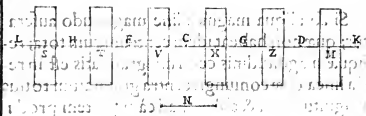
his, vel de rectilineis tantùm demonstrationes attulisse (vt nõnulli fortasse falsò existimarunt) intelligeremus; ita vt ex Archimedis demonstrationibus non sit adhuc vniuersaliter demonstratum hoc præcipuum fundamentum; nempè magnitudines ex distantijs permutatim proportionẽ habentibus, vt ipsarum grauitates, æqueponderare; in hoc certè rationes ab Archimede allatas, ipsarumquè demonstrationum vim minimè percipiemus. Quapropter ea, quæ demonstrauit, omnibus magnitudinibus vniuersaliter competere ipsum voluisse nullatenus est dubitandum. Neque enim, vt perfectè, & vniuersaliter sciamus, magnitudines æqueponderare ex distantijs permutatim proportionem habentibus, vt ipsarum grauitates, alijs, quàm præcedentibus propositionibus indigemus. In hoc enim fundamento demonstrando minimè diminutus extitit Archimedes. Nam si ad propositiones ab ipso allatas, præcipuèquè ad vim demonstrationum respiciamus, siuè magnitudines intelligantur eiusdem speciei, siue diuersę, siue homogeneę, siue heterogeneę, siue planę, siue solidę, & hę quidem, siue rectilineę, siue quomodocunque mixtę; nihilominus demonstrationes idem prorsus concludent. ita vt Archimedes non de aliquibus magnitudinibus tantùm demonstrationes attulerit; sed de omnibus prorsus demonstrauerit. In his enim Archimedes non ad magnitudines tantùm, verùm ad magnitudinum grauitates potissimùm respexit. quandoquidem loco grauium magnitudines nominat; vt post quartam huius propositionem adnotauimus. quod quidem facilè ex verbis ipsius rectè intellectis apparere potest. Nã in quarta propositione cùm inquit, *si duæ fuerint magnitudines æquales*, vt antea diximus, intelligendum est eas æquales esse grauitate. quod non solùm ex eius demonstratione liquet, verùm etiam ex modo loquendi, quo vsus est Archimedes in alijs propositionibus. In quinta enim propositione, quę eiusdem est cum quarta ordinis, & naturę, inquit; *Si trium magnitudinum centra grauitatis in recta linea fuerint posita, & magnitudines æqualem habuerint grauitatem*: similiter post quintam demonstrationem bis quoquè eodem vtitur loquendi modo, nempè cùm adhuc proponit

plures magnitudines, inquit, *& magnitudines æqualem habuerint grauitatem.* ex quibus constat Archimedem ad magnitudinum grauitates omnino respexisse. ita vt quando Archimedes inquit, *& magnitudines æquales*, idem est, ac si dixisset, *& magnitudines æqualem habuerint grauitatem.* Præterea in sexta propositione inquit magnitudines ęqueponderare ex distantijs permutatim proportionem habentibus, vt grauitates. ita ut causa huius æqueponderationis sit (vt re uera est) magnitudinum grauitas. & quãquam in hac septima propositione dicat, magnitudines æqueponderare ex distantijs permutatim proportionem habentibus, vt magnitudines, & non dixit, vt grauitates; intelligendum tamen est, ac si dixisset, eas ęqueponderare, vt magnitudinum grauitates. hęc enim septima propositio est pars sextæ propositionis, vt iam pręfati sum⁹; vnde si in sexta magnitudines ęqueponderant ob earum grauitatem, ob eandem quoque causam & in hac septima æqueponderare debent. Pręterea in sequenti etiam propositione dum proponit ostendere quam proportionem habere debent sectiones lineę inter centra grauitatum diuisę magnitudinis existẽtes, inquit, *quam habet grauitas magnitudinis ablatæ ad grauitatem residuæ* hoc autem deinceps exponens, nõ inquit oportere sectiones lineæ eam habere proportionem, quàm grauitas ad grauitatem habet; sed horum loco inquit, quàm magnitudo ad magnitudinem. ex quibus omnibus clarè perspicitur, quòd quando Archimedes magnitudines nominat, omnino magnitudinum grauitates vult intelligere.

Ad eorum autem intelligentiã, quę dicta sunt in sexta, septimaquè propositione, earũquè demõstrationibus, obseruandũ est, quòd in sexta propositione pro magnitudinibus commensurabilibus intelligere oportet magnitudines grauitate commensurabiles; ita nempe, vt numeris exprimi possint; quamquam non sint mole, & magnitudine commensurabiles, vt in figura sextę propositionis magnitudo A ponderet exempli gratia vt XVI. B verò vt VIII. intelligaturq; F magnitudinũ

AB cõmunis mensura in grauitate, ita vt sit æquegrauis vnicuique parti OPQR, quæ quidem, & si non sint magnitudine interse çquales, sufficit, vt sint æquegraues: veluti magni





tudines quoque STVX interse, ipsisq; OPQR tantùm çque graues, ita ut vnaquæqqe ponderet, vt IIII. veluti etiam partes ipsius B, & vnaquæque ZM. hisquè ita positis demõstratio rectè concludet.

In hac verò septima Archimedis propositione similiter intelligantur magnitudines kMC incommensurabiles grauitate, vt in eius figura grauitas ipsius C ponderet, vt XII. grauitas verò ipsius KM maior sit, quàm XX. ita vt hę grauitates sint incommensurabiles. auferaturquè grauitas excessus HL, quæ sit vt IIII. ita vt quæ relinquitur grauitas, ipsius nẽpè KH, quęquidem maior est, quàm XVI, in F posita, grauitati ipsius C, quæ est XII, in D positæ æqueponderet, Auferatur deinde NL minor excessu HL; cuius quidem grauitas sit maior, quàm II. ita vt grauitas residui KN, quæ nimirum sit XVIII, sit commensurabilis grauitati XII. ipsius C. & quãuis magnitudines KM C, & KN C sint, vel nõ sint interse magnitudine cõmensurabiles, vel incom- *respice figurã septimæ propositionis Archimedis.*

mensurabiles; eadem prorsus demonstratio idem concludet. quæ quidem omnia in sequenti quoque propositione considerāda occurrunt. Vnde perspicuum est has Archimedis propositiones, ac demonstrationes vniuersalissimas esse, atque omnibus, & quibuscunque magnitudinibus conuenientes.

Iacto hoc præcipuo, ac præstantissimo mechanico fundamento; in sequenti propositione colligit ex hoc Archimedes, quomodo se habent centra grauitatis magnitudinis diuisæ.

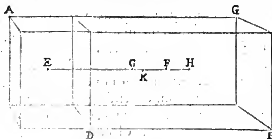
PROPOSITIO. VIII.

Si ab aliqua magnitudine magnitudo auferatur; quæ non habeat idem centrum cum tota; reliquæ magnitudinis centrum grauitatis est in recta linea, quæ coniungit centra grauitatum totius magnitudinis, & ablatæ, ad eam partem producta, vbi est centrum totius magnitudinis, ita vt assumpta aliqua ex producta, quæ coniungit cētra prædicta eandem habeat proportionem ad eam, quæ est inter centra, quam habet grauitas magnitudinis ablatæ ad grauitatem residuæ, centrum erit terminus assumptæ.

Sit alicuius magnitudinis AB centrum grauitatis C. auferaturquè ex AB magnitudo AD; cuius centrum grauitatis sit E. coniuncta verò EC, & ex parte C *producta, assumatur CF, quæ ad CE eādem habeat proportionem, quam habet magnitudo AD ad DG. ostendendum est, magnitudinis DG centrum grauitatis esse punctum F. Nō sit autem; sed, si fieri potest, sit punctum H. Quoniam igitur magnitudinis AD centrum grauitatis est punctum E; magnitudinis verò DG est punctum H; magnitudinis ex vtrisque magnitudinibus AD DG,* ex præcedentibus. *composita centrum grauitatis erit in linea EH, ita diuisa, ut partes ipsius permutatim eandem habeāt proportionem, vt magnitudines. Quare non*

erit

erit punctum C secundùm diuisionem proportione respondentem prædictæ. vt scilicet sit HC ad CE, vt AD ad DG. etenim ut AD ad DG; ita factũ fuit FC ad CE. si igitur secetur linea EH secundùm proportionem ipsius AD ad DG; non terminabit



diuisio ad punctum C. cùm sit impossibile eandem habere proportionem FC ad CE, quam HC ad eandem CE. diuisio igitur ad aliud terminabitur punctum, vt K; ita vt HK ad KE sit, vt AD ad DG. vnde sequitur punctum K centrum esse grauitatis magnitudinis ex AD DG compositæ. *ex præcedentibus.* *Non est igitur punctum C centrum magnitudinis ex AD DG compositæ; hoc est ipsius AB. est autem; suppositum est enim* ipsum esse. *ergo neque punctum H centrum est grauitatis magnitudinis DG.* est igitur punctum F; quod quidem est terminus productę lineę CF; quæ eandam habet proportionem ad lineam CE inter centra existentem; quam habet grauitas magnitudinis AD ad grauitatem ipsius DG. quod demonstrare oportebat.

SCHOLIVM.

In hac demonstratione intelligendum est etiam punctum H esse posse extra lineam EF, ita vt EFH non sit recta linea. quòd si H non esset in linea EF, idem sequi absurdum adeò perspicuum est; vt nec demonstratione egeat. Quoniam si intelligatur H extra lineam EF; iuncta EH, & ita diuisa intelligatur, vt ipsius partes permutatim grauitatibus magnitudinum AD DG respondeant; esset vtique hoc punctum inuẽtum, quod extra lineam EF reperiretur, centrum grauitatis to-

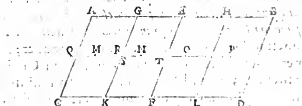
tius AB quod fieri non potest.siquidem est punctum C, vt suppositum fuit. Vnde neque illud punctum H ipsius DG cẽtrum grauitatis existeret.

HIc est terminus primę partis principalis, in qua Archimedes (vt initio dixim⁹) de magnitudinib⁹,& de grauibus in communi pertractauit; quandoquidem propositiones, ac demonstrationes tam planis, quàm solidis quibuscunque sunt accomodatæ; vt manifestum fecimus.

Nunc itaque se conuertit Archimedes ad inuestigandũ centra grauitatis planorum. primùmquè perquirit centrum grauitatis parallelogrammorum; ostenderquè centrum grauitatis cuiuslibet parallelogrammi esse in recta linea, quæ coniungit opposita latera bifariam diuisa. ob cuius intelligentiam hæc priùs lemmata in vnum collecta nouisse erit valdè vtile.

LEMMA.

Sit parallelogrammum ABCD, cuius opposita latera AB CD sint bifariam diuisa in EF, connectaturquè EF, quæ nimirum æquidistans erit ipsis AC BD. Deinde diuidatur v-



naquæque AE EB in partes numero pares,& inuicem ęquales; vt in AG GE; & EH HB. ducaturquè GK HL ipsi EF ęquidistantes. sit verò centrum grauitatis ipsius AK punctum M. ipsius verò GF punctum N, & ipsius EL punctum O. deniquè ipsius HD punctum P. Dico primùm pũcta MNOP esse in linea recta. deinde lineas MN NO OP inter centra existentes inter se æquales esse. Deniquè centrum grauitatis parallelogrammi AD esse in linea NO, quę coniungit centra grauitatis spatiorum mediorum; parallelogrammorum scilicet GF EL.

Ducantur à punctis MN ipsi AGE ęquidistantes QMR SNT. eruntvtique AQRG, & GSTE parallelogramma. Quoniam igitur parallelogramma AK GF in æqualibus sunt basibus AG GE, & in ijsdem parallelis; erunt AK GF interse ęqualia. & quoniam AC GK EF sunt ęquidistãtes; erit angulus CAG ipsi KGE ęqualis, & KGA ipsi FEG æqualis; & horum oppositi interse sunt ęquales; ergo parallelogrammum GF ipsi AK ęquale, & simile existit. Itaque si GF collocetur super AK, rectè congruet: eruntquè parallelogramma inuicem coaptata. lineęquè GE AG, GK AC, & reliquæ coaptatæ erunt. quare eorum centra grauitatis inuicem coaptata erunt. hoc est N erit in puncto M. Quoniam autem à punctis MN (quod nunc intelligitur vnum tantùm esse punctum) ductæ fuerunt ST QR ipsi AGE æquidistantes, linea ST coaptabitur cum QR, quippe cùm ambæ hæ lineæ ab vno puncto prodeuntes ipsi AG ęquidistantes esse debeant. punctum igitur S in Q, & T in R coaptabitur. eritquè QM ipsi SN ęqualis, & MR ipsi NT. ac propterea linea GS parallelogrammi GT erit coaptata in AQ; & ET coaptata erit in GR parallelogrammi AR. Vnde erit AQ ęqualis GS, cùm sint coaptatæ; & GR ipsi ET ęqualis; cùm sint quoque coaptatę. Quocirca quoniam parallelogramma AR GT sunt inuicem coaptata, parallelogrammorumquè opposita latera sunt interse ęqualia, erũt AQ GS GR ET interse ęqualia. Nunc autem intelligãtur parallelogramma AK GF non ampliùs coaptata. & quoniã lineę QMR, & SNT sunt ipsi AGE parallelę; & AQ GR, GS ET, interse sunt æquales, & ęquidistantes; puncta RS in vnum coincident punctum. eritquè QST linea recta. ex quibus patet, rectam lineã, quæ coniungit centra grauitatis MN ipsi AGE æquidistantem existere: eodemquè modo ostendetur rectas lineas, quæ coniungunt grauitatis centra NO, centraquè OP, ipsi AB æquidistãtes esse. Vnde sequitur lineam MNOP rectam esse. Quare primùm constat grauitatis cẽtra in recta linea existere.

36. primi.

29. primi.

34. primi.

5. post huius.

34. primi.

Quoniam autem ostensum est QM æqualem esse ipsi SN, & MR ipsi NT, eodem quoque modo ostendetur OT ęqua-

lem esse ipsi SN. Quoniam igitur OT NS sunt ęquales, itidemquè TN SM æquales, erit ON ipsi NM æqualis. eademquè ratione ostendetur OP ęqualem esse ipsi ON. vnde colligitur lineas MN NO OP inter centra existentes interse ęquales esse.

Postremò quoniam parallelogramma AK CF EL HD sunt inuicem æqualia, & numero paria, centraquè grauitatis sunt in recta linea posita. lineęquè MN NO OP inter centra sunt ęquales, magnitudinis ex omnibus AK CF EL HD magnitudinibus compositæ centrum grauitatis est in linea MP bifariam diuisa. Et quoniam MN est æqualis ipsi OP, punctum, quod bifariam diuidit MP cadet in linea NO. centrum ergo grauitatis omnium magnitudinum AK CF EL HD, hoc est parallelogrammi AD est in linea NO, quę coniungit centra spatiorum mediorum CF EL. quę quidē omnia ostendere oportebat.

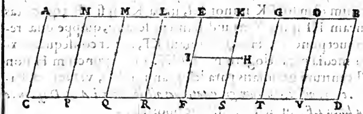
2.cor. quintæ huius.

Quoniam autem centrum grauitatis parallelogrāmi AD est in linea NO, & in linea MP bifariam diuisa; non repugnare videtur, quin inferri possit, hoc centrum esse in puncto T, in linea EF existente. Quòd tamen falsum est. nam posset quidem concludi centrū esse in medio lineę NO (siquidē est in medio lineę MP, vt dictū est) sed nō in pūcto T; ex demōstratione enim ostenditur NS æqualem esse ipsi TO. at verò NT ęqualem esse ipsi TO, nullo modo demonstrari potest; nisi supponeremus centra grauitatis MNOP in parallelogrāmis ita se habere, vt MQ MR, & MR RN, & RN NT & NT TO, &c. inter se ęquales essent. quod nullo modo supponi potest nam hoc modo centra grauitatis parallelogrammorum AK GF &c. essent in lineis, quę bifariam secant opposita latera: essent quippè in lineis à punctis MN OP ductis ipsis AC GK EF &c. æquidistantibus, quæ opposita latera AG CK, GE KF, EH FL, &c. bifariam secarent. quod est id, quod Archimedes demonstrare in sequēti nititur. quod quidem in causa est, vt demonstratione ad impossibile id deducat. supposuimus autem (vt par est) parallelogramma cen-

tra grauitatis habere; ac centra grauitatis MNOP intra parallelogramma existere, quoniam parallelogramma sunt figuræ ad easdem partes concauæ. quod quidem eodem modo ab Archimede in sequenti supponitur. *9. post huius.*

PROPOSITIO. IX.

Omnis parallelogrammi centrum grauitatis est in recta linea, quæ opposita latera parallelogrammi bifariam diuisa coniungit.



Sit parallelogrammum ABCD, linea verò EF bifariam diuidat latera AB CD. Dico parallelogrammi ABCD centrum grauitatis esse in linea EF. Non sit quidem, sed, si fieri potest, sit H. & ab ipso vsq; ad lineam EF *ducatur HI æquidistans ipsi AB. Diuisa verò EB semper bifariam* in G. rursusquè EG bifariam in K, idequè semper fiat, tandem *quædam relinquetur linea*, putà EK, *minor ipsa HI. Diuidaturquè vtraque AE EB in partes* AN NM ML LE GO OB *ipsi EK æquales.* quod quidem fieri potest, quia diuisa est EB in partes semper equales. *& ex* his *diuisionum punctis ducantur* NP MQ LR kS GT OV *ipsi EF æquidistantes. diuisum enim erit totum parallelogrammum in parallelogramma æqualia & similia ipsi kF.* cùm enim sint parallelogrammorum bases EL LM MN NA KG GO OB ipsi KE æquales, parallelogrammaquè in ijsdem sint parallelis AB CD constituta; erunt parallelogramma æqualia. similia verò, quoniam sunt equiangula. *Parallelogrammis igitur æqualibus, atque* *ex prima præcedenti* *36. primi.*

similibus ipsi KF inuicem coaptatis, & centra grauitatis inter se conuenient. quia verò in EB facta est diuisio semper in duas partes æquales erunt parallelogramma in ED numero paria. ac per consequens & quæ sunt in EG numero paria. vnde & quæ sũt in toto AD numero paria erũt. *Itaque quædam erunt magnitudines æquidistantium laterum æquales ipsi KF numero pares*, hoc est omnes, quæ sunt in AD, *centraque grauitatis ipsarum in recta linea sunt constituta, & lineæ inter centra sunt æquales magnitudinis ex ipsis omnibus compositæ centrum grauitatis erit in recta linea, quæ coniungit centra grauitatis mediorum spatiorum*, parallelogrammorum scilicet LF KF. *Non est autem; punctum enim H*, quod supponitur esse centrum grauitatis omnium magnitudinum, hoc est parallelogrammi AD, *extra media parallelogramma* LF KF *existit*. etenim cùm sit EK minor HI, linea KS ipsi EF æquidistãs lineam HI ipsi EK æquidistantem secabit, quippè quæ relinquet punctum H extra figuram KF, ac per consequens extra media parallelogramma LF KF. quare punctum H non est centrum grauitatis parallelogrammi AD, vt supponebatur. *ergo constat, centrum grauitatis parallelogrammi ABCD esse in recta linea EF*. quod demonstrare oportebat.

* lemma.

SCHOLIVM.

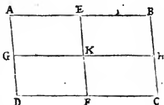
* Græcus codex post verba, *centraquè grauitatis ipsarum in recta linea sunt constituta*, habet, καὶ τὰ μέσα ἴσα, καὶ πάντα τὰ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων αὐτά τε ἴσα ἐστί, quæ quidem omnino superflua nobis uisa sunt, & tanquã ab aliquo addita. Nam si Archimedes dixit omnia parallelogramma esse inter se, & æqualia, & similia; non opus est addere, media LF ES esse inter se æqualia, & quæ ab his sunt ad vtramque partem, vt MR KT, NQ GV, AP OD, esse inter se æqualia; cum omnia (vt dictum est) sint æqualia. quare verba hæc (meo quidem iudicio) delenda sunt, demonstrationes enim mathematicæ nullum admittunt superfluum. & Archimedes non tantùm superfluus, quin potiùs ob eius breuitatem diminutus ferè videatur.

Ex hac nona propositione duo corolloria elicere possum⁹; quæ quidem tanquam valde nota fortasse videtur omisisse Archimedes, quamuis primũ in sequenti demõstratione inseruit.

COROLLARIVM. I.

Ex hoc perspicuum est cuiuslibet parallelogrammi cẽtrum grauitatis esse punctum, in quo coincidunt rectæ lineæ, quæ opposita latera bifariam secant.

Nam (vt Archimedes etiam sequenti demonstratione inquit) si parallelogrammi ABCD lineę EF GH bifariam diuident latera opposita AB DC, & AD BC. patet in EF centrum esse grauitatis parallelogrammi AC. similiter constat idem centrum esse in linea GH, quæ opposita latera AD BC bifariam secat. erit igitur in K, vbi EF GH se inuicem secant.



COROLLARIVM. II.

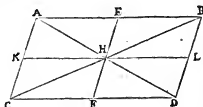
Ex hoc patet etiam, cuiuslibet parallelogrammi centrũ grauitatis esse in medio rectæ lineę, quæ bifariam opposita latera dispescit.

Cùm enim ostensum sit centrum grauitatis parallelogrammi AC esse punctum K. & ob parallelogrammum EH est EK æqualis BH. propter parallelogrammum verò KC linea KF est æqualis HC. suntquè BH HC æquales. erit EK ipsi KF æqualis. punctum ergo K est in medio rectæ lineę EF, quæ opposita latera AB DC bifariam diuidit. Eodẽq; prorsus modo ostẽdetur, K mediũ esse rectę lineę GH, quæ bifariam secat opposita latera AD BC. 34. primi.

In sequenti Archimedes adhuc persistit in inuentione centri grauitatis parallelogrammorum, alia tamen methodo. nam hoc per ipsorum parallelogrammorum diametros duobus modis assequitur.

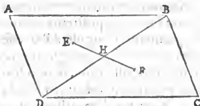
PROPOSITIO. X.

Omnis parallelogrammi centrum grauitatis est punctum, in quo diametri coincidunt.



Sit parallelogrammum ABCD. & in ipso sit linea EF. bifariam *secās latera AB CD. itidemquè sit KL secās AC BD* bifariam. conueniantquè EF kL in H. *est vtique parallelogrammi ABCD centrum grauitatis in linea EF. hoc enim* (9 huius.) *ostensum est. eadem verò de causa* centrum grauitatis ipsius AD *est etiam in linea* KL. *quare punctum H* parallelogrammi AD *centrum grauitatis existit. Verùm in puncto H diametri parallelogrammi concurrunt.* ductis enim lineis AH HB CH HD; quoniam lineæ AE EB EF FD interse sunt ęquales. similiter quoque AK KC BL LD inter se ęquales; erit EH ipsi HF ęqualis, cùm sint ipsis BL LD ęquales. duæ igitur AE EH duabus DF FH sunt æquales, & angulus AEH angulo DFH (29. primi.) ęqualis; erit triangulum AEH triangulo DFH ęquale. ac (4. primi.) proptereà angulus EHA angulo FHD æqualis. cùm igitur sit EHF recta linea, erunt anguli EHA FHD ad verticem, & ob id AHD recta existit linea. ac per consequens diameter parallelogrammi AD. pariquè ratione ostendetur BHC rectam esse lineam. ex quibus patet in puncto H vtrâque diametrum conuenire. centrum igitur grauitatis parallelogrammi AD est pūctum, in quo diametri concurrunt. *Quare demonstratum est, quod propositum fuit.*

ALITER.



Hoc autem aliter quoque ostendetur. sit parallelogrammum ABCD. ipsius verò diameter sit BD. triangula vtique ABD BDC *erunt interse æqualia, & similia. quare triangulis inuicem coaptatis; centra quoque grauitatis ipsorum inuicem coaptabuntur. Sit autem trianguli ABD centrum grauitatis punctum E; lineaquè BD bifariam secetur in H. connectaturquè EH, & producatur. sumaturquè FH æqualis ipsi HE. Itaque coaptato triangulo ABD cum triangulo BDC, positoquè latere AB in DC,* hoc est A in C, & B in D. *AD autem* posito *in BC;* A scilicet in C, & D in B. vnde & BD cùm ipsamet DB coaptatur, B scilicet in D, & D in B. quia verò punctum H sibi ipsi coaptatur, cùm sit medium lineę BD. & anguli EHD FHB ad verticem sunt æquales; lineaquè EH est ipsi HF ęqualis; *congruet etiam recta HE cum recta FH, & punctum E cum F conueniet, sed* quoniam punctum E centrum est grauitatis trianguli ABD idem punctum E *cum centro etiam grauitatis trianguli BDC* conueniet. ergo punctum F centrum est grauitatis trianguli BDC. Nunc verò intelligantur triangula non ampliùs coaptata. *Quoniam igitur centrum grauitatis trianguli ABD est punctum E, ipsius verò DBC est punctum F,* trianguláquè ABD DBC sunt ęqualia, *patet magnitudinis ex vtrisque triangulis compositæ centrum grauitatis esse medium rectæ lineæ EF; quod est punctum* H. vt factum fuit. Quoniam autem diametri cuiuslibet parallelogrammi sese bifariam dispescunt, erit punctum H, vbi diametri parallelogrammi ABCD concurrunt. ergo punctum H, in quo diametri coincidunt, ipsius ABCD centrum grauitatis existit. quod demonstrare oportebat.

ex 34. primi.

5. post huius.

4. huius.

SCHOLIVM.

Cognito centro grauitatis cuiuslibet parallelogrammi, vult Archimedes ostendere centrum grauitatis triangulorum. & quoniam in hac postrema demonstratione assumpsit centrum grauitatis trianguli ABD esse punctum E, videtur ordinem peruertisse, & per ignotiora doctrinam tradidisse; cùm non sit adhuc ostensum, in quo situ dictum centrum in triãgulis reperiatur. quod tamen si rectè perpendamus, non ita se habet. Nam vis demonstrationis est in hoc constituta, vt supponatur triangulum habere centrum grauitatis, idquè tantùm esse intra ipsum triangulum. quod quidem supponi potest. cùm triangulum sit figura ad easdem partes concaua. neque enim refert, siuè centrum sit in E, siuè in alio situ, dummodo intra triangulum existat. demonstratio enim eodẽ modo semper concludet punctum H centrum esse grauitatis parallelogrammi AC. quod idem obseruandum est in nõnullis alijs demonstrationibus, vt in secunda demonstratione decimæ tertiæ, hu9 & in prima secundi libri. Antequam autẽ Archimedes centrum grauitatis triangulorum ostendat, nonnullas præmittit propositiones.

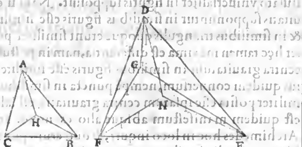
9 post huius.

PROPOSITIO. XI.

Si duo triangula interse similia fuerint, & in ipsis sint puncta ad triangula similiter posita. & alterum punctum trianguli, in quo est, centrum fuerit grauitatis, & alterum punctum trianguli, in quo est, centrum grauitatis existet.

Dicimus

Dicimus quidem puncta in similibus figuris esse similiter posita, è quibus ad æquales angulos ductæ rectæ lineæ, æquales efficiunt angulos ad homologa latera. Vt dictum fuit in septimo postulato.



Sint duo triangula ABC DEF similia. *sitquè AC ad DF, vt AB ad DE, & BC ad EF. & in præfatis triangulis ABC DEF sint puncta HN similiter posita sitquè punctum H centrum grauitatis trianguli ABC. Dico & punctum N centrum esse grauitatis trianguli DEF. non sit quidem, sed, si fieri potest, sit punctum G centrum grauitatis trianguli DEF, connectãturquè HA HB HC, DN EN FN, DG EG FG. Quoniam igitur simile est triangulum ABC triangulo DEF, &* ipsorum *centra grauitatum sunt puncta HG. similium autem figurarum centra grauitatum sunt similiter posita; ita vt* ab ipsis ad çquales angulos ductæ rectæ lineç *æquales faciant angulos ad homologa latera, vnumquemquè vnicuiquè; erit angulus GDE ipsi HAB æqualis, at verò angulus HAB æqualis est angulo EDN, cùm sint puncta HN similiter posita: angulus igitur EDG angulo EDN æqualis existit. maior minori. quòd fieri non potest. Non igitur punctum G centrum est grauitatis trianguli DEF. Quare est punctum N. quod demonstrare oportebat.* 6. & 7. post huius.

SCHO-

SCHOLIVM.

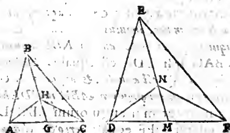
In hac propositione supponit Archimedes dari posse puncta in triangulis similibus similiter posita; quod quidem fieri posse ostendimus in scholijs septimi postulati. Præterea idem videtur Archimedes in triangulis demonstrare, quod in sexto postulato vniuersaliter in figuris supposuit. Nam si centra grauitatis supponuntur in similibus figuris esse similiter posita; & in similibus triangulis quoque erunt similiter posita. Inter hęc tamen maxima est differentia, nam in postulato inquit, centra grauitatum in similibus figuris esse similiter posita; cuius quidem conuersum, nempè puncta in similibus figuris similiter posita esse ipsarum centra grauitatis, est falsum. quod est quidem manifestum absque alio exemplo. ac propterea Archimedes hoc in loco inquit, si duo erunt puncta in similibus triangulis similiter posita, & alterum ipsorum fuerit cẽtrum grauitatis. & alterum quoque cẽtrum grauitatis existet. Vnde propositio hęc potiùs est conuersa postulati, quàm eadem.

Ob demonstrationem autem nouisse oportet, quòd si punctum G fuerit in linea DN, tunc anguli EDG EDN essent inter se ęquales, ac propterea demonstratio nihil absurdi concluderet. In hoc autem casu ostendendum esset, angulum EFG ipsi EFN ęqualem esse, vel FEG ipsi FEN. quæ quidem eodem prorsus modo ostendentur. comparando nempè angulos EFG EFN angulo BCH; angulos verò FEG FEN ipsi CBH. Quòd si G fuerit in alio situ, vt in triangulo EDN, tunc anguli FDG FDN ostendentur ęquales. & ita in alijs casibus, vbicunque scilicet fuerit punctum G, semper aliquod inuenietur huiusmodi absurdum. quæ quidem omninò fieri non possunt.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Si duo triangula ſimilia fuerint, alterius verò trianguli centrum grauitatis in rectalinea fuerit, quæ ſit ab aliquo angulo ad dimidiam baſim ducta; & alterius trianguli centrum grauitatis erit in linea ſimiliter ducta.



Sint duo triangula ABC DEF ſimilia *ſitquè AC ad DF, vt AB ad DE, & BC ad FE. Diuiſaquè AC bifariam in G, iungatur BG. centrum verò grauitatis trianguli ABC ſit punctum H in linea BG. Dico centrum grauitatis trianguli EDF eſſe in recta linea ſimiliter ducta. ſecetur DF bifariam in puncto M. & iungatur EM. & vt BG ad BH, ita fiat ME ad EN. connectanturquè AH HC, DN NF. Quoniam enim* eſt BA ad ED, vt AC ad DF, & *AG dimidia eſt ipſius AC; ipſius verò DF dimidia eſt DM; erit BA ad ED, vt AG ad DM.* Quoniam autem ob triãgulorum ABC DEF ſimilitudinem angulus BAC angulo EDF eſt ęqualis. & vt AB ad DE, ita AG ad DM; permutandoq́; AB ad AG, vt DE ad DM; erit triangulũ ABG triãgulo DEM ſimile. ſimiliũ ãt triãgulorũ ãgulisũt ęquales, *et circa aequales ãgulos late* 16. *quinti.* 6. *ſexti.*

ra sũt proportionalia. erit igitur angul⁹ AGB angulo DME æqualis,et ABG ipsi DEM æqualis. quare *vt AG ad DM,ita est BG ad EM,*& vt AB ad DE,
16. quinti. ita BG ad EM; & pmutãdo AB ad BG, vt DE ad EM. *est autem BG ad*
22. quinti. *BH, vt ME ad EN, erit igitur ex æquali* AB ad BH, vt DE ad EN.
16. quinti. rursusquè permutando *AB ad DE, vt BH ad EN.* quoniã
6. sexti. autem anguli ABH DEN, quos ipsæ lineę continent, sunt æquales, erit triangulum ABH triangulo DEN simile. quare anguli sunt interse æquales, *& circa æquales angulos latera sunt proportionalia. si autem hoc, angulus BAH angulo EDN est æqualis. Vndè & reliquus angulus HAC angulo NDF æqualis existit.* liquidem totius BAC ipsi EDF est æqualis. *Eademquè ratione an-*
7. post huius. *gulus BCH ipsi EFN est æqualis. & angulus HCG angulo NFM æqualis. ostensum est autem angulum ABH ipsi DEM æqualem esse,* ob similitudinem autem triangulorum ABC DEF totus angulus ABC est ipsi DEF ęqualis: *ergo & reliquus angulus HBG*
11. huius. *ipsi NEF æqualis existit. Porrò ex his omnibus patet puncta HN ad homologa latera esse similiter posita, &* cum ipsis *angulos æquales efficere. Cùm igitur puncta HN sint similiter posita; & punctum H centrum est grauitatis trianguli ABC. & punctum N trianguli DEF cẽtrum grauitatis existet.* existente igitur centro grauitatis H in linea BG ab angulo ad dimidiam basim ducta. & alterum grauitatis centrum N in linea EM similiter ducta reperitur. quod demonstrare oportebat.

SCHOLIVM.

In sequenti Archimedes ostendet, in qua linea reperitur cẽtrum grauitatis cuiuslibet trianguli. quod quidem duobus assequitur medijs. Diligenter autem omnia sunt consideranda; quoniam in hoc consistit tota perscrutatio centri grauitatis triangulorum. Quapropter vt prior demonstratio appareat perspicua, hęc antea demonstrabimus.

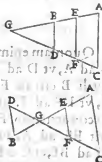
LEMMA. I.

Æquidistantes lineæ lineas in eadem proportione dispescunt.

Sint lineę AB CD, quas secent æquidistantes lineæ AC EF BD. Dico ita esse BE ad EA, vt DF ad FC. primùm quidem AB CD vel sunt ęquidistantes, vel minùs. si sunt æquidistantes, iam habetur intentum. Nam BE erit æqualis DF, 34. primi. & EA ipsi FC. vnde sequitur ita esse BE ad EA, vt DF ad FC.



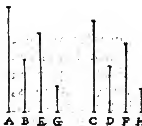
Si verò AB CD non fuerint æquidistantes, concurrant in G, vt in secunda figura, & quoniam BD EF sunt æquidistantes, erit GB ad BE, vt GD ad DF. 2. sexti. & cōponendo GE ad EB, vt GF ad FD. 18. quinti. conuertendoquè BE ad EG, vt DF ad FG. cor. 4 quinti rursus quoniam EF AC sunt æquidistantes; erit GE ad EA, vt GF ad FC. erit igitur ex æquali BE ad EA, vt DF ad FC.



Secent verò sese lineæ AB CD, vt in tertia figura. ob similitudinem triangulorum BGD EGF, ita erit BG ad GE, vt ex 4 sexti. DG ad GF. & componendo BE ad EG, vt DF ad FG. 18. quinti. est verò GE ad EA, vt GF ad FC. 2. sexti. ergo ex æquali BE ad EA erit, vt DF ad FC. quod demonstrare oportebat.

LEMMA. II.

Sit A ad B, vt C ad D; rursus A ad E sit, vt C ad F. Dico primùm A ad BE simul ita esse, vt C ad DF.



cor.4.quinti 22.quinti. 18.quinti. cor.4.quinti 22.quinti.

Quoniam enim A est ad B, vt C ad D, erit conuertendo B ad A, vt D ad C. est autem A ad E, vt C ad F; ergo ex æquali B erit ad E, vt D ad F. quare componendo BE ad E, vt DF ad F. quoniam autem A est ad E, vt C ad F; erit conuertendo E ad A, vt F ad C. rursus igitur ex æquali erit BE ad A, vt DF ad C. ac denique conuertendo A erit ad BE, vt C ad DF.

Si verò fuerint quattuor magnitudines; vt adhuc A (in eadem figura) ad G sit, vt C ad H. similiter ostendetur A ad omnes BEG simul sumptas ita esse, vt C ad omnes simul DFH. sumendo vt in secunda figura BE pro vna tantùm magnitudine, & DF pro alia; eruntquè ex vtraque parte tres tantùm magnitudines; eritquè A ad BE simul, vt C ad DF simul, vt ostensum est. deinde A ad G est, vt C ad H, erit igitur A ad BEG simul, vt C ad DFH.



Pariquè ratione si quinque fuerint magnitudines, eodem modo tres mediæ iúgãtur simul, ita vt tres sint dútaxat magnitudines. & sic in infinitum. quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM.

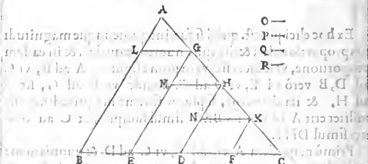
Ex hoc elici potest. quòd si fuerint quotcunque magnitudines proportionales; & aliæ ipsis numero æquales, & in eadem proportione, vt scilicet sit(vt in prima figura) A ad B, vt C ad D, B verò ad E, vt D ad F. deinde vt E ad G, sic F ad H, & ita deinceps, si plures fuerint magnitudines, similiter erit A ad omnes BEG simul sumptas, vt C ad omnes simul DFH.

Primùm quidem A est ad B, vt C ad D. & quoniam magnitudines sunt proportionales, ex æquali erit A ad E, vt C ad F. similiter A ad G, vt C ad H. Ex quibus sequitur A ad BE simul ita esse, vt C ad DF. A verò ad omnes BEG simul, vt C ad omnes simul DFH. & ita si plures fuerint magnitudines. *22. quinti.*

LEMMA. III.

Sit triangulum ABC, cuius latus BC in quotcunque diuidatur partes æquales BE ED DF FC. & à punctis EDF ipsi AB æquidistantes ducantur EG DH FK. rursus à punctis GHK ipsi BC æquidistantes ducantur GL HM KN. Dico triangulum ABC ad omnia triangula ALG GMH HNK KFC simul sumpta eandem habere proportionem, quam habet CA ad AG.

2. sexti. Quoniã enim FK æquidistans est ipsi DH; erit CF ad FD, vt CK ad KH. suntq; CF FD æquales; ergo & CK KH inter se sunt æquales. similiter propter lineas æquidistantes FK
1. lemma. DH EG, ita est KH ad HG, vt FD ad DE; est autem FD æqualis DE; erit igitur KH ipsi HG æqualis. Pariquè ra-



tione ostendetur ob æquidistantes lineas DH EG BA, lineã HG ipsi GA æqualem esse. Ex quibus patet CK KH HG GA inter se æquales esse. Quoniam autem triangulorũ ABC kFC angulus ad C est vtrique communis; & ABC ipsi kFC,
29. primi. & BAC ipsi FKC æqualis, cùm sit Fk ipsi AB æquidistans; erit triangulum ABC ipsi KFC simile. & quoniam NK FC, & HN KF sunt æquidistantes, erunt anguli KCF CkF angulis HkN KHN æquales; ac propterea reliquus CFK reliquo KNH æqualis. latus verò CK lateri KH est æquale; erit igi-
26. primi. tur triangulum KFC triangulo HNK simile, & æquale. similiterquè ostẽdetur omnia triangula ALG GMH HNK KFC inter se se similia, & æqualia esse. & ob id ipsi ABC similia esse. Fiat igit vt AC ad AG, ita AG ad aliã O. similiter vt AC ad GH, ita GH ad P. rursus vt AC ad Hk, ita HK ad Q. deniquè vt AC ad Ck, ita CK ad R. & quoniam AG GH HK KC
ex 17. quĩti. sunt æquales, eadem AC ad vnamquamque ipsarum eandem habebit proportionem, ergo eandem quoque habebit propositionem AG ad O, vt GH ad P, & HK ad Q, &

KC ad R. ac propterea lineæ OPQR interse sunt æquales. Atverò quoniam ita est AC ad AG, vt AG ad O, & vt AC ad GH, ita GH, hoc est AG ipsi ęqualis, ad P, rursus vt AC ad HK, ita HK, hoc est AG ad Q. ac tandem vt AC ad KC, ita KC, hoc est AG ipsi ęqualis, ad R. erit AC ad omnes consequentes simul sumptas AG GH HK KC, hoc est erit AC ad eandem AC, vt AG ad omnes simul OPQR. vnde sequitur omnes simul OPQR ipsi AG ęquales esse. Itaque quoniam similia triangula in dupla sunt proportione laterum homologorum, erit triangulum ABC ad ALG, vt AC ad O. eodemquè modo erit triangulum ABC ad GMH, vt AC ad P. rursus ABC ad HNK, vt AC ad Q, & vt idem ABC ad KFC, ita AC ad R. triangulum igitur ABC ad omnes consequentes, videlicet ad omnia triágula simul sumpta ALG GMH HNK KFC, erit vt AC ad omnes simul OPQR. hoc est ad AG. ostensum est igitur, quod propositum fuit.

ex præcedēti lemmate

19. sexti.

ex præcedēti lemmate

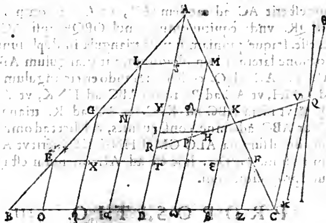
PROPOSITIO. XIII.

Omnis trianguli centrum grauitatis est in recta linea ab angulo ad dimidiam basim ducta.

Sit triangulum ABC & in ipso sit AD ab angulo A *ad dimidiam basim BC ducta. ostendendum est, centrum grauitatis trianguli ABC esse in linea AD. Non sit quidem, sed si fieri potest, sit punctum H. & ab ipso ducatur HI æquidistans ipsi BC*, quæ ipsam AD secet in I. *Deinde diuisa DC bifariam, idquè semper fiat, donec relinquatur linea Dω minor ipsa HI. Diuidaturquè ipsarum vtraque BD DC in partes æquales Dω;* partesquè in DC existentes sint Dωαβ βZ ZC; quibus respondeant æquales partes Dκκζ O OB. *& a sectionum punctis ducantur* OE ζG αL ωM βK ZF *æquidistantes ipsi AD. & connectantur EF Gk LM. quæ nimirum ipsi BC æquidistantes erunt.* cùm enim sint BD DC interse equales, itidem OB ZC æquales; erit DO ipsi DZ ęqualis. quare DO ad OB est, vt DZ ad ZC. Quoniam autem EO FZ sunt

ex 1. decimi.

ipsi AD æquidistantes, erit AE ad EB, vt DO ad OB; & vt
2. sexti. DZ ad ZC, sic AF ad FC. atque DO ad OB est, vt DZ ad
ZC. erit igitur AE ad EB, vt AF ad FC. quare EF ipsi BC
2. sexti. est æquidistans. eodemquè modo ostendetur, ita esse AG ad



GB, vt AK ad KC, & AL ad LB, vt AM ad MC. ex quibus sequitur LM GK EF non solùm ipsi BC, verùm etiam inter-se parallelas esse. secet EF lineas Gζ Kβ in X. ipsam verò AD in T. lineaquè GK secet Lα Mω in N, & AD in Y. linea deniquè LM ipsam AD in S dispescat. Quoniam autem Dθ est ipsi HI æquidistans, estquè Dω minor quã HI, linea ωM ipsi AL æquidistans ipsam HI secabit. ac propterea punctum H centrum grauitatis trianguli ABC extra parallelogrammum DM reperitur. At verò quoniam LD DM
34. primi. sunt parallelogramma, erunt LS αD interse æquales. similiter SM Dω æquales. sunt verò αD Dω æquales: ergo & LS SM interse sunt æquales. eademquè ratione NY Yθ interse-se, & ipsis LS SM æquales existent. quare linea SY bifariam diuidit latera opposita parallelogrammi MN. pariquè ratione ostendetur lineam YT bifariam diuidere opposita latera parallelogrammi KX; lineamquè TD latera opposita paral-

lelogrammi

lelogrammi FO bifariam quoque diuidere; *Itaque parallelogrammi MX centrum grauitatis est in linea TS. parallelogrammi verò KX grauitatis centrum est in linea TT. parallelogrammi autem FO in linea TD; magnitudinis igitur ex* his *omnibus* parallelogrammis MN KX FO *composita centrum grauitatis est in recta linea SD. sit itaque punctum R.* quod quidem erit centrum grauitatis figuræ LNGXEOZF•K•M. *ligaturq; RH, & producatur*, quæ ipsã •M secet in P. *ipsique AD* à puncto C *æqui distans ducatur CV*, quæ ipsi RH occurrat in V. *triangulũ itaque ADC ad omnia triangula ex AM MK kF FC descripta similia ipsi ADC*, hoc est ad triangula ASM M•K K•F FZC simul sumpta *eandem habet proportionem, quam habet CA ad AM. siquidem sunt AM MK kF FC æquales quia verò, & triangulum ADB ad omnia ex AL LG GE EB descripta triangula similia* ALS LGN GEX EEO *eandem habet proportionem, quam BA ad AL*: & antecedentes simul ad omnes consequentes, hoc est totum triangulum ABC ad omnia triangula simul sumpta, quæ sunt in AB, & in AC constituta, eandem habebit proportionem, quam habet AC AB simul ad AM AL simul, quia verò ob similitudinẽ triangulorũ ABC ALM CA ad AM est, vt BA ad AL; erit CA ad AM, vt CA BA simul ad AM AL simul. *triangulum igitur ABC ad omnia prædicta triangula eandem habet proportionem quam habet CA ad AM. Atque CA ad AM maiorem habet proportionem, quàm VR ad RH; etenim proportio ipsius CA ad AM est eadem, quæ est totius VR ad ipsã RP. quãdoquidẽ triangula* ACD MC• *sunt similia.* suntq; AD & M• ęquidistantes, sitquè propterea CA ad AM, vt CD ad D•. & quoniam VR DC à lineis DR •P CV æquidistantib° diuiduntur; erit C• ad •D, vt VP ad PR. & cõponendo CD ad D•, vt VR ad RP. quare vt CA ad AM, ita VR ad RP. quia verò VR ad RP maiorem habet proportionem, quàm ad RH. maiorem quoque habebit proportionem CA ad AM, quàm VR ad RH. est autem CA ad AM, vt triangulũ ABC ad omnia triangula in lineis AC AB. (vt dictum est) constituta; ergo *& triangulum ABC ad prædicta* triangula *maiorem habet proportionem, quàm VR ad RH. Quare & diuidendo parallelogrãma MN kX FO*, hoc est figura LNGXEOZF•K•M) *ad circumrelicta triangula* in lineis AC AB constituta *maiorem ha-*

1. lemma.
ex 12. quinti
ex 11. quinti
ex 4. sexti
1. lemma.
8. quinti.
11. quinti.
8. quinti.
20. quinti add.

bent proportionem, quam NH *ad* HR. linea igitur, quæ eandem habeat proportionem ad HR, quam parallelogramma MN kX FO ad circumrelicta triangula, maior erit, quàm VH. *Fiat itaquè in eadem proportione QH ad HR, ut parallelogramma ad triangula;* erit vtique QH maior, quam VH. *Quoniam igitur est magnitudo ABC, cuius centrum grauitatis est H, & ab ea magnitudo*

auferatur composita ex MN kX *FO parallelogrammis; & magnitudinis ablatæ centrum grauitatis est punctum R; magnitudinis reliquæ ex circumrelictis triangulis compositæ centrum grauitatis erit in recta linea* RH ex parte H *producta, assumptaquè aliqua* vt QH, *quæ ad HR eam habeat proportionem, quam habet magnitudo* ex parallelogrammis MN KX FO constans *ad reliquum,* hoc est ad reliqua triangula. *ergo punctum Q centrum est grauitatis magnitudinis ex ipsis circumrelictis* triangulis *compositæ. quod fieri non potest. ducta enim recta linea* per *Q ipsi AD æquidistante in* eodem *plano* triãguli ABC, *in ipsa essent omnia centra* grauitatis triangulorum, *hoc est in vtramque partem* Qθ Qx, centraquè grauitatis trianguli ALM, ac centrum magnitudinis ex vtrisquè triangulis LGN MKσ cõpositę in parte Qθ esse deberẽt.

8. *huius.*

centra verò grauitatis magnitudinis ex GEX KF compositę, ac magnitudinis ex EBO EZC compositæ, essent in parte Q, ita vt punctum Q magnitudinis ex omnibus triangulis compositæ centrum esset grauitatis; quæ quidem sunt omnino absurda. Quòd si ducta linea per Q, non fuerit etiam ipsi AD æquidistans, eadem sequentur inconuenientia. *manifestum est igitur; quod propositum fuerat.*

S C H O L I V M.

Id ipsum vult adhuc Archimedes aliter ostendere. ob sequentem verò demonstrationem hoc priùs cognoscere oportet.

L E M M A.

Si intra triangulum vni lateri ęquidistans ducatur, ab opposito autem angulo intra triangulum quoquè recta ducatur linea, æquidistantes lineas in eadem proportione dispescet.

Hoc in secundo nostrorum planisphęriorum libro in ea parte ostendimus, vbi quomodo conficienda sit ellipsis, instrumento à nobis inuento demonstrauimus. hoc nempè mod .

Sit triangulum ABC, ipsiquè BC intra triangulum ducatur vtcumquè æquidistans DE. à punctoquè A intra triangulum similiter quocumque ducatur AF; quæ lineam BC secet in F; lineam verò DE in G. Dico ita esse CF ad FB, vt EG ad GD. Quoniam enim GE FC sunt æquidistantes; erit triangulum AFC triangulo AGE æquiangulum; vt igitur AF ad AG, ita CF ad EG. eadem quoque ratione ita est FA ad AG, vt FB ad GD. quare vt CF ad EG, ita est FB ad GD. & permutando, vt CF ad FB, ita EG ad GD. quod demonstrare oportebat.

ex 4. sexti.

11. quinti.

16. quinti.

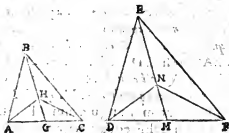
SCHOLIVM.

In hac propositione supponit Archimedes dari posse puncta in triangulis similibus similiter posita, quod quidem fieri posse ostendimus in scholijs septimi postulati. Præterea idem videtur Archimedes in triangulis demonstrare, quod in sexto postulato vniuersaliter in figuris supposuit. Nam si centra grauitatis supponuntur in similibus figuris esse similiter posita; & in similibus triangulis quoque erunt similiter posita. Inter hęc tamen maxima est differentia, nam in postulato inquit, centra grauitatum in similibus figuris esse similiter posita; cuius quidem conuersum, nempè puncta in similibus figuris similiter posita esse ipsarum centra grauitatis, est falsum. quod est quidem manifestum absque alio exemplo. ac propterea Archimedes hoc in loco inquit, si duo erunt puncta in similibus triangulis similiter posita, & alterum ipsorum fuerit cētrum grauitatis. & alterum quoque cētrum grauitatis existet. Vnde propositio hęc potiùs est conuersa postulati, quàm eadem.

Ob demonstrationem autem nouisse oportet, quòd si punctum G fuerit in linea DN, tunc anguli EDG EDN essent inter se ęquales; ac propterea demonstratio nihil absurdi concluderet. In hoc autem casu ostendendum esset, angulum EFG ipsi EFN ęqualem esse, vel FEG ipsi FEN. quæ quidem eodem prorsus modo ostendentur. comparando nempè angulos EFG EFN angulo BCH; angulos verò FEG FEN ipsi CBH. Quòd si G fuerit in alio situ, vt in triangulo EDN, tunc anguli FDG FDN ostendentur ęquales. & ita in alijs casibus, vbicunque scilicet fuerit punctum G, semper aliquod inuenietur huiusmodi absurdum. quæ quidem omninò fieri non possunt.

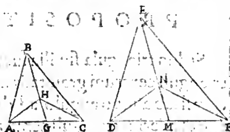
PROPOSITIO. XII.

Si duo triangula ſimilia fuerint, alterius verò trianguli centrum grauitatis in recta linea fuerit, quæ ſit ab aliquo angulo ad dimidiam baſim ducta; & alterius trianguli centrum grauitatis erit in linea ſimiliter ducta.



Sint duo triangula ABC DEF ſimilia *ſitquè AC ad DF, vt AB ad DE, & BC ad FE. Diuiſaquè AC bifariam in G, iungatur BG. centrum verò grauitatis trianguli ABC ſit punctum H in linea BG. Dico centrum grauitatis trianguli EDF eſſe in recta linea ſimiliter ducta. ſecetur DF bifariam in puncto M. & iungatur EM. & vt BG ad BH, ita fiat ME ad EN. connectanturquè AH HC, DN NF. Quoniam enim* eſt BA ad ED, vt AC ad DF, & *AG dimidia eſt ipſius AC; ipſius verò DF dimidia eſt DM; erit BA ad ED, vt AG ad DM.* Quoniam autem ob triãgulorum ABC DEF ſimilitudinem angulus BAC angulo EDF eſt ęqualis. & vt AB ad DE, ita AG ad DM; permutandoq; AB ad AG, vt DE ad DM; erit triangulũ ABG triãgulo DEM ſimile. ſimiliũ ãt triãgulorũ ãguli ſũt ęquales, *et circa aequales ãgulos late-* *16. quinti.* *6. ſexti.*

ra sũt proportionalia. erit igitur angul⁹ AGB angulo DME æqualis, et ABG ipsi DEM æqualis. quare vt AG ad DM, ita est BG ad EM, & vt AB ad DE,
16. quinti. ita BG ad EM; & permutãdo AB ad BG, vt DE ad EM. est autem BG ad



22. quinti. BH, vt ME ad EN, erit igitur ex æquali AB ad BH, vt DE ad EN.
16. quinti. rursusquè permutando AB ad DE, vt BH ad EN. quoniã
6. sexti. autem anguli ABH DEN, quos ipsæ lineę continent, sunt æquales, erit triangulum ABH triangulo DEN simile. quare anguli sunt interse æquales, & circa æquales angulos latera sunt proportionalia. si autem hoc, angulus BAH angulo EDN est æqualis. Undè & reliquus angulus HAC angulo NDF æqualis existit. si quidem totius BAC ipsi EDF est æqualis. Eademquè ratione an-
7. post huius. gulus BCH ipsi EFN est æqualis. & angulus HCG angulo NFM æqualis. ostensum est autem angulum ABH ipsi DEM æqualem esse, ob similitudinem autem triangulorum ABC DEF totus angulus ABC est ipsi DEF ęqualis: ergo & reliquus angulus HBC
11. huius. ipsi NEF æqualis existit. Porrò ex his omnibus patet puncta HN ad homologa latera esse similiter posita, & cum ipsis angulos æquales efficere. Cùm igitur puncta HN sint similiter posita; & punctum H centrum est grauitatis trianguli ABC. & punctum N trianguli DEF cẽtrum grauitatis existet. existente igitur centro grauitatis H in linea BG ab angulo ad dimidiam basim ducta. & alterum grauitatis centrum N in linea EM similiter ducta reperitur. quod demonstrare oportebat.

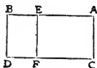
SCHOLIVM.

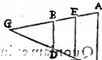
In sequenti Archimedes ostendet, in qua linea reperitur cẽtrum grauitatis cuiuslibet trianguli. quod quidem duobus assequitur medijs. Diligenter autem omnia sunt consideranda; quoniam in hoc consistit tota perscrutatio centri grauitatis triangulorum. Quapropter vt prior demonstratio appareat perspicua, hęc antea demonstrabimus.

LEMMA. I.

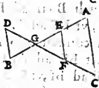
Æquidiſtantes lineæ lineas in eadem proportione diſpeſcunt.

Sint lineę AB CD, quas ſecent æquidiſtantes lineæ AC EF BD. Dico ita eſſe BE ad EA, vt DF ad FC. primùm quidem AB CD vel ſunt ęquidiſtantes, vel minùs. ſi ſunt æquidiſtantes, iam habetur intentum. Nam BE erit æqualis DF, 34. primi. & EA ipſi FC. vnde ſequitur ita eſſe BE ad EA, vt DF ad FC.





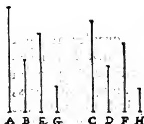
Si verò AB CD non fuerint æquidiſtantes, concurrant in G, vt in ſecunda figura, & quoniam BD EF ſunt æquidiſtantes, erit GB ad BE, vt GD ad DF. 2. ſexti. & cōponendo GE ad EB, vt GF ad FD. 18. quinti. conuertendoquè BE ad EG, vt DF ad FG. cor. 4 quinti. rurſusquoniam EF AC ſunt æquidiſtantes; erit GE ad EA, vt GF ad FC. erit igitur ex æquali BE ad EA, vt DF ad FC.



Secent verò ſeſe lineæ AB CD, vt in tertia figura. ob ſimilitudinem triangulorum BGD EGF, ita erit BG ad GE, vt ex 4 ſexti. DG ad GF. & componendo BE ad EG, vt DF ad FG. 18. quinti. eſt 2. ſexti. verò GE ad EA, vt GF ad FC. ergo ex æquali BE ad EA erit, vt DF ad FC. quod demonſtrare oportebat.

LEMMA. II.

Sit A ad B, vt C ad D; rursus A ad E sit, vt C ad F. Dico primùm A ad BE simul ita esse, vt C ad DF.



Quoniam enim A est ad B, vt C ad D, erit conuertendo B ad A, vt D ad C. est autem A ad E, vt C ad F; ergo ex æquali B erit ad E, vt D ad F. quare componendo BE ad E, vt DF ad F. quoniam autem A est ad E, vt C ad F; & rit conuertendo E ad A, vt F ad C rursus igitur ex æquali erit BE ad A, vt DF ad C. ac denique conuertendo A erit ad BE, vt C ad DF.

cor. 4. quinti *22. quinti.* *18. quinti.* *cor. 4 quinti* *22. quinti.*

Si verò fuerint quattuor magnitudines; vt adhuc A (in eadem figura) ad G sit, vt C ad H. similiter ostendetur A ad omnes BEG simul sumptas ita esse, vt C ad omnes simul DFH. sumendo vt in secunda figura BE pro vna tantùm magnitudine, & DF pro alia; eruntquè ex vtraque parte tres tãtùm magnitudines; eritquè A ad BE simul, vt C ad DF simul, vt ostensum est. deinde A ad G est, vt C ad H, erit igitur A ad BEG simul, vt C ad DFH.



Pari-

Pariquè ratione si quinque fuerint magnitudines, eodem modo tres mediæ iūgātur simul, ita vt tres sint dūtaxat magnitudines. & sic in infinitum. quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM.

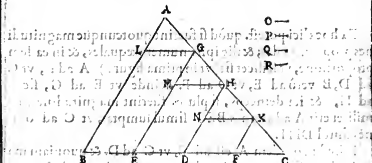
Ex hoc elici potest. quòd si fuerint quotcunque magnitudines proportionales; &aliç ipsis numero æquales, & in eadem proportione, vt scilicet sit(vt in prima figura) A ad B, vt C ad D, B verò ad E, vt D ad F. deinde vt E ad G, sic F ad H, & ita deinceps, si plures fuerint magnitudines, similiter erit A ad omnes BEG simul sumptas, vt C ad omnes simul DFH.

Primùm quidem A est ad B, vt C ad D. & quoniam magnitudines sunt proportionales, ex çquali erit A ad E, vt C ad F. similiter A ad G, vt C ad H. Ex quibus sequitur A ad BE simul ita esse, vt C ad DF. A verò ad omnes BEG simul, vt C ad omnes simul DFH. & ita si plures fuerint magnitudines. 22. quinti.

LEMMA. III.

Sit triangulum ABC, cuius latus BC in quotcunque diuidatur partes æquales BE ED DF FC. & à punctis EDF ipsi AB çquidistantes ducantur EG DH FK. rursus à punctis GHK ipsi BC çquidistantes ducantur GL HM KN. Dico triangulum ABC ad omnia triangula ALG GMH HNK KFC simul sumpta eandem habere proportionem, quam habet CA ad AG.

2. *sexti.* Quoniā enim FK ęquidistans est ipsi DH; erit CF ad FD, vt CK ad KH. suntq; CF FD æquales; ergo & CK KH inter se sunt æquales. similiter propter lineas æquidistantes FK
1. *lemma.* DH EG, ita est KH ad HG, vt FD ad DE; est autem FD æqualis DE; erit igitur KH ipsi HG æqualis. Pariquè ra-



tione ostendetur ob ęquidistantes lineas DH EG BA, lineā HG ipsi GA æqualem esse. Ex quibus patet CK KH HG GA inter se æquales esse. Quoniam autem trianguloiū ABC kFC angulus ad C est vtrique communis; & ABC ipsi kFC,
29. *primi.* & BAC ipsi FKC æqualis, cùm sit Fk ipsi AB æquidistans; erit triangulum ABC ipsi KFC simile. & quoniam NK FC, & HN KF sunt ęquidistantes, erunt anguli KCF CkF angulis HkN KHN ęquales; ac propterea reliquus CFK reliquo KNH ęqualis: latus verò CK lateri KH est ęquale; erit igi-
26. *primi.* tur triangulum KFC triangulo HNK simile, & ęquale. similiterquè ostēdetur omnia triangula ALG GMH HNK KFC inter se similia, & æqualia esse. & ob id ipsi ABC similia esse. Fiat igit vt AC ad AG, ita AG ad aliā O. similiter vt AC ad GH, ita GH ad P. rursus vt AC ad Hk, ita HK ad Q. deniquè vt AC ad Ck, ita CK ad R. & quoniam AG GH HK KC
ex 17. *quin.* sunt æquales, eadem AC ad vnamquamque ipsarum eandem habebit proportionem, ergo eandem quoque habebit propositionem AG ad O, vt GH ad P, & HK ad Q, &

KC

KC ad R. ac propterea lineæ OPQR inter se sunt æquales. At verò quoniam ita est AC ad AG, vt AG ad O, & vt AC ad GH, ita GH, hoc est AG ipsi çqualis, ad P, rursus vt AC ad HK, ita HK, hoc est AG ad Q. ac tandem vt AC ad KC, ita KC, hoc est AG ipsi çqualis, ad R. erit AC ad omnes consequentes simul sumptas AG GH HK KC, hoc est erit AC ad eandem AC, vt AG ad omnes simul OPQR. vnde sequitur omnes simul OPQR ipsi AG çquales esse. Itaque quoniam similia triangula in dupla sunt proportione laterum homologorum, erit triangulum ABC ad ALG, vt AC ad O. eodemquè modo erit triangulum ABC ad GMH, vt AC ad P. rursus ABC ad HNK, vt AC ad Q, & vt idem ABC ad KFC, ita AC ad R. triangulum igitur ABC ad omnes consequentes, videlicet ad omnia triãgula simul sumpta ALG GMH HNK KFC, erit vt AC ad omnes simul OPQR. hoc est ad AG. ostensum est igitur, quod propositum fuit.

ex præcedẽti lemmate

19. sexti.

ex præcedẽti lemmate

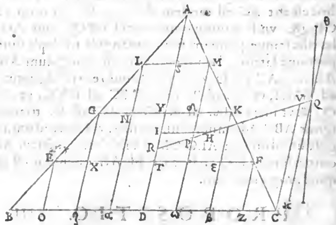
PROPOSITIO. XIII.

Omnis trianguli centrum grauitatis est in recta linea ab angulo ad dimidiam basim ducta.

Sit triangulum ABC & in ipso sit AD ab angulo A ad dimidiam basim BC ducta. ostendendum est, centrum grauitatis trianguli ABC esse in linea AD. Non sit quidem, sed si fieri potest sit punctum H. & ab ipso ducatur HI æquidistans ipsi BC, quæ ipsam AD secet in I. *Deinde diuisa DC bifariam, idquè semper fiat, donec relinquatur linea D℞ minor ipsa HI. Diuidaturquè ipsarum vtraque BD DC in partes æquales D℞*, partesquè in DC existentes sint D℞ ℞Z ZC; quibus respondeant æquales partes D℞℞O OB. *& à sectionum punctis ducantur OE ℞G ℞L ℞M ℞K ZF æquidistantes ipsi AD. & connectantur EF Gk LM. quæ nimirum ipsi BC æquidistantes erunt.* cùm enim sint BD DC inter se æquales, itidem OB ZC æquales; erit DO ipsi DZ çqualis. quare DO ad OB est, vt DZ ad ZC. Quoniam autem EO FZ sunt

ex 1. decimi.

2. sexti. ipsi AD æquidistantes, erit AE ad EB, vt DO ad OB; & vt DZ ad ZC, sic AF ad FC. atque DO ad OB est, vt DZ ad ZC. erit igitur AE ad EB, vt AF ad FC. quare EF ipsi BC
2. sexti. est æquidistans. eodemquè modo ostendetur, ita esse AG ad



GB, vt AK ad KC, & AL ad LB, vt AM ad MC. ex quib° sequitur LM GK EF non solùm ipsi BC, verùm etiam interse se parallelas esse. secet EF lineas Gζ Kβ in Xε. ipsam verò AD in T. lineaquè GK secet Lα Mω in Nφ, & AD in Y. linea deniquè LM ipsam AD in S dispescat. Quoniam autem Dω est ipsi HI æquidistans, estquè Dω minor quã HI, linea ωM ipsi AL equidistans ipsam HI secabit. ac propterea punctum H centrum grauitatis trianguli ABC extra parallelogrammum DM reperitur. At verò quoniam LD DM
34. primi. sunt parallelogramma, erunt LS αD interse æquales. similiter SM Dω equales. sunt verò αD Dω equales: ergo & LS SM interse sunt equales. eademquè ratione NY Yφ interse, & ipsis LS SM equales existent. quare linea SY bifariam diuidit latera opposita parallelogrammi MN. pariquè ratione ostendetur lineam YT bifariam diuidere opposita latera parallelogrammi KX; lineamquè TD latera opposita paral-

lelogrammi

lelogrammi FO bifariam quoque diuidere. *Itaque parallelogrã mi MN centrum grauitatis est in linea YS. parallelogrammi verò KX grauitatis centrum est in linea TY. parallelogrammi autem FO in linea TD; magnitudinis igitur ex* his *omnibus* parallelogrammi MN KX FO *compositæ centrum grauitatis est in recta linea SD. sit itaque punctum R.* quod quidem erit centrum grauitatis figuræ LNGXEOZP[illegible]K[illegible]M. *iũgaturq; RH, & producatur*, quæ ipsã [illegible]M secet in P. *ipsiquè AD* à puncto C *æquidistans ducatur CV*, quæ ipsi RH occurrat in V. *triangulũ itaque ADC ad omnia triangula ex AM MK kF FC descripta similia ipsi ADC*, hoc est ad triãgula ASM M[illegible]K K[illegible]F FZC simul sumpta *eandem habet proportionem, quam habet CA ad AM. siquidem sunt AM MK kF FC æquales* 1. lemma. *quia verò, & triangulum ADB ad omnia ex AL LG GE EB descripta triangula similia* ALS LGN GEX EFO *eandem habet proportionem, quam BA ad AL*: & antecedentes simul ad omnes consequentes, hoc est totum triangulum ABC ad omnia triangula simul sumpta, quæ sunt in AB, & in AC constituta, eandem habebit proportionem, quam habet AC AB simul ad AM AL simul, quia verò ob similitudinẽ triangulorũ ex 12. quinti ABC ALM CA ad AM est, vt BA ad AL; erit CA ad AM, vt CA BA simul ad AM AL simul. *triangulum igitur ABC ad omnia prædicta triangula eandem habet proportionem quam habet CA ad AM. Atque CA ad AM maiorem habet proportionem, quàm VR ad RH; etenim proportio ipsius CA ad AM est eadem, quæ est totius VR ad ipsã RP. quãdoquidẽ triangula* ACD MC[illegible] *sunt similia.* sintq; AD & M[illegible] æquidistantes, sitquè propterea CA ad AM, vt CD ad D[illegible]. & quoniam VR DC à lineis DR [illegible]P CV æquidistantib[us] diuiduntur; erit C[illegible] ad [illegible]D, vt VP ad PR. & cõponendo CD ad D[illegible], vt VR ad RP. quare vt CA ad AM, ita VR ad RP. quia verò VR ad RP maiorem habet proportionem, quàm ad RH. maiorem quoque habebit proportionem CA ad AM, quàm VR ad RH. est autem CA ad AM, vt triangulũ ABC ad omnia triangula in lineis AC AB. (vt dictum est) constituta; ergo *& triangulum ABC ad prædicta triangula maiorem habet proportionem, quàm VR ad RH. Quare & diuidendo parallelogrãma MN kX FO*, hoc est figura LNGXEOZP[illegible]K[illegible]M *ad circumrelicta triangula* in lineis AC AB constituta *maiorem ha-*

ex 4. sexti

1. lemma.
8. quinti.
11. quinti.
8. quinti.

20. quinti
add.

bent proportionem, quam ℵH *ad HR.* linea igitur, quæ eandem habeat proportionem ad HR, quam parallelogramma MN kX FO ad circumrelicta triangula, maior erit, quàm VH. *Fiat itaquè in eadem proportione QH ad HR, ut parallelogramma ad triangula;* erit vtique QH maior, quam VH. *Quoniam igitur est magnitudo ABC, cuius centrum grauitatis est H, & ab ea magnitudo auferatur composita ex MN kX FO parallelogrammis; & magnitudinis ablatæ centrum grauitatis est punctum R; magnitudinis reliquæ ex circumrelictis triangulis compositæ centrum grauitatis erit in recta linea RH* ex parte H *producta, assumptaque aliqua* vt QH, *quæ ad HR eam habeat proportionem, quam habet magnitudo* ex parallelogrammis MN KX FO constans *ad reliquum,* hoc est ad reliqua triangula. *ergo punctum Q centrum est grauitatis magnitudinis ex ipsis circumrelictis* triangulis *composita. quod fieri non potest. ducta enim recta linea* θκ *per Q ipsi AD æquidistante in* eodem *plano* triã guli ABC, *in ipsa essent omnia centra* grauitatis triangulorum, *hoc est in vtramque partem* Qθ Qκ, centraque grauitatis trianguli ALM, ac centrum magnitudinis ex vtrisquè triangulis LGN MKσ cõpositę in parte Qθ esse deberẽt.

8. *huius.*

centra

centra verò grauitatis magnitudinis ex GEX KF compositę, ac magnitudinis ex ETO EZC compositæ, essent in parte Q, ita vt punctum Q magnitudinis ex omnibus triangulis compositæ centrum esset grauitatis; quæ quidem sunt omnino absurda. Quòd si ducta linea per Q non fuerit etiam ipsi AD æquidistans, eadem sequentur in conuersione. *Manifestum est igitur; quod propositum fuerat.*

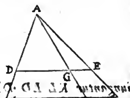
SCHOLIVM.

Id ipsum vult adhuc Archimedes aliter ostendere. ob sequentem verò demonstrationem hoc priùs cognoscere oportet.

LEMMA.

Si intra triangulum vni lateri ęquidistans ducatur, ab opposito autem angulo intra triangulum quoquè recta ducatur linea, æquidistantes lineas in eadem proportione dispescet.

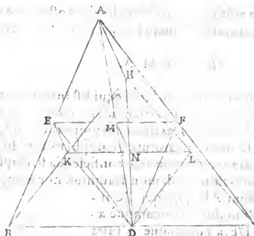
Hoc in secundo nostrorum planisphęriorum libro in ea parte ostendimus, vbi quomodo conficienda sit ellipsis, instrumento à nobis inuento demonstrauimus. hoc nempè modo.



Sit triangulum ABC, ipsiquè BC intra triangulum ducatur vtcumquè æquidistans DE. à punctoquè A intra triangulum similiter quocumque ducatur AF; quæ lineam BC secet in F; lineam verò DE in G. Dico ita esse CF ad FB, vt EG ad GD. Quoniam enim GE FC sunt æquidistantes, erit triangulum AFC triangulo AGE æquiangulum; vt igitur AF ad AG, ita CF ad EG; eadem de causa erit ita FA ad AG, vt FB ad GD; quare vt CF ad EG, ita est FB ad GD; & permutando, vt CF ad FB, ita EG ad GD. quod demonstrare oportebat. *ex 4. sexti* *11. quinti* *16. quinti.*

IDEM ALITER.

Sit triangulum ABC, ducaturquè AD ab angulo A *ad dimidiā* basim *BC. Dico in linea AD centrum esse grauitatis trianguli ABC, Non sit autem, sed si fieri potest, sit H. iunganturquè AH HB HC, &* *ED* DF *FE ad dimidias BA* BC *AC* ducantur, secetquè EF ipsam AD in M. *& ipsi AH æquidistantes ducantur EK FL. &*



iungantur KL LD Dk DH; secetquè DH ipsam KL in N. iungaturquè *MN. Quoniam igitur triangulum ABC simile est triã gulo DFC, cùm sit BA ipsi FD æquidistans*; siquidem sunt latera CA CB bifariam diuisa, ideoquè sit CF ad FA, vt CD
2.sexti. ad DB. *trianguliquè ABC centrum grauitatis est punctum H; &*
11.huius. *trianguli FDC centrum grauitatis erit punctum L. puncta enim HL intra vtrumquè triangulum sunt similiter posita. etenim ad homologa latera angulos efficiunt æquales. hoc enim perspicuum. est* cùm enim sint triangulorum ABC DFC homologa latera AC FC,
29. primi. AB FD, BC DC, sintquè AH FL æquidistantes; erit angulus LFC angulo HAC ęqualis. sed angulus CFD est ipsi

CAB æqualis; reliquus igitur angulus LFD reliquo HAB æqualis existit. & quoniam ita est CF ad FA, vt CL ad LH, cùm sint FL AH æquidistantes. CF verò dimidia est ipsius CA, erit & CL ipsius quoque CH dimidia. at CD ipsius CB dimidia existit; erit igitur DL ipsi BH æquidistans. ac propterea angulus LDC est ipsi HBC æqualis, & LDF ipsi HBA æqualis. cùm sit totus CDF toti CBA æqualis; anguli verò ACH & HCB tam sunt trianguli ABC, quàm FDC. *Ob eandem autem rationem trianguli EBD centrum grauitatis est punctum K.* similiter enim ostendetur punctum K in triangulo EBD esse similiter positum, vt H in triangulo ABC. *Quare magnitudinis ex vtrisquè triangulis EBD FDC compositæ centrum grauitatis est in medietate lineæ kL. cum triangula EBD FDC sint æqualia.* sunt enim in æqualibus basibus BD DC, & in ijsdem parallelis EF BC, siquidem est AE ad EB, vt AF ad FC. quippè cùm latera AB AC sint bifariam diuisa. *medium verò ipsius kL est punctum N; cùm sit* KE ipsi AH æquidistans, & ob id sit *BE ad EA, vt Bk ad kH.* & vt BE ad EA, ita CF ad FA; *vt autem CF ad FA, sic CL ad LH.* quare vt BK ad KH, ita CL ad LH, *Si autem hoc. æquidistans est BC ipsi kL, & iuncta est DH, erit igitur BD ad DC, vt KN ad NL.* D verò medium est ipsius BC. ergo & N medium est ipsius KL. *Quare magnitudinis ex vtrisquè dictorũ triangulorum* EBD & FDC *compositæ centrum* grauitatis *est punctum N. parallelogrammi verò AEDF centrum grauitatis est punctum M,* vbi similiter diametri concurrunt, *ac propterea magnitudinis ex omnibus* triangulis EBD FDC vnà cũ parallelogramo AEDF *compositæ centrum grauitatis est in linea MN. Verùm* triangulorũ EBD FDC, simulquè parallelogrammi AEDF, hoc est totius *trianguli ABC grauitatis centrum est punctum H; linea igitur MN producta transibit per punctum H. quod esse non potest.* etenim cùm sit KN ipsi BD æquidistans; erit BK ad KH, vt DN ad NH: vt autem BK ad KH, ita est BE ad EA, & vt BE ad EA, ita est DM ad MA, cùm sit EM ipsi BD æquidistans. erit igitur DM ad MA, vt DN ad NH. quare MN ipsi AH est æquidistans; ideoquè MN numquam cùm AH conuenire potest. *Non est igitur* punctum *H centrum grauitatis trianguli*

2. sexti.
2. sexti.
29. primi.
11. huius.
4. huius.
38. primi.
2. sexti.
2. sexti.
11. quinti.
2. sexti.
lemma.
11. huius.
4
A

ABC, quare non est extra lineam AD. in ipsa igitur existit. Quod demonstrare oportebat.

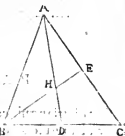
SCHOLIVM.

Inquit Archimedes *linea igitur MN producta transibit per punctum H: quod esse non potest,* nempe, vt non ipsamet linea MN, sed eius pars, siue ad M, siue ad N producta cum H conuenire oporteat, cum tamen ipsamet linea MN per punctum H transire debeat. ita vt punctum H sit inter puncta MN; hoc est in linea MN, & non in eius parte producta. Nam si punctum H centrum est grauitatis totius trianguli ABC. punctum verò N centrum grauitatis magnitudinis ex triangulis EBD FDC compositę; atque punctum M centrum grauitatis parallelogrammi AEDF; oportet vt punctum H ita lineam diuidat MN; vt eius partes magnitudinibus permutatim respondeant. vt nimirum pars ad M ad partem ad N sit, vt magnitudo ex triangulis EBD FDC constans ad parallelogrammum AEDF. vt ex sexta, & octaua huius propositione perspicuum est. Quare punctum H in linea MN esse debere; vt ipsemet Archimedes paulò superius affirmauit, dum inquit. *ac propterea magnitudinis ex omnibus composite centrum grauitatis est in linea MN.* & non dixit in eius parte producta. Quocirca vel defectum est verbum illud *producta*, tanquam ab aliquo additum. vel ideo tamen hoc dixisse voluit Archimedes, vt ostenderet lineam MN nullo modo (etiam si produceretur) cum H conuenire posse.

PROPOSITIO. XIIII.

Omnis trianguli centrum grauitatis est punctum in quo rectæ lineæ ab angulis trianguli ad dimidia latera ductæ conueniunt.

Sit triangulum ABC, & ab angulo A ducatur AD ad dimidiam BC. BE verò ab angulo B ad dimidiam AC. quę quidem lineę AD BE se inuicem secent in puncto H. *Quoniam igitur centrum grauitatis trianguli ABC est in vtraque linea AD BE; hoc enim demonstratum est* in pręcedenti. erit vtique centrum grauitatis, vbi lineę AD BE se inuicē secāt. secant verò sese in H. *ergo punctum H centrum est grauitatis* trianguli ABC. quod demonstrare oportebat.



SCHOLIVM.

Similiter si ducta fuerit CH, & producta, bifariam secaret AB. In hac enim linea esset centrum grauitatis trianguli; cētrum verò est in linea ab angulo ad dimidiam basim ductà: ergo hæc linea ab angulo C ad dimidiam AB ducta esset. Præterea si linea à puncto C ad dimidiam AB ducta nō transiret per H; esset vtique in hac linea centrum grauitatis; sed cētrum quoque grauitatis est in linea AD, & in linea BE, ut in H; vnius igitur figurę plura darentur centra grauitatis. quod fieri non potest. quod quidem, cùm sit inconueniens, nos in nostro Mechanicorum libro dari non posse supposuimus. Quare linea CH in directum ducta, bifariam secaret AB. quod quidem paulò infra aliter quoque ostendemus, nōnullis prius demonstratis; quæ Archimedes ob sequentem demōstrationem, tanquam demonstrata supponit. Vult enim Archimedes, postquam inuenit centrum grauitatis cuiuslibet trianguli, centrum quoque grauitatis quærere trapezij duo latera ęquidistantia habentis. quod est quidem pars trianguli, & tanquam frustum à triangulo abscissum. supponitquè centrum grauitatis cuiuslibet trianguli esse in recta linea basi ducta ęquidistante, quæ latera ita diuidat, vt partes ad uerticem sint reliquarum partium duplæ. quod quidem ortum ducit ex cognitione alterius theorematis ostendentis centrum gra-

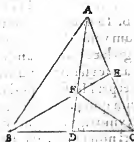
13. *huius.*

uitatis

uitatis cuiuslibet trianguli esse in recta linea ab angulo ad dimidiam basim ducta (vt Archimedes demonstrauit) & insuper in eo puncto, quod dictam lineam diuidat ita, vt pars ad angulum reliquę ad basim sit dupla. Quare hoc prius ita ostēdemus.

PROPOSITIO.

Omnis trianguli centrum grauitatis est punctum in recta linea ab angulo ad dimidiam basim ducta existens, quod lineam diuidat, ita vt portio ad angulum reliquæ ad basim, sit dupla.



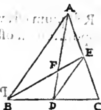
Sit triangulum ABC, in quo ab angulo A ad dimidiam basim BC recta ducatur linea AD. Ducaturquè ab angulo B ad dimidiam basim AC linea BE, quæ secet AD in F. Et quoniam centrum grauitatis triāguli ABC est punctum F; ostendendū est lineam FA ipsius FD duplam esse. iungatur FC. quoniam enim AE est ęqualis ipsi EC, erit triangulum ABE triangulo EBC æquale, cùm sint sub eadem altitudine. Ob eandemquè causam triangulū AFE triangulo EFC existit æquale. si igiturà triangulo ABE auferatur triangulum AFE, & à triangulo EBC triangulum auferatur EFC; relinquetur triangulum ABF triangulo BFC æquale. Rursusquoniam BD est æqualis ipsi DC; erit triangulum BFD triangulo DFC æquale, siquidem eandem habent altitudinem. duplum igitur est triangulum BFC triāguli BFD. Quare & triangulum ABF trianguli BFD duplum existit. quia verò triangula ABF FBD in eadem sunt altitudine, idcirco sese habebunt, vt bases AF FD. atque triangulum ABF duplum est ipsius FBD; ergo portio AF ipsius FD dupla existit. quod demonstrare oportebat.

14. *huius.* 1. *sexti.* 1. *sexti.* 1. *sexti.*

ALITER

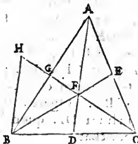
ALITER.

Sit rurſus triangulum ABC, & AD BE ab angulis ad dimidias baſes ductæ ſint; eritq; punctum F (vbi ſe inuicem ſecant) centrum grauitatis trianguli ABC. Dico AF ipſius FD duplam eſſe. Iungatur DE. Quoniam enim BC AC in punctis DE bifariam ſecantur; erit CD ad DB, vt CE ad EA; linea igitur DE ipſi AB eſt æquidiſtans. quare triangulum ABC ſimile eſt triangulo EDC. ac propterea ita eſt BC ad CD, vt AB ad DE. eſt autem BC dupla ipſius CD (ſiquidem punctum D bifariam diuidit BC) erit igitur AB dupla ipſius DE. At verò quoniam AB DE ſunt parallelæ, erit triangulum AFB triangulo EFD ſimile. & vt AB ad ED, ita AF ad FD. eſt autem AB ipſius ED dupla, ergo AF ipſius FD dupla exiſtit. quod demonſtrare oportebat. 14. *huius.* 2. *ſexti.* 4. *ſexti.* 4. *ſexti.*



Ex ijs, quæ demonſtrata ſunt, oſtendemus, quod paulò ante propoſuimus, nempè cùm lineæ AD BE bifariam ſecent BC CA. Dico lineam CF productam bifariam quoque ſecare ipſam AB.

Producatur enim (ijsdem poſitis) CFGH; quæ lineam AB ſecet in G. & à puncto B ipſi AD æquidiſtans ducatur BH. quæ ipſi CG occurrat in H. Quoniam igitur FD eſt ipſi BH æquidiſtans, erit CD ad DB, vt CF ad FH. CD verò eſt æqualis BD; ergo CF ipſi FH æqualis exiſtit. ac proprerea CH dupla eſt ipſius CF. At verò quoniam ob ſimilitudinem triangulorũ CBH CDF, ita eſt HC ad CF, vt BH ad DF; erit & BH ipſius FD duplex. 2. *ſexti.*



verùm & AF (ex proximè demonstratis) ipsius FD duplex existit. erunt igitur BH FA interse æquales. Quoniam autem BH est æquidistans ipsi AF, æquiangula erunt triágula GBH GAF. quare vt BH ad AF, ita BG ad GA, quia verò BH est ipsi AF æqualis; erit & BG ipsi GA æqualis. ergo recta linea EFG bifariam diuidit AB. quod demonstrare oportebat.

ex 4. sexti

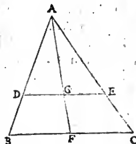
Reliquum est, vt ob sequentem demonstrationem alteram propositionem ostendamus.

PROPOSITIO.

Centrum grauitatis cuiuslibet trianguli est in recta linea basi ducta æquidistante, quæ latus ita diuidat, vt pars ad angulum reliquæ ad basim sit dupla.

In trianagulo enim ABC ducta sit DE basi BC æquidistans, quæ latus AB diuidat in D, ita vt DA ipsius DB sit duplex. Dico in linea DE centrum esse grauitatis trianguli ABC. Ducatur ab angulo A ad dimidiam BC linea AF, quæ diuidat DE in G. erit AD ad DB, vt AG ad GF, ac propterea erit AG ipsius GF dupla. punctum ergo G centrum est grauitatis trianguli ABC. Quare constat centrū esse in linea DE. quod demonstrare oportebat

2. sexti.



COROL-

COROLLARIVM.

Ex hoc elici potest centrum grauitatis cuiuslibet trianguli esse in medio ductæ lineæ basi æquidistantis, quę latus diuidat ita, vt portio ad verticem sit reliquę ad basim dupla.

Est enim DG ad GE, vt BF ad FC. sunt verò BF FC æquales; ergo & DG GE inter se sunt æquales. quare grauitatis centrum G est medium lineę DE. *lemma ãte 2. demonstrationem 13. huius.*

PROPOSITIO. XV.

Omnis trapezij duo latera inuicem habentis æquidistantia centrum grauitatis est in recta linea, quæ latera æquidistantia bifariam secta cõiungit; ita diuisa, vt ipsius portio terminum habens minorem parallelam bifariam diuisam ad reliquã portionem eandem habeat proportionem, quam habet vtraque simul, quæ sit æqualis duplæ maioris parallelarum cum minore ad duplã minoris cum maiore.

Sit trapezium ABCD habens latera AD BC parallela. linea verò EF bifariam diuidat AD BC. Quòd igitur in linea EF sit centrum grauitatis trapezii, perspicuum est. productis enim CDG FEG BAG; liquet in idem punctum, putà G *concurrere.* proptereà quòd cùm sit AD æquidistans ipsi BC, necesse est proportionem ipsius BA ad AG, ipsiusquè FE ad EG, & CD ad DG, quæ nimirũ in omnibus eadẽ est, in vnũ & idẽ pũctũ terminare. *eritq; trianguli GBC centrum grauitatis in linea GF. similiterquè trianguli* *ex 2. sexti* *13. huius.*

8. huius. *AGD centrum grauitatis in linea EG. ergo reliqui trapezii ABCD centrum grauitatis erit in linea EF. iungatur itaque BD, quæ in tria æqua in punctis KH diuidatur. ac per ea ducatur LHM NKT ipsi BC æquidistantes*; quæ lineam EF in punctis RS dispescant. *Iunganturque DF BE*, secetque DF lineam LM in X. ipsa verò EB secet NT in O. Iungaturque *OX*, quæ lineam EF in

P secet. *erit itaque trianguli DBC centrum grauitatis in linea HM.*

ex proxime demonstratis. *cùm sit HB tertia pars ipsius BD*; sitque propterea DH ipsius HB dupla. *& per punctum H ducta sit basi* BC *æquidistans MH.*

* 13. huius. *est autem centrum quoque grauitatis trianguli DBC in linea DF*; quæ est ab angulo D ad dimidiam BC ducta. *Quare dicti trianguli centrum grauitatis est punctum X. Eademque ratione* cùm sit DK tertia pars ipsius DB, ac propterea sit BK ipsius KD dupla; sitque KN æquidistans ipsi AD; erit centrum grauitatis trianguli ABD in linea KN; idem verò centrum reperitur quoque in linea BE, cùm sit ab angulo B ad dimidiam AD ducta; ergo *punctum O*, vbi se inuicem secant, *centrum est grauitatis trianguli ABD. magnitudinis igitur ex vtrisque triangulis ABD BDC compositæ, quæ est trapezium* ABCD, *centrum grauitatis est in recta li-*

nea OX. dicti autem trapezii centrum grauitatis est etiam in linea EF, quare trapezii ABCD centrum grauitatis est punctum P. At verò triangulum BCD ad ABD proportionem habet eam, quam OP ad PX. cùm sint puncta OX triangulorum centra grauitatis, ac punctum P vtrorumque commune centrum. *Sed vt triangulum BDC ad triangulum ABD, ita est* quoque basis *BC ad* basim *AD*. cùm triangula eandem habeant altitudinem, siquidem sunt in iisdem parallelis AD BC. quare vt BC ad AD, ita OP ad PX. *Sed* quoniam anguli RPO SPX ad verticem sunt ęquales, & angulus PRO ipsi PSX, veluti angulus ROP angulo PXS est ęqualis, erit triangulum OPR triangulo XPS simile; quare *vt OP ad PX, sic PR ad PS*. est autem BC ad AD, vt OP ad PX; *vt igitur BC ad AD, ita RP ad PS*. & antecedentium dupla, duæ scilicet BC ad AD, vt duæ PR ad PS. & componendo duæ BC cum AD ad AD; vt duæ PR cum PS ad PS. & ad consequentium dupla, vt scilicet duæ BC cum AD ad duas AD, ita duæ PR cum PS ad duas PS. dictum est autem BC ad AD ita esse, vt PR ad PS. quare conuertendo AD ad BC erit, vt PS ad PR. & antecedentium dupla hoc est duæ AD ad BC, vt duæ PS ad PR. Itaque in eadem sunt proportione duę BC cum AD ad duas AD, vt duę PR cũ PS ad duas PS. sicut verò duę AD ad BC, ita duę PS ad PR. antecedentes igitur ad suas simul consequentes in eadem erunt proportione. *Quare sicut duæ BC cum AD ad duas AD cum BC, ita duæ RP cum PS ad duas PS cum PR, verùm duæ quidem RP cum PS est vtraque simul SR RP.* bis enim assumitur PR, semel verò PS. Cùm autem lineæ DH ES à lineis diuidantur ęquidistantibus ED OT HM, erit DK ad KH, vt ER ad CS; kD verò est æqualis KH, erit ER ipsi RS ęqualis. erit igitur ER cum RP, *hoc est PE* ipsis SR RP ęqualis. *duæ verò PS cum PR est vtraque PS SR*. bis enim assumitur PS, semelquè PR. & quoniam FS est ęqualis ipsi SR. quod quidem eodem modo ostendetur, cùm sit FS ad SR, vt BH ad Hk. erit FS cum SP, *hoc est PF* ipsis PS SR æqualis. Quare ita se habet PE ad PF, vt duæ BC cum AD ad duas AD cum BC. Centrum igitur grauitatis P trapezij ABCD in linea est EF, quæ cõiungit parallelas AD BC bifariam di-

6. *huius.*
1. *sexti.*
15. *primi.*
29. *primi.*
ex 4 *sexti.*
11. *quinti.*
18. *quinti*
corol. 4. *quinti.*
cor. 2. *lemma ante* 13 *huius.*
1. *lemma in* 13. *hui*

uisas

uitas; ita vt pars PE, quæ est ad minorem parallelam AD ad reliquampartem PF eam habet proportionem, quam dupla ipsius BC, quæ est maior æquidistantium, vnà cum minori AD, ad duplam minoris AD cum maiore BC. *ergo demonstrata sunt, quæ proposita fuerant.*

SCHOLIVM.

* Græcus codex post ea verba, *cùm sit HB tertia pars ipsius BD,* habet καὶ διὰ τοῦ θ σαμείου παράλληλος τᾷ βάσει οὐκ τὰς ἁ μθ, quorũ quidem verba illa οὐκ τὰς perperam leguntur; quorum loco ponerem ἀγομένα ἐστὶ, ita vt sint hoc modo restituenda, καὶ διὰ τοῦ θ σαμείου παράλληλος τᾷ βάσει ἀγομένα ἐστὶ ἁ μθ.

Hæc sunt, quæ de centro grauitatis figuratum rectilineaũ Archimedes scripta reliquit. Ex quibus maxima certè vtilitas habetur; neque ampliùs de rectilineis figuris Archimedes pertractare voluit, ex dictis enim alia omnia dependent. Nam cẽtra grauitatis rectilinearum figurarum, quæ æquales angulos, lateraquè æqualia habent, ex his inuenire poterimus. quæ quidem figuræ in circulo inscribi possunt. Quod sanè Federicus Cõmandinus in eius libro de centro grauitatis solidorum in prioribus propositionibus præstitit. aliaquè nonnulla, vt centragrauitatis rectilinearum figurarum in ellipsi, deindè ipsius circuli, & ellipsis centra grauitatis inuenit. omnesquè demonstrationes in ijs, quæ in hoc libro iam demonstrata sunt, fundauit. præterea ex his etiam idem Commandinus in commẽtarijs libri Archimedis de quadratura paraboles, (quo ad praxim) grauitatis centrum cuiuslibet figuræ rectilineæ adinuenit. Quod quidem nos quoque, vt initio polliciti fuimus, nõ nullis mutatis idem ostendemus. hoc prius supposito.

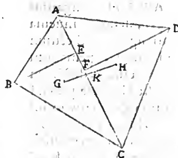
Triangula in eadem basi constituta eam inter se proportionem habent, quam eorum altitudines.

Hoc autem demonstratum est ab excellentissimis viris, verisquè Euclidis interpretibus, Federico Cõmandino, & Christophoro Clauio; qui hanc propositionem post primam sexti libri Euclidis demonstrarunt.

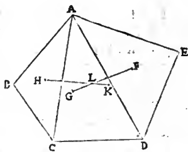
PROBLEMA.

Cuiuslibet rectilineę figurę centrum grauitatis inuenire.

Triangulorum centrum grauitatis iam ab Archimede demonstratum est.

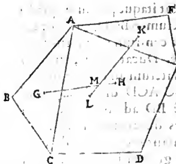


Sit itaque primùm quadrilaterum ABCD, cuius oporteat centrum grauitatis inuenire. Ducatur AC, quæ quadrilaterum in duo triangula ABC ACD diuidet. à pūctisque BD ad AC perpendiculares ducantur BE DF. Inueniantur deinde ex dictis cētra grauitatis triangulorum ABC ACD. sintque puncta GH. iungaturque GH, quæ diuidatur in K, ita vt GK ad KH sit, vt DF ad BE. Dico punctum K centrum esse grauitatis quadrilateri ABCD. Quoniam enim triangula ABC ACD in eadem sunt basi AC, erunt inter sese, vt altitudines. quare triangulum ACD ita se habet ad triangulū ABC, vt DF ad BE. hoc est GK ad KH. punctū ergo K cētrum est grauitatis magnitudinis ex vtrisque triangulis ABC ACD compositæ; hoc est quadrilateri ABCD. *ex 6. huius.*

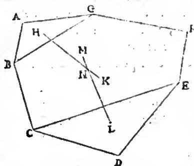


Sit autem pentagonum ABCDE. iungāturque AC AD. inueniaturque triāguli ABC centrum grauitatis H. quadrilateri verò ACDE ex proximè demōstratis cētrum grauitatis inueniatur K. Iam vtique constat (ducta HK) centrum grauitatis totius ABCDE in linea

HK existere. Rursus trianguli ADE centrum inueniatur F. quadrilateri verò ADCB punctum G. iungaturquè GF. erit eodem modo centrum grauitatis totius ABCDE in linea FG. sed est quoque in linea HK, ergo vbi se inuicem secant, vt in L, centrum erit grauitatis pentagoni ABCDE.



In hexagonis similiter. vt ABCDEF iungantur AC AE, deinceps inueniatur trianguli ABC cẽtrum grauitatis G, pentagoni verò ACDEF ex dictis centrum sit H. ductaquè GH centrum grauitatis totius ABCDEF erit in linea GH similiter centrum grauitatis trianguli AFE sit K, pẽtagoni verò AEDCB sit L, iunctaquè KL, erit centrum grauitatis totius hexagoni in linea KL. verùm est etiam in linea GH. ergo erit in M. in quo GH KL se inuicem secant.



Nequè aliter in heptagono ABCDEFG, in quo ducantur BG CE. trianguli verò ABG centrum grauitatis sit H. hexagoni autẽ GBCDEF, sit K. deinde trianguli CDE centrũ grauitatis sit L, hexagoni verò CEFGAB sit M. iunctisquè HK ML, eadem ratione centrum grauitatis totius heptagoni erit in vtraquè linea Hk LM. ergo erit in N.

* Eodemquè prorsus modo in octagono, & in alijs deinceps figuris centrum grauitatis inuenietur. quæ quidem facere oportebat.

Cur

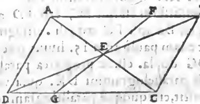
Cur autem hoc modo centra grauitatum in præfatis figuris positione tantùm, & non determinatè ea in determinata linea, & in tali situ existere inuenerimus, vt in parallelogrammis & in triangulis factum fuit ab Archimede; explicabitur in secundo libro post tertiam proportionem; vbi ostendemus, in quibus figuris determinatè inueniri potest centrum grauitatis.

Antequàm autem finem primo libro imponamus, reliquũ est; vt ea quæ in præfatione supposuimus, ostendamus. primùmque quando secundùm rectam lineam aliqua diuiditur figura per centrum grauitatis, aliquando diuidi in partes semper ęquales, & aliquando in partes inæquales.

PROPOSITIO.

Figura dari potest, quę per centrum grauitatis recta linea diuisa; semper in partes diuidatur æquales.

Sit parallelogrammũ ABCD, cuius centrũ grauitatis E. Ducaturque per E vtcunq; linea GEF, quę vel diameter est, vel min⁹. si est diameter, iam cõstat parallelogrãmum in duo



ęqua esse diuisum. Si verò non est diameter, ducatur diametri AC BD, quæ per E transibunt. Quoniam igitur AF est æquidistans ipsi CG. erit angulus EAF ipsi ECG, & EFA ipsi EGC æqualis, est autem AEF ipsi GEC ad verticem æqualis, latusq; AE ipsi EC æquale; erit triangulum AEF triangulo CEG ęquale. eodemque modo ostendetur triangulum FEB triangulo EGD. & triangulum AED ipsi BEC æquale. Ex quibus patet. figuram ex tribus triangulis compositam, hoc est figuram FGDA ipsi FGCB æqualem esse. diuiditur ergo parallelogrãmum à linea per centrum grauitatis ducta in partes semper ęquales. quod demonstrare oportebat. 34. primi. 29. primi. 15. primi.

Hoc idem multis alijs figuris accidet, vt pentagonis, hexagonis æquiangulis, & æquilateris, & alijs.

PROPOSITIO.

Figura dari potest, quæ per centrum grauitatis recta linea diuisa, non semper in partes diuidatur ęquales.

Habeat triangulum ABC latera AB AC æqualia. trianguli verò centrum grauitatis sit D. à quo ipsi BC ęquidistans ducatur FDG. Dico partem AFG minoré esse parte BFGC. ducatur ADE, quæ bifariam
ex 13. hui' BC diuidet. & à puncto G ipsi AE ęquidistans ducatur HGK. compleanturquè figurę EH KF. Quoniam enim FG
lemma ante secundā demonstrationē 13 huius. ęquidistans est ipsi BC, erit FD ad DG, vt BE ad EC; & est BE ipsi EC æqualis. erit igitur FD ipsi DG ęqualis. Vt etiam paulò ante 15. huius ostendimus. quare FG ipsius DG dupla. est. ac propterea parallelográmum FK duplum est parallelogrammi DK. quia verò AD ipsius DE dupla existit, erit quoquè parallelogrammum DH ipsius DK duplum. Quare DH ipsi FK est æquale. At verò, quoniam
ex 41. primi. FG dupla est ipsius DG. erit triangulum AFG parallelográmo DH æquale. triangulum igitur AFG parallelográmo FK est æquale. Quare pars AFG parte BFGC minor existit. quod demonstrare oportebat.

Hinc perspicuum est, eandem figuram per centrum grauitatis diuisam, aliquando in partes inæquales, aliquando in partes æquales diuidi posse. in partes inęquales iam ostensum est hoc accidere per lineá FG. in partes verò æquales patet per lineam ADE, quæ triangulum ABC in duo ęqua diuidit. tri-
1. sexti. gulum enim ABE triangulo AEC est ęquale, cùm sint sub eadem altitudine, basesquè BE EC inter se sint æquales.

Adhuc (veluti initio quoque diximus) si fuerit prisma, vt AB, cuius altera basis sit AC. tale verò sit prisma, vt planum AC planis CH CK &c. sit erectum. sit autem ipsius basis AC centrum grauitatis E. Dico si prima suspendatur ex pú-



cto E, basim AC horizonti æquidistantem permanere. vt cognoscamus ea, quæ his libris pertractantur, ad praxim posse reduci. & ne aliquid absque demonstratione confirmatum relinquamus. hoc quoque ostendemus. hoc pacto.

Primùm quidem ex ijs, quæ demonstrata sunt, rectilineæ figuræ AC centrum grauitatis inueniatur E. eodemquè modo figuræ BD centrum grauitatis sit F. Iungaturquè EF, quæ bifariam diuidatur in G. Iam patet punctum G centrum esse grauitatis prismatis AB, ex octaua propositione Federici Cõmandini de centro grauitatis solidorum, & ex corollario quintæ propositionis eiusdem libri, lineam EF lateribus AD CB æquidistantem esse. quoniam autẽ plana CH CK ad rectos sunt angulos plano AC, erit CB eorum communis sectio eidem plano AC perpendicularis. ac propterea EF ipsi CB æquidistans plano AC perpendicularis existit. 19. vndecimi. 8 vndecimi

Itaque intelligatur solidum AB ex E suspensum, tunc ex prima propositione de libra nostrorum mechanicorum pondus AB ex E suspensum numquã manebit, nisi recta EG fuerit horizonti perpendicularis. Quando autem EF erit horizonti perpendicularis, erit planum AC horizonti æquidistans.
14. vndecimi. tunc. n. EF tum horizonti, tum plano AC perpendicularis existet. Inuento igitur centro grauitatis E ipsius basis AC; si AB suspendatur ex E, linea EGF in centrum mundi tendet; planumque AC horizonti erit æquidistans. quod demõstrare oportebat.

PRIMI LIBRI FINIS.

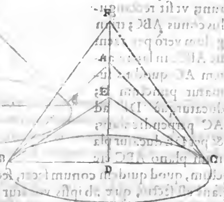
GVIDI VBALDI E MARCHIONIBVS MONTIS.

In Secundum Archimedis æqueponderantium Librum.

PRÆFATIO.



Ecundus Archimedis liber, vt initio primi libri præfati sumus, subtilissima theoremata speculatur. Vult enim Archimedes inuestigare centrum grauitatis plani conicæ sectionis, quæ parabole passim vocatur, quamuis Archimedes alio nomine, ac potiùs descriptione quadam sectionẽ hãc nũcuparit: velut portio recta linea rectãguliq; coni sectione cõtẽta. Refert enim Eutocius Ascalonita in principio sui commẽtarij in libros conicorum Apollonij Pergęi, ex sententia Gemini (cui Pappus etiam ex Aristęi sententia assentire videtur) quòd qui ante Apollonium fuerunt, perfectam, & absolutam conorum cognitionẽ non habuerunt; inter quos respõsuit Archimedẽ. Nã inquit conũ definientes, ipsum per rectãguli triãguli circumuolutionem manente vno eorum, quæ circa rectũ angulũ sunt, latere cõsiderarunt. vt habetur in definitionibus Euclidis vndecimi libri elementorũ. vt Conus ABC fit ex circũuoluto triangulo rectangulo ADC. conus verò EBC ex triangulo EDC, & conus FBC ex rectangulo triangulo

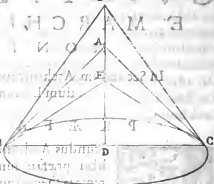


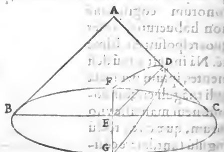
FDC.

FDC. & si AD fuerit ipsi DC æqualis, conus ABC vocabit rectangulus nam vtcumque ducto plano per axem, quod triangulum faciat ABC; erit angulus BAC ad coni verticem rectus: siquidem DAC recti dimidius existit, veluti DAB. pari ratione si ED fuerit ipsa DC minor; erit conus EBC obtusi angulus: nam ducto per axem plano, habebit triangulum EBC angulum ad verticem coni BEC obtusum; cùm sit BEC maior BAC. existente autem FD ipsa DC maiori, conus FBC acutiangulus nuncupabitur; quoniam triangulũ per axem FBC angulum ad verticem coni F acutum possidebit; siquidem minor est BFC, quàm BAC. Refert deinde, quòd vnumquemquè horum conorum eodẽ modo pisci secuerunt; vt sit rectangulus conus ABC; triangulum verò per axem sit ABC. in latere autem AC quoduis sumatur punctum D; ducaturquè DE ad AC perpendicularis; & per DE ducatur planum plano ABC erectum, quod quidem conum secet, sectio autem sit FDG. quę sanè est sectio, quæ ab ipsis vocatur rectanguli coni sectio, quippè quæ si intelligatur terminata recta linea FG, nuncupatur portio recta linea, rectanguliquè coni sectione contenta.

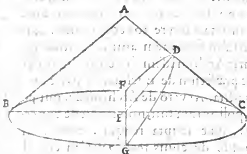
3 primi conicorum Apol.

21. primi.



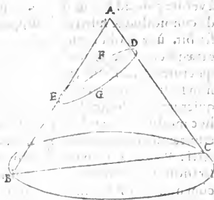


Si verò conus ABC fuerit obtusiangulus, sitquè triangulum per axem ABC, eodē modo à quouis puncto D, ducta DE ad rectos angulos ipsi AC, ac per DE ducto plano ad



planum ABC erecto, quod conum secet, vt FDG; erit FDG obtusianguli coni sectio, quæ vnà cum recta FG vocatur portio recta linea, obtusianguliquè coni sectione contenta.

Similiter existēte cono acutiangulo ABC, cuius triangulum per axem sit ABC. & à pūcto D ducta sit DE perpendicularis ipsi AC, ductoquè plano per DE ad planum ABC erecto, erit DFEG acutianguli coni sectio.



Apollonius autem Pergęus, qui absolutissima commentaria de conicis scripsit, huiusmodi conos omnes vocauit rectos; ad differentiam coni scaleni. coni enim recti axes habent basibus erectos. scaleni verò nequaquam. & in scalenis latera triangulorum per axem non sunt semper æqualia. quod semper conis rectis contingit.

Pręterea sectionem rectanguli coni parabolen nominauit; obtusianguli verò coni sectionem hyperbolen; sectionem autem acutianguli coni ellipsim nuncupauit. & in vnoquoque cono tàm recto, quàm scaleno has tres inesse sectiones demō

ſtrauit. Ex quibus colligit Geminus (quem Eutocius, alijquè complures ſecuti ſunt) eos, qui ante Apollonium extitere, conos tantùm rectos cognouiſſe, & in vnoquoque cono vnã tantùm ſectionem animaduertiſſe. quod quidem ſi de ijs, qui ante Archimedem fuere intelligatur, admitti fortaſſe poterit; ac præſertim de Euclide. vt patet ex definitione coni ab eo tradita. At verò de Archimede, qui poſt Euclidem, ante verò Apollonium fuit, non ita facilè concedendum videtur. Nã ex ijs, quæ ſcripta reliquit. eum non ſolùm notitiam habuiſſe de conis rectis; verùm etiã de ſcalenis facilè ex ipſius ſcriptis conijci poteſt. In primo enim libro de ſphæra, & cylindro multis in locis, vt in ſeptima, octaua, nonã, decimaquarta, decimaquinta propoſitione, alijsquè in locis conos nominat æquicrures, quod quidem ſecundùm ipſum ſunt, qui in eius ſuperficie æquales habent rectas lineas à vertice coni ad baſim ductas. item in epiſtola quoque libri de conoidibus & ſphæroidibus, quam Archimedes Deſitheo ſcribit. cùm de obtuſiangulo conoide verba facit, conum vocat æquicrurem. Quòd ſi Archimedes hos conos vocauit æquicrures, cui dubium, ipſum eos ad differentiam eorum, qui non ſunt æquicrures ita nuncupaſſe? qui verò non ſunt æquicrures ex ipſomet Apollonio ſunt ſcaleni; nam æquicrures hoc modo coni axes habent baſibus erectos. qui igitur non erunt æquicrures, eorum axes ſuis baſibus nunquàm erunt erecti. Præterea idem quoque confirmari poteſt ex demonſtratione vigeſimæquintæ propoſitionis eiuſdem libri, in quã cùm nominet Archimedes conum rectum proculdubiò ad differentiam eorum, qui non ſunt recti ita eum nuncupauit; nam ſi Archimedes (ex illorum ſententia) conos tantùm rectos cognouiſſet; quorſum his in locis conum rectum, vel æquicrurem nominaſſet? ſat ſibi fuiſſet conum tantùm dixiſſe. Neque verò dicendum eſt Archimedem per cono recto intellexiſſe conum rectangulum eo modo, quem ſupra expoſuimus. nam in ea propoſitione, dum conſtituit hunc conum, non conſurgit conus rectangulus, ſed obtuſiangulus quapropter conum rectum nominat ad differentiam coni ſcaleni. Cęterùm ut manifeſtè oſtendamus Archimedem conos cogno-

uiſſe ſcalenos, conſideranda eſt octaua propoſitio libri de conoidibus, & ſphæroidibus, in qua proponit Archimedes conum conſtituere, & inuenire, in quo ſit ſectio ellipſis data, vertex autem coni in linea exiſtat à centro ellipſis ad rectos angulos ellipſis plano erecta. Ex qua conſtructione planè apparet, Archimedem (vt ex eius demonſtratione conſtat) hoc in loco quærere, & inuenire conum proculdubio ſcalenum. vt etiã ex nona eiuſdem libri propoſitione perſpicuum eſſe poteſt, in qua vt plurimùm conus inuenitur ſcalenus. Ex quibus maniſeſtiſſimè patet Archimedem non ſolùm de conis rectis, verũ etiam de conis ſcalenis notitiam habuiſſe. Porrò ea verba, quę refert Eutocius ex ſententia Heraclij, qui Archimedis vitam literis mandauit; idipſum ſatis manifeſtant. Heraclius enim inquit Archimedem quidem primũ conica theoremata fuiſſe aggreſſum; Apollonium verò, cùm ea inueniſſet ab Archimede nondum edita; tanquam eius propria edidiſſe. quod quidem etiam ex ipſiuſmet Archimedis ſcriptis cõfirmari poteſt. in libro namque de conoidibus, & ſphæroidibus ante quartã propoſitionem vbi Archimedes theorema proponit alibi demonſtratum, inquit, *Hoc autem oſtenſum eſt in conicis elementis.* in principio etiam libri de quadratura paraboles, cùm nonnulla propoſuiſſet; poſt tertiam propoſitionem ſcilicet, inquit, *Demonſtrata autem ſunt hæc in elementis conicis.* nonne igitur conſtat Archimedem elemẽta conica ſcripſiſſe? Obijciet verò aliquis, non propterea conſtare, hęc elementa conica, quorum meminit Archimedes, ipſiuſmet eſſe Archimedis; cùm non affirmet, hæc fuiſſe ab ipſo demonſtrata. verùm illud in primis manifeſtum eſt, tempore Archimedis conica elementa extitiſſe, vt nonnulli Euclidem quatuor conicorum libros edidiſſe affirmãt, ſicut Pappus in ſeptimo Mathematicarũ collectionũ libro aſſerit. Sed ex modo loquendi Archimedis planè conſtat hæc fuiſſe ab ipſo conſcripta. Nam quando Archimedes aliqua ſupponit ab alijs demonſtrata, tũc addere conſueuit, illa ab alijs demonſtrata eſſe, vt in vndecima propoſitione de conoidibus, & ſphæroidibus, cùm inquit, *omnis coni ad conum proportionem compoſitam eſſe ex proportione baſium, & proportione altitudinum;* quod quidem, quia ab alijs demonſtratum fuerat, ſta-

tim inquit, *demonstratum est ab iis; qui ante nos fuerunt.* similiter in libro de sphęra, & cylindro ante propositionem decimam septimam, cùm nonnulla supposuerit ab alijs demonstrata in quit. *Hæc autem omnia à superioribus sunt demonstrata.* In secunda verò parte quītę propositionis hui⁹ secūdi libri cū inquit, *Demonstratum est enim aliis in locis portiones sesquitertias esse triangulorū.* quod quia ipsemet assecutus est in libro de quadratura paraboles, idcircò non addit ab ipsomet hoc ostensum fuisse. Aliaquè huiusmodi loca breuitatis studio omitto ostendentia ea, quæ Archimedes supponit tanquam demonstrata, quādo non addit ab alijs ostensa esse, à se ipso demonstrata fuisse, vt in demonstratione decimæ quartę propositionis primi libri, nec non ex octaua huius secundi libri demonstratione; alijsquè locis perspicuum esse potest. Quare tùm ex præfatis Archimedis locis, tùm Heraclij testimonio manifestè elici potest, Archimedem elementa conica scripsisse. Neque verò quicquā nos turbare debet, quòd Apollonius coni sectionibus nomina imposuerit; si tamen ipse primus fuit; cùm eas proprijs nominibus, vt potè parabolen, hyperbolen, & ellipsim nuncupet; & in quolibet cono omnes agnouerit sectiones. Nam quamuis vsque ad Archimedis tempus hi termini nondum extiterint; & in singulis conis prisci illi vnicam tātùm cognouerint sectionem, Archimedes tamen vlteriùs progressus est. etenim hæc quoque sectionū nomina ipsi fortasse minus ignota fuerunt: quandoquidem in demonstratione nonæ propositionis de conoidibus, & sphęroidibus ellipsim nominat. Pręterea non solùm cognouit Archimedes conos secari posse planis lateribus coni erectis, verùm etiam alijs modis: quod quidem exemplo ellipsis manifestari optimè potest. Nam in octaua propositione eiusdem libri ellipses latus coni ad angulos rectos minimè secant. veluti quoque in nona propositione idē sępè cōtingit. At verò in eodē adhuc libro ante primā propositionem inquit Archimedes. *Si conus plano secetur cum omnibus eius lateribus coeunti, sectio vel erit circulus, vel acutianguli coni sectio.* Vndè perspicuum est non in vno duntaxat cono acutiangulo, verùm in omnibus conis sectionem ellipsis cognouisse. Præterea ex hoc loquendi modo liquet ipsum sectionem quo

que

quę nouisse subcontrariam; quæ cùm sit basi subcontrariè posita, oĩa latera coni secat; & tñ nõ est ellipsis, sed circulus. quapropter si in omnibus conis ellipsis nouit sectionem; cur in ipsis, & parabolas, & hyperbolas minùs animaduertit? cùm sit manifestum ex dictis in cono obtusiangulo & hyperbolē & ellipsim; in rectangulo autem parabolem, ellipsimquè cognouisse; hòc certè non est asserendum. Ex hoc enim perspicuum est Archimedem cognouisse conos secari posse planis, quæ non sint semper ad coni latus erecta, dormitasseque Eutocium Geminum, & alios secus hac in parte de Archimede sentientes. Ampliùs nõ ne cognouit etiam Archimedes secari posse rectangulos conoides, itidemquè & obtusiãgulos planis, quæ neque sint per axem ducta, neque axi æquidistantia; neque super axem erecta, vt in duodecima, decimatertia, & decima quarta propositione eiusdem libri patet. quomodo itaque his quoque modis quemlibet conum secari posse ignorauit? Non est igitur ambigendum Archimedem cognouisse conos secari posse planis ad latus coni differentem inclinationem habentibus. Ex quibus perspicuum est, ipsum in omnibus conis omnes inesse sectiones omnino animaduertisse. At si concedamus etiam sua tempestate nondum sectionibus ipsis propria fuisse imposita nomina; tam eam parabolem, quæ erat rectanguli coni sectio; quàm quæ erat sectio alterius coni, cùm sit eadem sectio, eodem nomine nuncupabat; nempè rectanguli coni sectionem. Et hoc, quia priùs hæc sectio cognita fuit in cono rectangulo (vnde sibi nomen vindicauit) quàm in alio. quod idem dicendum est de alijs sectionibus. Vt manifestum esse potest exemplo sectionis acutianguli coni. Archimedes enim eodem loco, ante primam scilicet propositionem de conoidibus, & sphęroidibus inquit, *Si cylindrus duobus planis æquidistantibus secetur; quæ cum omnibus ipsius lateribus coeant, sectiones, uel erunt circuli; uel conorum acutiangulorum sectiones*. vocat igitur Archimedes acutianguli coni sectionem, tam coni sectionē, quàm sectionē cylindri. veluti etiã in decimatertia, & decimaquarta propositione eiusdē libri acutiãguli coni sectio ab ipso ea nũcupatur sectio, quæ oĩa latera tam conoidis

5. primi conicorũ Apoll.

rectanguli, quàm obtusianguli abscindit. dummodo non sit ad axem erecta. nullaque alia de causa hæ sectiones omnes idem acutianguli coni sectionis nomen obtiuerunt; nisi quia priùs hæc sectio à cono acutiangulo nomen accepit, quandoquidem in ipso fortasse primùm cognita fuit, quàm in alijs. Ex dictis itaque manifestum est, sententiam Heraclij veram esse posse, & rationi valdè consentaneam, Archimedem scilicet elementa conica scripsisse; Apolloniumque, cùm ea ab Archimede nondum edita inuenisset, sicut propria sua edidisse. Omitto interim multa ab Archimede in eius libris supponi, quæ non nisi in conicis esse debebant, quæ quidem habetur solùm in conicis Apolloni. Negandum tamen non est, vt Eutocius quoque affirmat, ipsum Apollonium multa auxisse, multaque ad conica spectantia adinuenisse. vt ipsemet Apollonius in epistola ad Eudemum fatetur. cùm tamen non sit semper facilè inuentis addere. Sed de his hactenus. sat sit autem nouisse, Archimedem, quãdo in hoc libro nominat portionem recta linea, rectanguliquè coni sectione contentam, eam significare sectionem, quæ parabole nuncupatur.

GVIDI VBALDI E MARCHIONIBVS MONTIS.

IN SECVNDVM ARCHIMEDIS ÆQVEPONDERANTIVM LIBRVM.

PARAPHRASIS SCHOLIIS ILLVSTRATA.



PROPOSITIO. I.



SI duo ſpacia recta linea, & rectanguli coni ſectione contenta, quæ ad datam rectam lineã applicare poſſumus, non habeant idem grauitatis centrũ; magnitudinis ex vtriſque ipſorum compoſitæ centrum grauitatis erit in recta linea, quæ ipſorum centra grauitatis coniungit; ita diuidens dictam rectam lineam, vt ipſius portiones permutatim eandem ad inuicem proportionem habeant, vt ſpacia.



Sint duo spacia AB CD, qualia dicta sunt. ipsorum autem centra grauitatis sint puncta EF. Iungaturque EF, quæ diuidatur in H; *& quam proportionem habet AB ad CD, eãdem habeat FH ad HE. ostendendum est magnitudinis ex utrisque AB CD spaciis compositæ centrum grauitatis esse punctum H. sit quidem ipsi EH utraque ipsarum FG FK æqualis; ipsi autem FH, hoc est GE* (sunt enim EH GF æquales; à quibus dempta communi GH remanent EG HF æquales) *sit æqualis EL.* & quoniã FH est æqualis LE, & FK ipsi EH, *erit & LH ipsi KH æqualis.* Cùm autem sit FH ad HE, vt AB ad CD; ipsi verò FH vtraque sit æqualis LE EG. ipsi autem HE vtraque æqualis GF FK. *erit etiã ut LG ad Gk, ita AB ad CD.* cùm sit LG ad GK, vt FH ad HE; *dupla enim est utraque* LG GK *utriusque* FH HE. *At uerò circa punctum E ipsius AB,* quod est eius centrum grauitatis, *ex utraque parte lineæ LG ipsi LG æquidistantes ducantur* MO QN, quæ æqualiter ab LG distent, ductis scilicet MQ ON æquidistantibus, sint LM LQ GO GN inter se æquales; *ita ut spacium MN sit spacio AB æquale:* quod quidem applicatum est ad lineã LG. *erit utique ipsius MN centrum grauitatis punctum E.* cùm sit pũctum E in medio lineæ LG, quæ bifariam diuidit latera opposita MQ ON parallelogrammi MN. *compleatur itaque spacium NX. habebit quidem MN ad NX proportionem,*

2. cor. 9. primi huius.

quam

quam habet QN ad NP, hoc est *LG ad GK. habet autem &* *AB ad CD proportionem ipsius LG ad GK. ut igitur AB ad CD, sic est MX ad NX. & permutando* vt AB ad MN, ita CD ad NX. *æquale autem est AB ipsi MN, erit igitur & CD ipsi NX æquale. Centrum autem grauitatis ipsius NX est punctū F.* propterea quod est in medio lineæ GK, quæ parallelogrammi NX opposita latera ON XP bifariam secat. *& quoniam æqualis est LH ipsi HK, totaque Lk opposita latera MQ XP bifariam diuidit, totius PM centrū grauitatis erit punctum H. Verùm ipsum MP æquale est utrisque MX NX;* quorum, cùm sint centra grauitatis EF, æqueponderabunt spacia MN NX ex distantijs FH HE. si igitur loco parallelogrammorum MN NX ponatur AB in E, & CD in F; cùm sit AB ipsi MN, & CD ipsi NX æqualeş spacia AB CD ex distantijs FH HE æqueponderabunt. *ac propterea magnitudinis ex utrisque AB CD* compositæ *centrum grauitatis est punctū H.* quod quidem propositum fuit.

16. quinti.

2. cor. 9. primi huiꝰ.

8. post huiꝰ

SCHOLIVM.

Cùm sit intentio Archimedis nonnulla pertractare ad parabolen spectantia, primùm iacit fundamentum, parabolas nempe ita se habere, vt permutatim distantiæ, ex quibus sunt collocatæ, se habent. & quàuis vniuersim, atque in omnibus mutuam hanc conuenientiam ex dictis ex primo libro depræhendere liceat, hoc tamen loco peculiariter voluit ad huberiorem doctrinam id ipsum in parabolis demonstrare. & quamuis in primo libro dixerit Archimedes magnitudines æqueponderare, quando ita se habent interse, ut distantiæ permutatim se habent; hoc autem loco quærit centrū grauitatis magnitudinis ex parabolis compositæ; non sunt tamē propositiones diuersæ. nam & in primo libro dum in demonstratione quærit proportionem distantiarum, ostendit, vbi nam sit centrum grauitatis magnitudinum. quare quãuis propositiones videantur diuersæ, non sunt tamen diuersæ; etenim vt post tertiam primi libri propositionem adnotauimus,

6. 7. primi huius.

hæc planè ſe conſequuntur, vt exempli gratia in figura punctum H centrum eſt grauitatis magnitudinis ex vtriſque AB CD compoſitæ. ergo AB, & CD ex diſtantijs HEHF æqueponderant, & è contra, hoc eſt AB CD æqueponderant ex diſtantijs EH HF. ergo punctum H centrum eſt grauitatis magnitudinis ex vtriſque AB CD compoſitæ; cùm ſit EHF recta linea. Solent autem mathematici aliquando eandem propoſitionem pluribus medijs demonſtrare; idcirco conſiderandum eſt, Archimedem in hac propoſitione alio vti medio ad oſtendendum punctum H centrum eſſe grauitatis, quo vſus eſt in ſexta propoſitione primi libri. cùm in primo libro per diuiſionem magnitudinum, diuiſionemquè diſtantiarum vniuerſaliter demonſtret centrum grauitatis magnitudinum. hoc autem loco per parallelogramma MN NX parabolis æqualia, & circa centra grauitatis EF conſtituta, inuenit centrum grauitatis magnitudinis ex vtriſque parallelogrammis MN NX compoſitæ. quod eſt quidē punctum H. medium nempè totius parallelogrammi MP. quod idem punctum H centrum eſt grauitatis vtriuſque paraboles AB CD in EF collocatæ.

ex 9. & 10 primi huius.

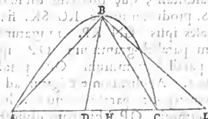
Ex his obſeruandum occurrit, hanc eſſe peculiarem methodum, qua poſſumus quorumlibet planorum æqueponderationem oſtendere; hoc eſt plana ex diſtantijs eandem permutatim proportionem habentibus, vt eadem me plana, æqueponderare, dummodo ipſis æqualia parallelogramma conſtituere poſſimus. ac proptetea ſupponit Archimedes, nos poſſe applicare ad rectam lineam ſpacium æquale ſpacio recta linea, rectangulique coni ſectione contento. quod quidē ſpacium ſupponit parallelogrammum exiſtere, cùm punctum E centrum ſit grauitatis ſpacij MN, F ſpacij NX. punctum verò H totius PM. quòd ſi MN NX & MP non eſſent parallelogramma, neque puncta EFH eorum centra grauitatis exiſterent. vt ex demonſtratione patet. ſuppoſuit tamen Archimedes nos poſſe applicare ad rectam lineam parallelogrammum æquale ſpacio recta linea, rectangulique coni ſectione contento: quia duplici medio in

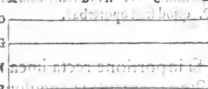
libro

libro de quadratura paraboles, propositione scilicet decimaseptima, & vigesimaquarta, docuit quamlibet portionem recta linea, rectanguliquè coni sectione contentam sesquitertiam esse trianguli eandem ipsi basim habentis, & altitudinẽ ęqualem. Ex qua propositione facilè constat nos parabolę spaciũ ad rectam lineam applicare posse, vt propositum fuit hoc modo.

PROBLEMA.

Ad datam rectam lineam datę parabolę ęquale parallelogrammum applicare, ita vt data linea opposita parallelogrãmi latera bifariam diuidat.





Data sit parabole ABC, sitquè data recta linea GK, oportet ad GK parallelogrãmum applicare æquale portioni ABC, ita vt GK bifariam diuidat opposita parallelogrammi latera. Constituatur super AC triãgulũ ABC, qđ basim habeat AC, eandemque portionis altitudinẽ; quod quidẽ fiet, inuẽta diametro DB, quæ parabolen in B secet, iunctisq; AB BC. erit vtique parabole ABC trianguli ABC sesquitertia. Itaque diuidatur AC in tria ęqualia, quarum vna pars sit CH, producaturque AC. sitque CL ipsi CH ęqualis. erit sane AL ipsius AC sesquitertia. Et ob id (iuncta BL) erit triangulum ABL trianguli ABC sesquitertium. sunt quippè triangula ABL ABC inter se, vt bases AL AC. ac per consequens triangulum ABL parabolę ABC existit ęquale. Applicetur itaque ad lineã GK parallelogrãmũ GS ęquale triãgulo ABL. erit GS parabo-

44. secũdi conicorum Apoll.
17. 24. Arch. dequad. parab.
1. sexti.
ex 44. primi.

ducatur EF, eritvtique punctum F vertex portionis AFB. vt Archimedes demonstrauit in libro de quadratura parabolæ propositione decimaoctaua. iunganturque AF FB. rursus bifariam diuidantur AF FB in punctis GH, à quibus ipsi BD ducantur æquidistantes GI HK ob eandem caussam erit punctum I vertex portionis AIF. K verò portionis FKB. connectanturque AI IF FK KB. eademque prorsus ratione ad alteram partem inscribantur triangula CLB

CML, & LNB. Primùm quidẽ triangulum ABC dicitur planè inscriptum, vt Archimedes ipse infra in demonstrationibus quintæ, sextæ, & octauæ propositionis nominat. Deinde figura AFBLC, figuraquè AIFKBNLMC dicuntur in portione planè inscriptæ. figuraquè AFBLC vnà cum AC pentagonũ in portione planè inscriptũ dici põt. vt Archimedes in secunda parte demonstrationis quintæ propositionis huius libri nuncupat. ideòquè erit AIFKBNLMC nonagonum in portione planè inscriptum. & ita in alijs. Connectã

tur KN FL IM, quæ diametrum BD secent in punctis STV. ostendendum est, lineas KN FL IM basi AC æquidistantes esse. deinde diametrum BD lineas KN FL IM bifariam in punctis STV diuidere. postremo lineas KN FL IM ita diametrum BD dispescere, vt posita vna BS, linea ST sit trium, TV quinque; & VD septem. Producantur FE KH ad RX. quoniam enim FR est æquidistans BD, erit AE ad EB, vt AR ad RD; estque AE ipsi EB æqualis. ergo AR ipsi RD æqualis existit. eodemque modo ostendetur FX æqualem esse XT. quandoquidem est FX ad XT, vt FH ad HB. similiterque ad alteram partem, existentibus LO NP ipsi BD æquidistantibus, erit DO ipsi OC æqualis, & TP ipsi PL. quod quidem eodem prorsus modo demonstrabitur. Quoniam autem AC bifariam à diametro diuiditur in puncto D, erit DR ipsi DO æqualis, cùm vnaquæque sit dimidia ipsarum AD DC æqualium. est igitur RD dimidia ipsius AD, quæ dimidia est basis AC. quod idem euenit ipsi DO. quare BD sesquitertia est ipsius FR, & ipsius LO, ex decimanona Archimedis de quadratura paraboles. ac propterea eandem habet proportionem BD ad FR, quam ad LO. vnde sequitur FR æqualem esse ipsi LO. & ob id FL ipsi AC æquidistantē esse. & FT ipsi RD, & TL ipsi DO ęqualem. vnde FT ipsi TL ęqualis existit. eademque ratione prorsus in portione FBL ostendetur KN ipsi FL, ac per consequens ipsi AC ęquidistantem esse. & KS ipsi SN æqualem existere. Producatur IG ad Z, quæ ipsam AB secet in 9. linea verò LO secet BC in Q; ductaque MY ipsi BD æquidistans ipsam secet BC in α. & quoniam IZ est æquidistans FR, erit AG ad GF, vt A9 ad 9E; & AZ ad ZR. & est AG ipsi GF æqualis, erit igitur A9 ipsi 9E, & AZ ipsi ZR æqualis. Eodemque modo ostendetur Cα ipsi αQ, & CY ipsi YO ęqualem esse. quoniam autem in portione AFB à dimidia basi ducta est EF, à puncto autem 9, hoc est à dimidia dimidię basis AB (est enim E9 dimidia ipsius AE, quæ dimidia est basis AB) ducta est 9I diametro æquidistans, erit EF sesquitertia ipsius I9 parique ratione ostendetur QL sesquitertiam esse ipsius Mα. quare vt FE ad I9, ita LQ ad Mα. ob similitudinem

2. lemma.

9. quinti.
ex 33.34. primi.

2. sexti.

strauit. Ex quibus colligit Geminus (quem Eutocius, alijque complures secuti sunt) eos, qui ante Apollonium extitere, conos tantùm rectos cognouisse, & in vnoquoque cono vnā tantùm sectionem animaduertisse. quod quidem si de ijs, qui ante Archimedem fuere intelligatur, admitti fortasse poterit; ac præsertim de Euclide. vt patet ex definitione coni ab eo tradita. At verò de Archimede, qui post Euclidem, ante verò Apollonium fuit, non ita facilè concedendum videtur. Nā ex ijs, quæ scripta reliquit. eum non solùm notitiam habuisse de conis rectis; verùm etiā de scalenis facilè ex ipsius scriptis conijci potest. In primo enim libro de sphæra, & cylindro multis in locis, vt in septima, octaua, nona, decimaquarta, decimaquinta propositione; alijsquè in locis conos nominat æquicrures; quod quidem secundum ipsum sunt, qui in eius superficie æquales habent rectas lineas à vertice coni ad basim ductas. item in epistola quoque libri de conoidibus & sphæroidibus, quam Archimedes Dositheo scribit. cùm de obtusiangulo conoide verba facit, conum vocat æquicrurem. Quòd si Archimedes hos conos vocauit æquicrures, cui dubium, ipsum eos ad differentiam eorum, qui non sunt æquicrures ita nuncupasse? qui verò non sunt æquicrures ex ipsomet Apollonio sunt scaleni; nam æquicrures hoc modo coni axes habent basibus erectos. qui igitur non erunt æquicrures, eorum axes suis basibus nunquàm erunt recti. Præterea idem quoque confirmari potest ex demonstratione vigesimæquintæ propositionis eiusdem libri, in qua cùm nominet Archimedes conum rectum proculdubiò ad differentiam eorum, qui non sunt recti ita eum nuncupauit. nam si Archimedes (ex illorum sententia) conos tantùm rectos cognouisset, quorsum his in locis conum rectum, vel æquicrurem nominasset? satsibi fuisset conum tantùm dixisse. Neque verò dicendum est Archimedem per conō recto intellexisse conum rectangulum eo modo, quem supra exposuimus. nam in ea propositione, dum constituit hunc conum, non consurgit conus rectangulus, sed obtusiangulus quapropter conum rectum nominat ad differentiam coni scaleni. Cæterùm ut manifestè ostendamus Archimedem conos cogno-

uisse

uisse scalenos, consideranda est octaua propositio libri de conoidibus, & sphæroidibus, in qua proponit Archimedes conum constituere, & inuenire, in quo sit sectio ellipsis data, vertex autem coni in linea existat à centro ellipsis ad rectos angulos ellipsis plano erecta. Ex qua constructione planè apparet, Archimedem (vt ex eius demonstratione constat) hoc in loco quærere, & inuenire conum proculdubio scalenum. vt etiã ex nona eiusdem libri propositione perspicuum esse potest, in qua vt plurimùm conus inuenitur scalenus. Ex quibus manifestissimè patet Archimedem non solùm de conis rectis, verũ etiam de conis scalenis notitiam habuisse. Porrò ea verba, quę refert Eutocius ex sententia Heraclij, qui Archimedis vitam literis mandauit; idipsum satis manifestant. Heraclius enim inquit Archimedem quidem primũ conica theoremata fuisse aggressum; Apollonium verò, cùm ea inuenisset ab Archimede nondum edita; tanquam eius propria edidisse. quod quidem etiam ex ipsiusmet Archimedis scriptis cõfirmari potest. in libro namque de conoidibus, & sphæroidibus ante quartã propositionem vbi Archimedes theorema proponit alibi demonstratum, inquit, *Hoc autem ostensum est in conicis elementis*. in principio etiam libri de quadratura paraboles, cùm nonnulla proposuisset; post tertiam propositionem scilicet, inquit, *Demonstrata autem sunt hæc in elementis conicis*. non ne igitur constat Archimedem elemẽta conica scripsisse? Obijciet verò aliquis, non propterea constare, hęc elementa conica, quorum meminit Archimedes, ipsiusmet esse Archimedis; cùm non affirmet, hæc fuisse ab ipso demonstrata. verùm illud in primis manifestum est, tempore Archimedis conica elementa extitisse, vt nonnulli Euclidem quatuor conicorum libros edidisse affirmãt; sicut Pappus in septimo Mathematicarũ collectionũ libro asserit. Sed ex modo loquendi Archimedis planè cõstat hæc fuisse ab ipso conscripta. Nam quando Archimedes aliqua supponit ab alijs demonstrata, tũc addere consueuit, illa ab alijs demonstrata esse, vt in vndecima propositione de conoidibus, & sphæroidibus, cùm inquit *omnis coni, vel cylindri portionem compositam esse ex proportione basium, & proportione altitudinum*; quod quidem, quia ab alijs demonstratum fuerat, statim

tim inquit, *demonstratum est ab iis; qui ante nos fuerunt*: similiter in libro de sphęra, & cylindro ante propositionem decimam septimam, cùm nonnulla supposuerit ab alijs demonstrata inquit. *Hæc autem omnia à superioribus sunt demonstrata.* In secunda verò parte quintę propositionis hui⁹ secũdi libri cũ inquit, *Demonstratum est enim aliis in locis portiones sesquitertias esse triangulorũ.* quod quia ipsemet assecutus est in libro de quadratura paraboles, idcircò non addit ab ipsomet hoc ostensum fuisse. Aliaquè huiusmodi loca breuitatis studio omitto ostendentia ea, quæ Archimedes supponit tanquam demonstrata, quãdo non addit ab alijs ostensa esse, à se ipso demonstrata fuisse, vt in demonstratione decimæ quartę propositionis primi libri, nec non ex octaua huius secundi libri demonstratione; alijsquè locis perspicuum esse potest. Quare tùm ex præfatis Archimedis locis, tùm Heraclij testimonio manifestè elici potest, Archimedem elementa conica scripsisse. Neque verò quicquã nos turbare debet, quòd Apollonius coni sectionibus nomina imposuerit; si tamen ipse primus fuit; cùm eas proprijs nominibus, vt potè parabolen, hyperbolen, & ellipsim nuncupet; & in quolibet cono omnes agnouerit sectiones. Nam quamuis vsque ad Archimedis tempus hi termini nondum extiterint; & in singulis conis prisci illi vnicam tãtùm cognouerint sectionem; Archimedes tamen vlteriùs progressus est. etenim hæc quoque sectionũ nomina ipsi fortasse minus ignota fuerunt: quandoquidem in demonstratione nonæ propositionis de conoidibus, & sphęroidibus ellipsim nominat. Pręterea non solùm cognouit Archimedes conos secari posse planis lateribus coni erectis, verùm etiam alijs modis: quod quidem exemplo ellipsis manifestari optimè potest. Nam in octaua propositione eiusdem libri ellipses latus coni ad angulos rectos minimè secant. veluti quoque in nona propositione idẽ sępè cõtingit. At verò in eodẽ adhuc libro ante primã propositionem inquit Archimedes. *Si conus plano secetur cum omnibus eius lateribus coeunti, sectio vel erit circulus, vel acutianguli coni sectio.* Vnde perspicuum est non in vno duntaxat cono acutiangulo, verùm in omnibus conis sectionem ellipsis cognouisse. Præterea ex hoc loquendi modo liquet ipsum sectionem quo

gnouisse subcontrariam; quæ cùm sit basi subcontrariè posita, oīa latera coni secat; & tñ nō est ellipsis, sed circulus. quapropter si in omnibus conis ellipsis nouit sectionem; cur in ipsis, & parabolas, & hyperbolas minùs animaduertit? cùm sit manifestum ex dictis in cono obtusiangulo & hyperbolē & ellipsim; in rectangulo autem parabolem, ellipsimque cognouisse; hòc certè non est asserendum. Ex hoc enim perspicuum est Archimedem cognouisse conos secari posse planis, quæ non sint semper ad coni latus erecta. dormitasseque Eutocium Geminum, & alios secus hac in parte de Archimede sentientes. Ampliùs nō ne cognouit etiam Archimedes secari posse rectangulos conoides, itidemquè & obtusiágulos planis, quæ neque sint per axem ducta, neque axi æquidistantia; neque super axem erecta, vt in duodecima, decimatertia, & decima quarta propositione eiusdem libri patet. quomodo itaque his quoque modis quemlibet conum secari posse ignorauit? Non est igitur ambigendum Archimedem cognouisse conos secari posse planis ad latus coni differentem inclinationem habentibus. Ex quibus perspicuum est, ipsum in omnibus conis ōmnes inesse sectiones omnino animaduertisse. At si concedamus etiam sua tempestate nondum sectionibus ipsis propria fuisse imposita nomina; tam eam parabolem, quæ erat rectanguli coni sectio; quàm quæ erat sectio alteriùs coni, cùm sit eadem sectio, eodem nomine nuncupabat; nempè rectanguli coni sectionem. Et hoc, quia priùs hæc sectio cognita fuit in cono rectangulo (vnde sibi nomen vindicauit) quàm in alio. quod idem dicendum est de alijs sectionibus. Vt manifestum esse potest exemplo sectionis acutianguli coni. Archimedes enim eodem loco, ante primam scilicet propositionem de conoidibus, & sphęroidibus inquit, *Si cylindrus duobus planis æquidistantibus secetur; quæ cum omnibus ipsius lateribus coeant, sectiones, uel erunt circuli; uel conorum acutiangulorum sectiones.* vocat igitur Archimedes acutianguli coni sectionem, tam coni sectionē, quàm sectionē cylindri. veluti etiā in decimatertia, & decimaquarta propositione eiusdē libri acutiáguli coni sectio ab ipso ea nūcupatur sectio, quæ oīa latera tam conoidis

5. primi conicorū Apoll.

rectanguli, quàm obtusianguli abscindit. dummodo non sit ad axem erecta. nullaque alia de causa hæ sectiones omnes idem acutianguli coni sectionis nomen obtiuerunt; nisi quia priùs hæc sectio à cono acutiangulo nomen accepit, quandoquidem in ipso fortasse primùm cognita fuit, quàm in alijs. Ex dictis itaque manifestum est, sententiam Heraclij veram esse posse, & rationi valdè consentaneam; Archimedem scilicet elementa conica scripsisse; Apolloniumque, cùm ea ab Archimede nondum edita inuenisset, sicut propria sua edidisse. Omitto interim multa ab Archimede in eius libris supponi, quæ non nisi in conicis esse debebant, quæ quidem habetur solùm in conicis Apolloni. Negandum tamen non est, vt Eutocius quoque affirmat, ipsum Apollonium multa auxisse, multaque ad conica spectantia adinuenisse. vt ipsemet Apollonius in epistola ad Eudemum fatetur. cùm tamen non sit semper facilè inuentis addere. Sed de his hactenus. sat sit autem nouisse, Archimedem, quãdo in hoc libro nominat portionem recta linea, rectanguliquè coni sectione contentam, eam significare sectionem, quæ parabole nuncupatur.

GVI-

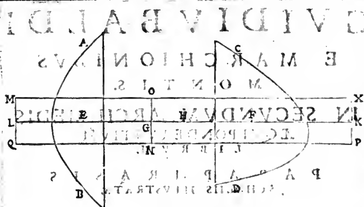
GVIDIVBALDI
E MARCHIONIBVS MONTIS.
IN SECVNDVM ARCHIMEDIS ÆQVEPONDERANTIVM LIBRVM.
PARAPHRASIS SCHOLIIS ILLVSTRATA.



PROPOSITIO. I.



I duo ſpacia recta linea, & rectanguli coni ſectione contenta, quæ ad datam rectam lineã applicare poſſumus, non habeant idem grauitatis centrũ; magnitudinis ex vtriſque ipſorum compoſitæ centrum grauitatis erit in recta linea, quæ ipſorum centra grauitatis coniungit; ita diuidens dictam rectam lineam, vt ipſius portiones permutatim eandem ad inuicem proportionem habeant, vt ſpacia.



Sint duo spacia AB CD, qualia dicta sunt. ipsorum autem centra grauitatis sint puncta EF. Iungaturque EF, quæ diuidatur in H; *& quam proportionem habet AB ad CD, eadem habeat FH ad HE. ostendendum est magnitudinis ex utrisque AB CD spaciis compositæ centrum grauitatis esse punctum H. sit quidem ipsi EH utraque ipsarum FG FK æqualis; ipsi autem FH, hoc est GE* (sunt enim EH GF æquales, à quibus dempta communi GH remanent EG HF equales) *sit æqualis EL.* & quoniã FH est æqualis LE, & FK ipsi EH, *erit & LH ipsi KH æqualis.* Cùm autem sit FH ad HE, vt AB ad CD; ipsi verò FH vtraque sit æqualis LE EG. ipsi autem HE vtraque æqualis GF FK. *erit etiã ut LG ad Gk, ita AB ad CD.* cùm sit LG ad GK, vt FH ad HE; *dupla enim est utraque LG GK utriusque FH HE. At uerò circa punctum E ipsius AB,* quod est eius centrum grauitatis, *ex utraque parte lineæ LG ipsi LG. æquidistantes ducantur* MO QN, quæ æqualiter ab LG distent, ductis scilicet MQ ON æquidistantibus, sint LM LQ GO GN interse æquales; *ita ut spacium MN sit spacio AB æquale:* quod quidem applicatum est ad lineã LG. *erit utique ipsius MN centrum grauitatis punctum E.* cùm sit pũctum E in medio lineæ LG, quæ bifariam diuidit latera opposita MQ ON parallelogrammi MN. *compleatur itaque spacium NX. habebit quidem MN ad NX proportionem,*

2. cor. 9. primi huius.

quam

quam habet QN ad NP, hoc est *LG ad GK. habet autem & AB ad CD proportionem ipsius LG ad GK. ut igitur AB ad CD, sic est MN ad NX. & permutando* vt AB ad MN, ita CD ad NX. *æquale autem est AB ipsi MN, erit igitur & CD ipsi NX æquale. Centrum autem grauitatis ipsius* NX *est punctū F.* propterea quod est in medio lineæ GK, quæ parallelogrammi NX opposita latera ON XP bifariam secat. *& quoniam æqualis est LH ipsi HK, totaquè Lk opposita latera* MQ XP *bifariam diuidit, totius PM centrū grauitatis erit punctum H. Verùm ipsum MP æquale est utrisque MN NX;* quorum, cùm sint centra grauitatis EF, æqueponderabunt spacia MN NX ex distantijs FH HE. si igitur loco parallelogrammorum MN NX ponatur AB in E, & CD in F; cùm sit AB ipsi MN, & CD ipsi NX æquale; spacia AB CD ex distantijs FH HE æqueponderabunt. *ac propterea magnitudinis ex utrisque AB CD* compositæ *centrum grauitatis est punctū H.* quod quidem propositum fuit.

16. quinti.

2. cor. 9. primi huí.

8. post huí.

SCHOLIVM.

Cùm sit intentio Archimedis nonnulla pertractare ad parabolen spectantia; primùm iacit fundamentum, parabolas nempe ita se habere, vt permutatim distantiæ, ex quibus sunt collocatæ, se habent. & quáuis vniuersim, atquè in omnibus mutuam hanc conuenientiam ex dictis ex primo libro deprehendere liceat, hoc tamen loco peculiariter voluit ad huberiorem doctrinam id ipsum in parabolis demonstrare. & quamuis in primo libro dixerit Archimedes magnitudines æqueponderare, quando ita se habent interse, ut distantiæ permutatim se habent; hoc autem loco quærit centrū grauitatis magnitudinis ex parabolis compositæ; non sunt tamē propositiones diuersæ. nám & in primo libro dum in demonstratione quærit proportionem distantiarum, ostendit, vbi nam sit centrum grauitatis magnitudinum. quare quáuis propositiones videantur diuersæ, non sunt tamen diuersæ; etenim vt post tertiam primi libri propositionem adnotauimus,

6. 7. primi huius.

hæc planè ſe conſequuntur, vt exempli gratia in figura punctum H centrum eſt grauitatis magnitudinis ex vtriſque AB CD compoſitæ. ergo AB, & CD ex diſtantijs HE HF æqueponderant; & è contra, hoc eſt AB CD æqueponderant ex diſtantijs EH HF. ergo punctum H centrum eſt grauitatis magnitudinis ex vtriſque AB CD compoſitæ; cùm ſit EHF recta linea. Solent autem mathematici aliquando eandem propoſitionem pluribus medijs demonſtrare; idcirco conſiderandum eſt, Archimedem in hac propoſitione alio vti medio ad oſtendendum punctum H centrum eſſe grauitatis, quo uſus eſt in ſexta propoſitione primi libri. cùm in primo libro per diuiſionem magnitudinum, diuiſionemque diſtantiarum vniuerſaliter demonſtret centrum grauitatis magnitudinum. hoc autem loco per parallelogramma MN NX parabolis æqualia, & circa centra grauitatis EF conſtituta, inuenit centrum grauitatis magnitudinis ex vtriſque parallelogrammis MN NX compoſitæ. quod eſt quidē punctum H. medium nempè totius parallelogrammi MP. quod idem punctum H centrum eſt grauitatis vtriuſque paraboles AB CD in EF collocatæ.

ex 9. & 10 primi huius.

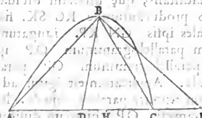
Ex his obſeruandum occurrit, hanc eſſe peculiarem methodum, qua poſſumus quorumlibet planorum æqueponderationem oſtendere; hoc eſt plana ex diſtantijs eandem permutatim proportionem habentibus, vt eadem ipſa plana æqueponderare, dummodo ipſis æqualia parallelogramma conſtituere poſſimus. ac propterea ſupponit Archimedes, nos poſſe applicare ad rectam lineam ſpacium æquale ſpacio recta linea, rectanguliquè coni ſectione contento. quod quidē ſpacium ſupponit parallelogrammum exiſtere, cùm punctum E centrum ſit grauitatis ſpacij MN, & F ſpacij NX. punctum verò H totius PM. quòd ſi MN NX & MP non eſſent parallelogramma, neque puncta EFH eorum centra grauitatis exiſterent, vt ex demonſtratione patet. ſuppoſuit tamen Archimedes nos poſſe applicare ad rectam lineam parallelogrammum æquale ſpacio recta linea, rectanguliquè coni ſectione contento. quia duplici medio in

libro

libro de quadratura paraboles, propositione scilicet decimaseptima, & vigesimaquarta, docuit quamlibet portionem recta linea, rectanguliquè coni sectione contentam sesquitertiam esse trianguli eandem ipsi basim habentis, & altitudinē ęqualem. Ex qua propositione facilè constat nos parabolę spaciū ad rectam lineam applicare posse, vt propositum fuit hoc modo.

PROBLEMA.

Ad datam rectam lineam datę parabolę ęquale parallelogrammum applicare, itá vt data linea opposita parallelogrāmi latera bifariam diuidat.

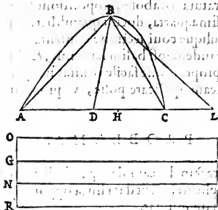


Data sit parabole ABC, sitquè data recta linea GK, oportet ad GK parallelogrāmum applicare æquale portioni ABC, ita vt GK bifariam diuidat opposita parallelogrammi latera. Constituatur super AC triāgulū ABC, qd basim habeat AC, eandemque portionis altitudinē; quod quidē fiet, inuēta diametro DB, quæ parabolen in B secet, iunctisq; AB BC. erit vtique parabole ABC trianguli ABC sesquitertia. 44. secūdi conicorum Apoll.

Itaque diuidatur AC in tria ęqualia, quarum vna pars sit CH. 17. 24. Ar ch. de quad. parab.

producaturque AC. fiatque CL ipsi CH ęqualis. erit sanè AL ipsius AC sesquitertia. Et ob id (iuncta BL) erit triangulum ABL trianguli ABC sesquitertium. sunt quippè triangula ABL ABC inter se, vt bases AL AC. 1. sexti.

ac per consequens triangulum ABL parabolę ABC existit ęquale. Applicetur itaque ad lineā GK parallelogrāmū GS ęquale triāgulo ABL. erit GS parabo- ex 44. primi.

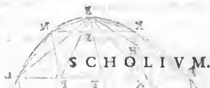


læ ABC ęquale. deinceps ducatur NP ipſi GK ęquidiſtans, quę bifariam diuidat oppoſita latera GR KS. producanturquè RG SK. fiantquè GO KX ęquales ipſis GN KP. iungaturquè OX; erit nimirum parallelogrammum OP ipſi GS ęquale. quare parallelogrammum OP parabolę ABC exiſtit ęquale. Applicatum eſt igitur ad GK parallelogrammum expoſitę parabolę ęquale. lineaquè GK parallelogrammi OP bifariam diuidit oppoſita latera ON XP. quod fieri oportebat.

Si in portione recta linea rectanguliquè coni ſectione contenta triangulum inſcribatur, eandē baſim cum portione habens, & altitudinem æqualem: & rurſus in reliquis portionibus triangula inſcribantur, quæ eaſdem baſes cum portionibus habeant, & altitudinem æqualem; ſemperquè in reſiduis portionibus triangula eodem modo inſcribantur: figura, quæ in portione oritur, planè inſcribi dicatur. Patet quidem lineas

huius,

huius figuræ inscriptæ angulos, qui sunt vertici portionis proximi, eosque deinceps coniungentes, basi portionis æquidistantes esse; bifariamque à diametro portionis diuidi; diametrum verò in proportione diuidere numeris deinceps imparibus. vno denominato ad verticem portionis. Hoc autem ordinatè ostensum est.



SCHOLIVM.

Scopus Archimedis in hoc secundo libro, vt initio primi diximus, est inuenire centrum grauitatis parabolès. & vt deducat nos in hanc cognitionem, quadam vtitur figura rectilinea in parabole inscripta, quę plurimùm conducit, & est tã quam medium ad inueniendum hoc grauitatis centrum. his igitur verbis docet, quomodo in parabole inscribenda sit hęc figura; in quibus multa quoque proponit tanquam sit propositio quædam; in qua multa sint ostendenda. quorum tamen demonstrationem omisit; ac tanquam ab eo alibi demonstratam. Horum autem ex Apollonij Pergęi conicis demonstrationem elicere quidem potuissemus. at quoniam Archimedes ipse nonnulla ad hæc spectantia alijs in locis demonstrauit; ideo Archimedem per Archimedem declarare opportunum magis nobis visum est.

Sit portio contenta recta linea, rectanguliquè coni sectione ABC, cuius diameter BD. Iunganturquè AB BC, diuidatur deinde AB bifariam in E, à quo ipsi BD æquidistans

ducatur EF, eritq́ue punctum F vertex portionis AFB. vt Archimedes demonstrauit in libro de quadratura parabo-les propositione decimaoctaua. iunganturque AF FB, rursus bifariam diuidantur AF FB in punctis GH, à quibus ipsi BD ducantur æquidistantes GI HK ob eandem causam erit punctum I vertex portionis AIF. K verò portionis FKB. connectanturquè AI IF FK KB, eademquè prorsus ratione ad alteram partem inscribantur triangula CLB CML, & LNB. Primùm quidē triangulum ABC dicitur planè inscriptum, vt Archimedes ipse infra in demonstrationibus quintæ, sextæ, & octauæ propositionis nominat. Deinde figura AFBLC, figuraquè AIFKBNLMC dicuntur in portione planè inscriptæ. figuraquè AFBLC vnà cum AC pentagonū in portione planè inscriptū dici pōt. vt Archimedes in secunda parte demonstrationis quintæ propositionis huius libri nuncupat. ideòquè erit AIFKBNLMC nonagonum in portione planè inscriptum. & ita in alijs. Connectā

tur

tur KN FL IM, quæ diametrum BD secent in punctis STV. ostendendum est, lineas KN FL IM basi AC æquidistantes esse: deinde diametrum BD lineas KN FL IM bifariam in punctis STV diuidere: postremò lineas KN FL IM ita diametrum BD dispescere, vt posita vna BS, linea ST sit trium, TV quinque; & VD septem. Producantur FE KH ad RX. quoniam enim FR est æquidistans BD; erit AE ad EB, vt AR ad RD; estque AE ipsi EB æqualis: ergo AR ipsi RD æqualis existit. eodemque modo ostendetur FX æqualem esse XT. quandoquidem est FX ad XT, vt FH ad HB. similiterquè ad alteram partem, existentibus LO NP ipsi BD æquidistantibus, erit DO ipsi OC æqualis, & TP ipsi PL. quod quidem eodem prorsus modo demonstrabitur. Quoniam autem AC bifariam à diametro diuiditur in puncto D, erit DR ipsi DO æqualis, cùm vnaquæque sit dimidia ipsarum AD DC æqualium. est igitur RD dimidia ipsius AD, quæ dimidia est basis AC. quod idem euenit ipsi DO. quare BD sesquitertia est ipsius FR, & ipsius LO, ex decimanona Archimedis de quadratura paraboles. ac propterea eandem habet proportionem BD ad FR, quam ad LO. vnde sequitur FR æqualem esse ipsi LO. & ob id FL ipsi AC æquidistantē esse. & FT ipsi RD, & TL ipsi DO æqualem. vnde FT ipsi TL æqualis existit. eademque ratione prorsus in portione FBL ostendetur KN ipsi FL, ac per consequens ipsi AC æquidistantem esse. & KS ipsi SN æqualem existere. Producatur IG ad Z, quæ ipsam AB secet in 9. linea verò LO secet BC in Q; ductaque MY ipsi BD æquidistans ipsam secet BC in α. & quoniam IZ est æquidistans FR, erit AG ad GF, vt A9 ad 9E; & AZ ad ZR. & est AG ipsi GF æqualis, erit igitur A9 ipsi 9E, & AZ ipsi ZR æqualis. Eodemque modo ostendetur Cα ipsi αQ, & CY ipsi YO æqualem esse. quoniam autem in portione AFB à dimidia basi ducta est EF, à puncto autem 9, hoc est à dimidia dimidiæ basis AB (est enim E9 dimidia ipsius AE, quæ dimidia est basis AB) ducta est 9I diametro æquidistans, erit EF sesquitertia ipsius I9. parique ratione ostendetur QL sesquitertiam esse ipsius Mα. quare vt FE ad I9, ita LQ ad Mα. ob similitudinem

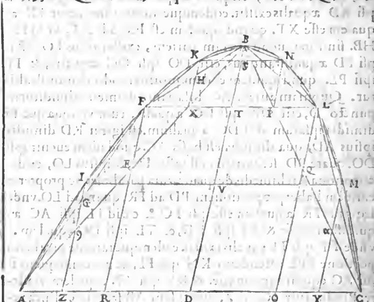
2. lemma.

9. quinti. ex 33.34. primi.

2. sexti.

autem

ex 4. sexti. autem triangulorum ABD AER ita est BD ad ER, vt DA ad AR. eademque ratione ita se habet BD ad QO, vt DC ad CO. Sed vt DA ad AR, ita est DC ad CO, est quippe DA ipsius AR dupla, veluti DC ipsius CO. quare
11. quinti. ita erit BD ad ER, vt BD ad QO. ac propterea ER ipsi
9. quinti. QO equalis existit. ostensa verò est RF equalis OL, reliqua igitur EF reliquæ QL est æqualis. quia verò ita est FE
16. quinti. ad I9, vt QL ad Mα, erit permutando FE ad QL, vt I9



ad Mα. suntque FE QL equales, ergo I9 ipsi Mα equalis existit. quoniam autem ob triangulorum similitudinem AER A9Z, ita est AR ad AZ, vt ER ad 9Z. ob similitudinem verò triangulorum QOC αYC ita est CO ad CY, vt QO ad αY: & est RA ad AZ, vt OC ad CY, cùm vtreque in dupla existant proportione; erit ER ad 9Z, vt
ex 11. quinti 16. quinti QO ad αY. & permutando ER ad QO vt 9Z ad αY. est verò ER ipsi QO, æqualis, ergo 9Z ipsi αY equalis existit. at verò ostensa est I9 equalis Mα; tota igitur IZ ipsi MY est equalis,

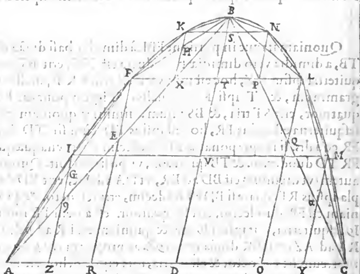
æqualis, quæ cùm sint ipsi BD æquidistantes, erunt & inter se parallelæ. quare IM ipsi AC est æquidistans. Quoniam itaque AR est æqualis CO, & horum dimidia; hoc est RZ ipsi OY æqualis erit. atqui DR est ipsi DO æqualis, ergo DZ ipsi DY existit æqualis. ipsi verò DZ est æqualis IV, & ipsi DY æqualis VM. erunt igitur IV VM inter se æquales. Iam itaque ostensum est, lineas KN FL IM, quę coniungunt angulos figuræ in parabole planè inscriptæ, ipsi AC æquidistantes esse. Diametrumquè BD ipsas in punctis STV bifariam dispescere. 33. primi. 34. primi.

Quoniam itaque in portione FBL à dimidia basi ducta est TB, à dimidia verò dimidiæ basis ducta est XK, erit BT sesquitertia ipsius KX, hoc est ipsius ST. est enim KT parallelogrammum, & ST ipsi KX æqualis. Si igitur ponatur BT quattuor, erit ST tria, & BS vnum. similiter quoniam BD sesquitertia est ipsius FR, hoc est ipsius TD, cùm sit TD ipsi FR ęqualis. si itaque ponatur BD sexdecim, erit vnaquæque FR TD duodecim. & TB quattuor, vt positum fuit. Quoniã autem (vt diximus) est BD ad ER, vt DA ad AR, erit BD dupla ipsius RE. quare si BD est sexdecim, erit RE octo. & quoniam est FR duodecim, erit EF quatuor. est autem FE ipsius I9 sesquitertia, erit igitur I9 tria. & quoniam est ER ad 9Z, vt RA ad AZ, erit ER dupla ipsius 9Z. ac propterea erit 9Z quatuor, cum sit ER octo, & est 9I tria, tota ergo IZ, hoc est DV, septem existet. sed quoniam est DT duodecim, cuius pars DV est septem, erit reliqua VT quinque. Posito igitur BS vno, erit ST tria, TV quinque, & VD septem. quod erat quoque demonstrandum. Et hæc sunt quę ab Archimede proposita fuerant. 19. Archimedis de quad. parab. 34. primi.

Ex his tamen nonnulla quoque colligemus ad ea, quæ sequuntur necessaria. ac primùm quidem constat BD quadruplam esse ipsius BT, & ipsius FE.

Oſtenſum eſt enim BD ſexdecim eſſe, & BT quatuor, & FE itidem quatuor exiſtere. Ex demonſtratione autem Archimedis, decimæ nonæ propoſitionis de quadratura paraboles, clarè elicitur BD quadruplam eſſe ipſius BT.

Ex quibus etiam ſequitur FE QL interſe æquales eſſe. ambo enim ſunt, vt quatuor.



Præterea oſtendendum eſt triangulum AFB triãgulo BLC ęquale eſſe, portionemquè paraboles AFB portioni BLC ęqualem. Ampliùs triangulum AIF triangulo CML, & portionem AIF portioni CML æqualem eſſe, & reliqua triangula reliquis triangulis, ac portiones portionibus ęquales eſſe.

Ex vigeſima prima propoſitione Archimedis de quadratura paraboles triangulum ABC vniuſcuiuſque trianguli AFB BLC eſt octuplũ. ergo ad ambo eandẽ hẽt proportionẽ. quare triangula AFB BLC interſe ſunt ęqualia. At vero quoniã

9. quinti.

portio AFB trianguli AFB est sesquitertia, quemadmodum portio BLC trianguli BLC, erit portio AFB ad triangulum AFB, vt portio CLB ad triangulum CLB. & permutando portio AFB ad portionem CLB, vt triangulum AFB ad ipsum CLB. triãgula verò sunt æqualia; ergo portiones AFB CLB interse sunt æquales. Eademquè ratione triangulũ AFB octuplum est trianguli AIF, & triangulum CLB octuplum ipsius CML. vnde triangula AIF CML sunt æqualia. et earum quoque portiones AIF CML sunt æquales, siquidem sunt triangulorum sesquitertiæ. Et hoc modo reliqua triangula FKB LNB, & portiones FKB LNB ostendetur æquales. cùm sit triangulum FBL dictorum triangulorum octuplum. quod oportebat quoque demonstrare.

17.24. Archimedis de quad. parab.
16. quinti.
21. Archimedis de quad. parab.

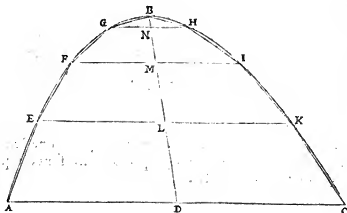
His demonstratis sequitur Archimedes quasi connectens sequentem propositionem cum ijs, quæ supposita sunt, inquiens, *si autem & in portione* &c.

PROPOSITIO II.

Si autem & in portione recta linea, rectanguliquè coni sectione contenta, figura rectilinea planè inscribatur, inscriptæ figuræ centrum grauitatis erit in diametro portionis.

Sit portio ABC, qualis dicta est, & in ipsa planè inscribatur rectilinea figura AEFGBHIKC. portionis verò diameter sit BD. ostendendum est, rectilineæ figuræ centrum grauitatis esse in linea BD. iũgantur GH FI EK. quę ipsi AC, & interse ęquidistantes erunt. hę verò lineæ diametrum BD secent in punctis NML.

ex demõstratis.



Quoniam enim lineæ GH FI EK bifariam sunt à diametro BD diuisæ in punctis NML, trapezium AEKC duas habebit lineas æquidistantes AC EK, quas bifariam diuidit DL, quare *trapezii AEKC centrum grauitatis est in LD. at ob* eandem causam *trapezii EFIK centrum est in ML; trapezii verò FGHI centrum est in MN;* lineæ enim LM MN bifariam diuidunt parallela latera EK FI GH, *sed & trianguli etiam GBH centrum grauitatis est in BN.* quippè cùm BN ipsam GH bifariam diuidat. *perspicuum est totius rectilineæ figuræ* AEFGBHIKC *centrum grauitatis esse in linea BD.* quod demonstrare oportebat.

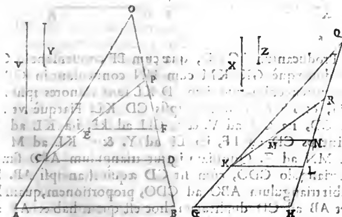
15. primi huius.

13. primi huius.

SCHO-

SCHOLIVM.

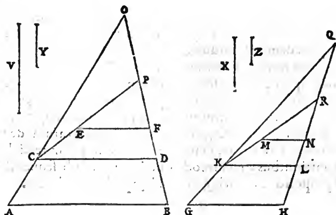
Ecce quo Archimedes incipit inuestigare centrum grauitatis paraboles. nam ex hoc, quod ostendit centrum grauitatis figuræ in portione planè inscriptæ esse in diametro portionis, statim colliget in quarta propositione centrum grauitatis paraboles in diametro quoque ipsius portionis existere. interponit autem Archimedes sequentem propositionem. nã antequam inueniat centrum grauitatis paraboles, opus habet prius ostendere centra grauitatis duarum, & vt ita dicam omnium parabolarum diametros in eadem proportione secare. ad quod demonstrandum, hanc passioné figuris planè inscriptis priùs accidere ostẽdit. potuissetquè Archimedes priùs quartam propositionem ostendere, quam tertiam; sequentem verò propositionem immediatè posuit post secundam, ordo enim sic postulat. etenim ambæ de ijs pertractant, quæ rectilineis figuris planè inscriptis accidunt. Prçterea earum demonstrationes ferè circa eadem versantur, cùm ijsdem rectis lineis in portionibus eodemmodo ductis vtantur; ob sequentis verò propositionis intelligentiam hçc priùs ostendemus.



LEMMA I.

Eandem habeat proportionem AB ad CD, quam habet GH ad KL: CD verò ad EF eã, quã habet kL ad MN. sintquè

AB CD EF interſe ęquidſtantes. ſimiliter GH KL MN æquidiſtantes, ſint autem ductæ BDF HLN rectæ lineæ; ſitquè BD ad DF, vt HL ad LN. ſitquè maior AB quàm CD, & CD, quàm EF. vnde erit quoquè GH maior KL, & KL, quam MN. iunctiſquè AC CE, & GK KM. Dico ſpacium ACDB ad ſpacium CEFD eandem habere proportionem, quam ſpacium GKLH ad ſpacium KMNL.



Producantur AC CE, quæ cum BF conueniant in OP. productæquè GK KM cum HN conueniant in QR. concurrent enim, quoniam CD KL ſunt minores ipſis AB GH, & EF MN minores ipſis CD KL. Fiatquè vt AB ad CD, ita CD ad V. & vt GH ad kL, ita KL ad X. deinceps CD ad EF, ita EF ad Y. & vt KL ad MN, ita MN ad Z. Quoniam igitur triangulum ABO ſimile eſt triangulo CDO, cùm ſit CD æquidiſtans ipſi AB. habebit triangulum ABO ad CDO, proportionem, quam habet AB ad CD duplicatam. hoc eſt quam habet AB ad V. Eodemquè modo oſtendetur triangulũ GHQ ad KLQ ita eſſe, vt GH ad X. quia verò AB CD V ita ſe habẽt, vt GH kL X, erit ex æquali AB ad V, & GH ad X. triangulum igitur ABO eandem habet proportionem ad

11. ſexti. *9. ſexti.* *22 quinti.*

CDO,

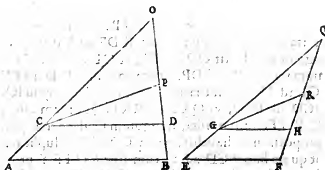
CDO, quam triangulum GHQ ad KLQ. quare diuidendo ſpacium ACDB ad triangulum CDO eſt, vt ſpacium GKLH ad triangulum kLQ. Rurſus quoniam ob triangulorum ſimilitudinem ABO CDO, ita eſt AB ad CD, vt BO ad OD. ſimiliter ob ſimilitudinem triangulorũ GHQ KLQ ita eſt GH ad kL, vt HQ ad QL. & eſt AB ad CD, vt GH ad KL, erit BO ad OD, vt HQ ad QL. & diuidendo BD ad DO, vt HL ad LQ. deinde cõuertẽdo DO ad DB, vt LQ ad LH. & eſt BD ad DF, vt HL ad LN, erit ex ęquali DO ad DF, vt LQ ad LN. Quoniam autem ſimilium triangulorum CDP EFP latus CD ad latus EF ita ſe habet, vt DP ad PF. ſimiliter exiſtentibus ſimilibus triangulis KLR MNR ita eſt KL ad MN, vt LR ad RN, & vt CD ad EF, ita eſt KL ad MN, erit DP ad PF, vt LR ad RN. & per conuerſionem rationis PD ad DF, vt RL ad LN. & conuertendo DF ad DP, vt LN ad LR. diximus autẽ OD ad DF ita eſſe, vt QL ad LN, & eſt DF ad DP, vt LN ad LR. ergo ex ęquali erit OD ad DP, vt QL ad LR. At verò quoniam ita eſt OD ad DP, vt triangulum OCD ad PCD, & vt QL ad LR, ita eſt triangulum QKL ad triangulũ RKL, erit OCD ad PCD, vt QKL ad RKL. Quoniam autẽ triãgula CDP EFP ſunt ſimilia, triangulum CDP ad triangulum EFP proportionem habebit, quam CD ad EF duplicatam, hoc eſt quam habet CD ad Y. cùm ſint CD EF Y proportionales. ſimiliter ob triangulorum KLR MNR ſimilitudinem triangulum KLR ad MNR, ita erit vt KL ad Z, eſt autem CD ad Y, vt KL ad Z, erit igitur triãgulum CDP ad EFP, vt KLR ad MNR, & diuidendo ſpaciũ CEFD ad triangulum EFP, vt ſpacium KMNL ad triangulum MNR. & cõuertendo triangulum EFP ad ſpacium CEFD, vt triãgulũ MNR ad ſpacium KMNL. Itaque quoniam oſtenſum eſt ita eſſe ſpacium ACDB ad triangulum CDO, vt ſpacium GKLH ad triangulum KLQ. & vt triangulũ CDO ad triangulum CDP, ita triangulum KLQ ad triangulũ KLR, deinde, vt triangulum CDP ad triangulum EFP, ita triãgulum KLR ad triangulum MNR, denique vt triangulum EFP ad ſpacium CEFD, ita triangulum MNR ad ſpacium kMNL,

17. quinti. *eſt 4. ſexti* *17. quinti.* *cor. 4. quinti.* *22. quinti* *ex 11. quinti.* *cor. 19. quinti.* *22. quinti* *ex 1. ſexti.* *19. ſexti.* *ex quinti.* *cor. 4. quinti.*

22. quinti erit ex æquali à primo ad vltimum ſpacium ACDB ad ſpaciũ CEFD, vt ſpacium GKLH ad ſpacium KMNL. quod demõſtrare oportebat.

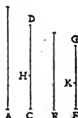
LEMMA II.

Æquidiſtãtes verò lineę AB CD ita ſe habeant, vt æquidiſtantes EF GH, ſitquè maior AB, quàm CD, & EF, quam GH. & ſuper CD GH ſint triangula CDP GHR, ſintq; BDP FHR rectæ lineæ,& vt BD ad DP, ita ſit FH ad HR. iunctisq; AC EG. Dico ſpacium ACDB ad triangulũ CDP ita eſſe, vt ſpacium EG HF ad triangulum GHR.



Eadem enim prorſus ratione productis AC EG, quæ cum BP FR conueniant in OQ, oſtendetur ſpacium AD ad triangulum CDO ita eſſe, vt ſpacium EH ad triangulum GHQ. & eſſe OD ad DB, ut QH ad HF. & quoniam eſt BD ad DP, vt
22 quinti. FH ad HR, erit ex ęquali OD ad DP, vt QH ad HR. & vt OD
1. ſexti. ad DP, ita eſt triangulum CDO ad triangulum CDP, & vt QH ad HR, ita triangulum GHQ ad GHR. cùm itaque ſit AD ad CDO, vt EH ad GHQ, & vt CDO ad CDP, ita
22. quinti. GHQ ad GHR. ex æquali erit ſpacium AD ad triangulum CDP, vt ſpacium EH ad triangulum GHR. quod demonſtrare oportebat.

LEMMA. III.



Sit A ad CD, vt E ad FG, diuidanturq; CD FG in eadẽ proportione in HK, ita vt sit CH ad HD, vt FK ad KG. Dico A ad DH ita esse, vt E ad KG. A verò ad CH, vt E ad Fk.

Quoniam enim ita est CH ad HD, vt FK ad kG; erit componendo CD ad DH, vt FG ad GK. est autem A ad CD, vt E ad FG; CD verò est ad DH, vt FG ad GK; ergo ex æquali A erit ad DH, vt E ad GK. Deinde quoniam est GH ad HD, vt FK ad kG; erit conuertendo DH ad HC, vt GK ad KF. rursus igitur ex æquali A erit ad CH, vt E ad FK. quod ostendere oportebat.

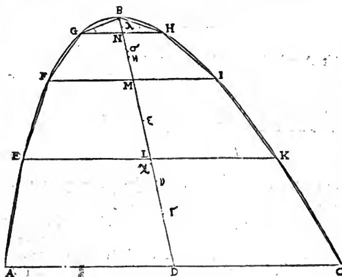
18. quinti.

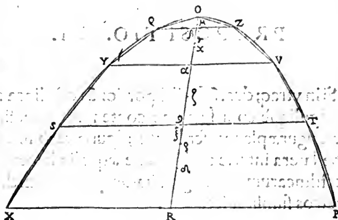
22 quinti.

cor. 4. quinti.

PROPOSITIO. III.

Si in vtraq; duarũ similiũ portionũ recta linea rectangulique coni sectione contentarum rectilineæ figuræ planè inscribantur; figuræ verò inscriptæ latera interse multitudine æqualia habeant; rectilinearum centra grauitatum portionum diametros similiter secabunt.





Sint duæ portiones ABC XOP, in ipsisquè planè inscribantur rectilineæ figuræ AEFGBHIKC XSYQOZVTP; *quæ omnia latera inter se numero æqualia habeant. Diametri verò portionum sint* BD

OR.

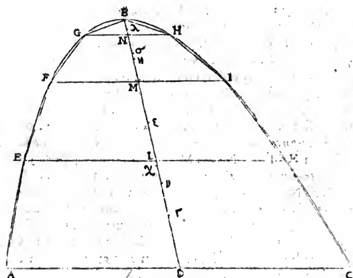
OR. iungāturq́; EK FI GH. quæ interſe, & ipſi AC ęquidiſtātes erunt; bifariamquè à diametro BD in punctis LMN diuiſæ erunt. Iunganturſimiliter *& ST YV QZ*, quas bifariam diameter OR in punctis 9αβ diuidet. eruntquè ductæ lineæ ipſi XP, & interſe æquidiſtantes. *Quoniam igitur BD diuiditur à lineis æquidiſtantibus* GH FI EK *in proportionibus numeris deinceps imparibus;* poſito enim vno BN, eſt quidem NM tria, ML quinque, & LD ſeptem. ſed *& RO ſimiliter* à lineis QZ YV ST in proportionibus diuiditur numeris deinceps imparibus, eadē. n. ratione ſi ponatur Oβ vnum, erit βα tria, α9 quinq́;, & 9R ſeptem. *& portiones ipſorum* diametrorum BD OR *ſunt numero æquales.* quot.n.ſunt BN NM ML LD, tot ſunt Oβ βα α9 9R. *patet diametrorum portiones in eadem eſſe proportione,* vt quęmadmodū eſt BN ad NM, & NM ad ML, & ML ad LD, ita eſſe Oβ ad βα, & βα ad α9, & α9 ad 9R. Atverò quoniam ita eſt DB ad BL, vt RO ad O9; (ſunt.n.ut ſexdecim ad nouem) & ut DB ad BL, ita eſt quadratum ex AD ad quadratū ex EL; & vt RO ad O9, ita eſt quadratū ex XR ad quadratum ex S9; erit quadratū ex AD ad quadratū ex EL, vt quadratū ex XR ad ex S9 quadratū. ergo ut AD ad EL, ita XR ad S9. & horum dupla nēpè AC ad EK, vt XP ad ST: eademq́; prorſus rōne, quoniam ita eſt LB ad BM, vt 9O ad Oα (ſunt.n.ut nouem ad quatuor) oſtendetur EL ad FM ita eſſe ut S9 ad Yα, & horum dupla, ſcilicet EK ad FI ita eſſe, ut ST ad YV. Cùmq́; ſit MB ad BN, vt αO ad Oβ, ut ſcilicet quatuor ad vnum; ſimiliter oſtendetur FM ad GN ita eſſe vt Yα ad Qβ; FI uerò ad GH, vt YV ad QZ. vnde colligitur nō ſolùm portiones diametrorum (ut diximus) in eadem eſſe proportione, ſed *& parallelas* AC EK FI GH, & XP ST YV QZ *in eadē eſſe proportione. & Trapeziorum ipſius quidem AEkC, & ipſius XSTP centra grauitatum eſſe in lineis LD 9R ſimiliter poſita, cùm eandem habeant proportionem AC EK, quam XP ST:* lineæquè LD 9R bifariam diuidant ſuas æquidiſtantes AC EK. & XP ST. etenim ſi ponatur trapezij AK centrum grauitatis γ, ipſius verò XT centrum grauitatis δ, erit Lγ ad γD, vt dupla ipſius AC cum EK ad duplam ipſius EK cum AC. & 9δ ad δR erit, vt dupla ipſius XP cum ST ad duplam ST cum XP. quoniam autem ita eſt AC ad EK,

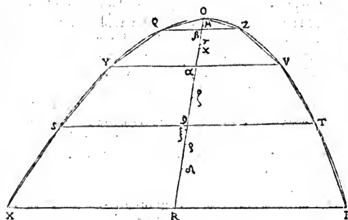
ex iis quę poſt 1. primi huius demonſtrata ſunt.

3. Archi. de quad. parab. & 20. primi conicorum Apoll. 22. ſexti.

15. primi huius.

15. primi huius.


B
G
H
N
F
I
M
E
L
A
D
C


O
Q
Z
Y
V
S
T
X
R
P

vt XP ad ST, & antecedentium dupla, hoc est dupla ipsius AC ad EK erit, vt dupla ipsius XP ad ST. & componendo dupla ipsius AC cum EK, vt dupla ipsius XP cum ST ad ST. (18. quinti.) At verò EK ad duplam ipsius EK, ita est, vt ST ad duplam ipsius ST, sed EK ad AC est, vt ST ad XP, erit EK ad vtrasque consequentes simul sumptas, hoc est ad duplam ipsius EK cum AC, vt ST ad suas consequentes, nempè ad duplam ipsius ST cum XP. (1. lẽma ante 13. primi huius.) Itaque quoniam ita est dupla ipsius AC cũ EK ad Ek, vt dupla ipsius XP cum ST ad ST, & est EK ad duplam ipsius EK cum AC, vt ST ad duplam ipsius ST cum XP. erit ex æquali dupla ipsius AC cum EK ad duplam ipsius FK cum AC, vt dupla ipsius XP cum ST ad duplam ipsius ST cum XP. (22. quinti.) ac propterea ita est Lγ ad γD, vt 9δ ad δR, & ob id centra γδ erunt in lineis LD 9R similiter posita. *Rursus* eodem modo (ne eadem sæpiùs repetantur) *Trapeziorum EFIk STVT centragrauitatum*, quæ sint εζ, *similiter* hoc est in eadem proportione *diuident lineas LM 9α*, ita vt sit Lε ad εM, vt 9ζ ad ζα. *& in trapezijs FH YZ centra grauitatum κκ similiter diuident MN αβ*, ita ut Mκ ad κN sit, vt κκ ad κβ *sed & triangulorum GBH QOZ centra grauitatum λμ in lineis B N Oβ erunt similiter posita*, siquidem Bλ ad λN est, vt Oμ ad μβ; quippè cùm in dupla sint proportione. (ãte 13. primi huius.) *eandem autem habent proportionem Trapezia, & triangula:* Nam cùm sit AD ad EL, vt XR ad S9, & ut EL ad FM, ita S9 ad Y[illegible]; estquè DL ad LM, ut R9 ad 9α, cùm sint, vt septem ad quinque; erit spacium AL ad spacium EM, vt spacium X9 ad spacium S[illegible]. (1. lemma.) similiterquè ostendetur DK ad LI ita esse, vt RT ad 9V. quare totum trapezium AK ad EI est, vt XT ad SV. pariquè ratione ostendetur ita esse trapezium EI ad FH, vt SV ad YZ. quia verò ita est FM ad GN, vt Yα ad Qβ, est autem MN ad NB, vt αβ ad βO, sunt quippè ut tria ad vnum, erit spacium FN ad triangulum GBN, vt spacium Yβ ad triangulum QβO. (2. lemma.) eodemquè modo ostendetur ita esse spacium IN ad triangulum BNH, vt spacium Vβ ad triangulum CβZ. Ex quibus sequitur ita esse trapeziũ FH ad triangulum BGH, vt trapezium YZ ad triangulũ OQZ.

ſi itaque diuidatur γε in υ, ita ut ſit ευ ad υγ, vt trapeziū AK ad EI. erit punctum υ centrum grauitatis figuræ AEFIKC. *ex 6. primi huius.* ſimiliquè modo diuidatur δζ in ϱ, ita vt ſit ζϱ ad ϱδ, vt trapezium XT ad SV; erit punctum ϱ grauitatis centrum figuræ XSYVTP. quia verò ita eſt AK ad EI, vt XT ad SV, erit ευ ad υγ, vt ζϱ ad ϱδ. Diuidatur aūt deinceps λκ in σ, ſitq; λσ ad σκ, vt FH ad triangulum BGH, erit punctum σ centrum grauitatis figuræ FGBHI. eademquè ratione diuidatur μκ in τ, ſitquè μτ ad τκ, vt YZ ad triangulum OQZ; erit punctum τ centrum grauitatis figuræ YQOZV. ſed eſt FH ad BGD, vt YZ ad OQZ, erit igitur λσ ad σκ, vt μτ ad τκ. Quoniam autem ita eſt Ak ad EI, vt XT ad SV, erit componendo AEFIKC *18. quinti.* ad EI, vt figura XSYVTP ad SV; & eſt EI ad FH, vt SV ad *22. quinti.* YZ. ergo ex æquali figura AEFIKC erit ad FH, vt figura XSYVTP ad YZ. eſt autem FH ad BGH, vt YZ ad OQZ. erit igitur figura AEFIKC ad ſuas conſequentes, ad figuram *cor. 2. lemma in 13. primi huius* ſcilicet FGBHI, vt figura XSYVTP ad ſuas conſequentes, hoc eſt ad figuram YQOZV. Diuidatur itaque συ in χ, ita ut σχ ad χυ ſit, vt figura AEFIKC ad figuram FGBHI, erit punctum *ex 6. primi huius.* χ centrū grauitatis totius figuræ AEFGBHIKC. ſimiliter diuidatur τϱ in ξ, ſitque τξ ad ξϱ, ut figura XSYVTP ad figuram YQOZV, erit punctum ξ centrum grauitatis totius figuræ XSYQOZVTP. quia verò ita eſt figura AEFIKC ad figuram FGBHI, vt figura XSYVTP ad figuram YQOZV. erit σχ ad χυ, vt τξ ad ξϱ. Itaque quoniam BD ad DL eſt, vt σν ad Rϑ, cùm ſint ut ſexdecim ad ſeptem. & eſt Lγ ad γD, vt ϛδ ad δR, erit BD ad Lγ, vt σν ad ϑδ. & vt BD ad γD, ita OR ad δR. *3. lemma.* rurſus quoniam BD ad LM eſt, vt OR ad ϑκ, nempe vt ſex decim ad quinque; & eſt Lε ad εM, ut ϑζ ad ζκ, erit BD ad εL, vt OR ad ϑζ. eſt verò BD ad Lγ, vt OR ad ϑδ; erit igitur BD ad vtramque ſimul εL Lγ, hoc eſt ad εγ, vt OR ad ζδ. ſed quoniā *2. lēma ante 13. primi huius.* eſt γν ad νε, vt δϱ ad ϱζ: erit BD ad γν vt OR ad δϱ. eſt autē BD ad Dγ, vt OR ad Rδ, vt dictum eſt, ergo BD ad Dν eſt, vt OR *3. lemma.* ad Rϱ. ſimiliterquè oſtēdetur BD ad BA ita eſſe, vt OR ad Oτ. *2. lēma ante 13. primi huius.* Cùm itaque ſit BD ad DR, & ad Bσ, ut OR ad Rϱ, & ad Oτ; erit BD ad DR Bσ ſimul, vt OR ad Rϱ Oτ ſimul, & permutando tota BD ad totam OR, vt ablata DνEσ ad ablatam Rϱoτ. *16. quinti.*

19. quinti. ergo & reliqua σν ad reliquam τρ est, ut tota BD ad totã OR.
co. 4. quīti. rursusquè permutando σν ad BD ut τρ ad OR, conuertendoq;
3. lemma. BD ad σν est, ut OR ad τρ. Quia verò ita est σχ ad χν, ut τξ ad ξρ;
erit BD ad σχ, vt OR ad τξ. at verò BD ad Bσ est, vt OR ad Oτ.
2. lemma ante 13. primi hui' erit igitur BD ad Bχ, ut Oτ ad Oξ, ac propterea diuidendo Dχ
18. quinti. ita se habet ad χB, vt Rξ ad ξO. *Quare manifestum est totius rectilineæ figuræ in portione ABC inscriptæ centrum grauitatis* χ *in eadem proportione diuidere BD, veluti centrum grauitatis* ξ *figuræ rectilineæ in portione XOP* inscriptæ *ipsam OR* diametrum: *quod demonstrare oportebat.*

SCHOLIVM.

Hinc colligere licet parabolas omnes interse similes esse. Refert enim Eutocius hoc in loco, Apollonium pergęum in sexto Conicorum libro. (qui nondum in lucem prodijt) similes coni sectiones dixisse eas esse, quando in vnaquaque sectione lineę ducũtur basi æquidistãtes numero pares; hoc est tot in vna, quot in alia; vt in superioribus figuris ductæ fuerunt, in vna quidem EK FI GH ipsi AC æquidistantes; & in altera ST YV QZ ipsi PX æquidistantes; quę quidem efficiant, vt diametri in eadem proportione diuisæ proueniant; vt sunt BN NM, ML, LD; & Oβ βκ κ9 9R, Deinde æquidistãtes AC EK FI GH in eadem sint proportione ipsarum XP ST YV QZ. & quoniam hæ conditiones in omnibus possunt accidere parabolis; vt ex ijs, quæ demonstrata sunt, manifestum est; idcirco parabolæ omnes sunt similes. Neque verò existimandũ est, quoniam parabolæ sunt similes, figuras quoque planè inscriptas, vt AEFGBHIKC & XSYQOZVTP similes esse inter se, ea præsertim similitudine, qua sunt figuræ rectilineæ; vt scilicet anguli sint æquales, & circum ęquales angulos latera proportionalia. in parabolis nõ attenditur hęc similitudo, fateor enim est, vt præfatæ adsint conditiones; ex quibus sequitur (vt ostendimus) trapezia AK EI FH, triangulumquè BGH in eadem esse proportione trapeziorum XT SV YZ, ac

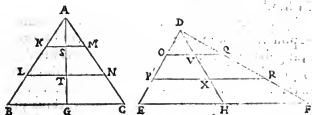
trian-

trianguli OQZ. ac propterea quando Archimedes in propositione inquit *si in vtraque similium portionum rectalinea, rectanguliquè coni sectione contentarum,* non propterea existimandum est reperiri posse aliquas parabolas recta linea terminatas nõ esse similes inter se; ea nimirum iam explicata similitudine. sunt enim Archimedis verba hoc modo intelligenda, nempè, si in vtraque portionum recta linea rectanguliquè coni sectione contentarum, quæ omnes sunt similes, & c. veluti si diceremus. In similibus semicirculis anguli omnes sunt recti. non est intelligendum nonnullos semicirculos interse dissimiles existere posse. sed hoc modo; in semicirculis, qui omnes sunt similes, anguli sunt recti. Et hoc modo semper intelligere oportet, quando in sequentibus Archimedes parabolas similes nominat. Nam & Archimedes cognouit omnes parabolas interse similes esse; vt ipse in demonstratione octauæ propositionis huius supponere videtur. Oportebat enim aliquam in parabolis demonstrare similitudinem, vt demonstrari posset centrum grauitatis in omnibus parabolis esse in certo, ac determinato situ ipsius figuræ. in figuris enim, quæ aliquam interse non habent similitudinem, in ipsis centrum grauitatis determinari minimè posse videtur. Dicet autem fortasse aliquis, determinatur tamen centrum grauitatis in omnibus triãgulis, quæ quidem interse non sunt similia. Cui respondendum; triangula omnia interse similia non esse similitudine rectilinearum figurarum, nempè vt anguli sint æquales, & circum æquales angulos latera proportionalia. quòd tamen nullam interse se habeant conuenientiam, omnino negatur. nã triangula omnia simul quodammodo illam habent conuenientiam, & similitudinem; quæ parabolis accidit.

In triangulis enim ABC DEF ductę sint AG DH ab angulis ad dimidias bases. sintquè diuisa triangulorum latera in eadem proportione, in punctis kL, OP. & vt AK KL LB, ita sit AM MN NC, & DQ QR RF. ductisquè KM LN OQ PR, quæ lineas AG DH secent in punctis ST VX; primùm quidẽ erunt KM LN OQ PR basibus BC EF æquidistantes; quas lineæ AG DH in punctis ST VX bifariam diuident, cùm sit *ex 2 sexti* *ex lẽmate 1 secũdã demõstrationẽ 13. primi huius.*

BG ad

BG ad GC, vt LT ad TN, & KS ad SM. & ut EH ad HF ita PX ad XR, & OV ad VQ. Deinde erunt AG DH à lineis KM LN OQ PR in eadem proportione diuisæ; siquidem ita est AS ST TG, ut DV VX XH. cùm sint, ut expositæ proportiones AK KL LB, & DO OP PE. Præterea erit spacium BN ad LM, vt ER ad PQ, & LM ad triangulum AKM,



vt PQ ad triangulum DOQ. Nam quoniam triangulũ ABC simile est triangulo ALN, ob latus LN ipsi BC æquidistans; erit ABC ad ALN, ut AB ad AL duplicata. eodemquè modo erit DEF ad DPR, vt DE ad DP duplicata; eandem autem habet proportionem AB ad AL, quam DE ad DP: quãdoquidem latera AB DE in eadem sunt proportione diuisa; erit igitur triangulum ABC ad ALN, vt triangulum DEF ad DPR. similiterquè ostendetur ALN ad AKM ita esse, ut DPR ad DOQ. Quoniam autem ABC est ad ALN, ut DEF ad DPR,

17. quinti. diuidendo erit BN ad ALN, ut ER ad DPR. At verò quoniã

coro 19. quinti. ALN ad AKM est, vt DPR ad DOQ; erit per conuersionem rationis ALN ad LM, vt DPR ad PQ. quare

22. quinti. ex æquali BN est ad LM, ut ER ad PQ. Cùm autem sit ALN ad AKM, ut DPR ad DOQ; erit diuidendo LM ad AKM, vt PQ ad DOQ. Quocirca erit spacium BN ad LM, vt ER ad PQ, & LM ad triangulum AKM, vt PQ ad triangulum DOQ. Ex quibus perspicuum est omnia triangula aliquam interse habere similitudinem, ex qua possibile fuit determinare in omnibus situm, vbi repe-

ritur centrum grauitatis. Quòd si figurę nullam conuenientiam, nullamquè similitudinem interse habuerint; ut in quadrilateris, pentagonis, & reliquis figuris, quæ interse neque latera neque angulos ęquales habeāt; & propterea nullam interse conuenientiam, & similitudinem habere possunt; impossibile quidem esset in ipsis determinare situm cētri grauitatis; ita vt omnibus quadrilateris, ac omnibus pentagonis quomodocunque factis, & ita cęteris figuris deseruire possit. Cum exempli gratia in pentagonis modò in vno, modò in alio situ centrum reperiatur, prout sunt diuersę figuræ. Possumus quidem in vnaquaque figura reperire punctum positione, quod sit quidem centrum grauitatis illius determinatæ figurę. vt in fine primi libri ostendimus. esset tamen impossibile in omnibus proprium certum, ac determinatum situm reperire; vt scilicet sit in tali linea, taliquè modo diuisa, vt omnib[9] pentagonis, & hexagonis, cæterisquè huiusmodi deseruire possit. vt determinatur in triangulis, & vt determinari potest in quadrilateris; quæ vel sint parallelogramma, vel duo saltē latera sint æquidistantia. cùm in his conuenientia, quàm triangulis accidere ostendimus, reperiatur; quandoquidem sunt triāgulorum portiones. similiter in parallelogrammis facilè erit ostendere aliquam interse similitudinem existere. pētagona verò hexagona, & cæteræ figuræ, quæ angulos æquales, & æqualia latera habent; iam constat similia esse inter se. præterea circuli omnes sunt similes. Ellipses quoque interse aliquam habent similitudinem, in quibus describitur figura planè inscripta. vt perspicuum est in libro Federici Commandini de centro grauitatis solidorum. ac propterea in his, & in alijs, quibus interse aliqua similitudo reperiri potest, centrum quoque grauitatis determinari poterit.

LEMMA.

Sint quatuor magnitudines ABCD. sitquè A maior B; & C maior D. Dico. A ad D maiorem habere proportionem, quàm habet B ad C.

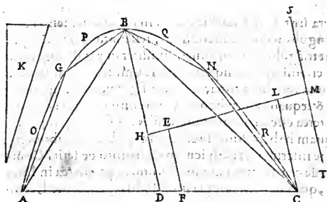
Hoc à nobis ostensum fuit initio tractatus de vecte, in nostris mechanicis hoc pacto.

8. quinti. Quoniam enim A ad C maiorem habet proportionem, quam B ad C; & A ad D maiorem quoque habet proportionem, quàm habet ad C; A igitur ad D maiorem habebit, quàm B ad C, quod demonstrare oportebat.



PROPOSITIO. IIII.

Omnis portionis recta linea, rectanguliquè coni sectione contentæ, centrum grauitatis est in diametro portionis.



Sit portio, ut dicta est, ABC; cuius diameter sit BD. demonstrandum est dictæ portionis centrum grauitatis esse in linea BD. si. n. non, sit punctum E. & ab ipso ducatur ipsi BD æquidistans EF; atque in portione inscribatur triangulum ABC eandem basim AC *habens, & altitudinem* portioni *æqualem. & quam proportionem habet CF ad FD, eandem habeat triangulum ABC ad spatium*

k. *in portione autem planè inscribatur figura rectilinea* AGBNC, *ita vt relictæ portiones* AOG GPB BQN NRC simul *sint minores ipso* K. *inscriptæ quidem rectilineæ figuræ centrum grauitatis est in linea* BD. *sit punctum* H. *connectaturquè* HE, *& producatur; &* à puncto C *ipsi* BD *ducatur æquidistans*, CL. Quoniam autem portiones AOG GPB BQN NRC simul sunt ipso K minores; maiorem habebit proportionem triangulum ABC ad dictas portiones, quàm ad K; inscripta verò figura AGBNC maior est triangulo ABC, K verò maius est reliquis portionibus. *Manifestum est* igitur *figuram rectilineam* AGBNC *in portione inscriptam maiorē habere proportionem ad reliquas portiones* AOG GPB BQN NRC, *quàm triangulum* ABC *ad* K. *sed vt triangulum* ABC *ad* K, *ita est* CF *ad* FD; *figura igitur inscripta ad reliquas portiones maiorem habebit proportionem, quam* CF *ad* FD; *hoc est* LE *ad* EH. Cùm sint LH CD à lineis æquidistantibus LC EF HD diuisæ. quare cùm figura inscripta ad reliquas portiones maiorem habeat proportionem, quàm LE ad EH; linea, quæ ad EH eandem habeat proportionē, quàm figura inscripta ad reliquas portiones, maior erit, quā LE. *Habeat igitur* ME *ad* EH *proportionē eam, quā figura inscripta ad portiones. Quoniam igitur punctum* E *centrum est grauitatis totius portionis, figuræ autē in ipsa inscriptæ* centrum grauitatis *est punctum* H: *constat reliquæ magnitudinis ex circumrelictis portionibus compositæ centrum grauitatis esse in linea* HE *producta; ita vt assumpta aliqua recta linea* ME *eam proportionem habeat ad* EH, *quam figura inscripta ad circumrelictas portiones. Quare magnitudinis ex circumrelictis portionibus compositæ centrum grauitatis est punctum* M. *quod est absurdum. Ducta enim linea* ST *per punctum* M *ipsi* BD *æquidistante, in ea omnes circumrelictæ portiones centra grauitatis habebunt.* hoc est magnitudinis ex portionibus BPG BQN compositæ centrum grauitatis esset in parte MS. centrum verò grauitatis portionum AOG CRN esset in parte MX; ita ut M omnium dictarum portionum esset grauitatis centrum. quæ sunt quidem inconuenientia; quippe quæ etiam eodem modo sequentur, si ST ipsi BD æquidistans non esset. *Patet igitur centrum grauitatis* portionis ABC *esse in linea* BD. quod demonstrare oportebat.

2. huius. *8. quinti.* *lemma.* *1. lem. 13. primi huius.* *8. primi huius.*

SCHOLIVM.

In hac demonſtratione obſeruandum eſt; quòd quãdo Archimedes inquit, ***in portione autem planè inſcribatur figura*** &c. intelligendum eſt, inſcribatur primò pentagonum AGBNC in portione planè inſcriptum; quod quidem relinquet portiones AOG GPB BQN NRC, quæ ſimul uel erunt minores ſpacio K, vel minùs. ſi non, rurſus planè adhuc inſcribatur in portione ABC nonagonum; deinde alia figura; idquè ſemper fiat, donec circumrelictæ portiones ſimul ſint ſpacio K minores. quod quidem fieri poſſe ex prima decimi Euclidis patet. Aufertur enim ſemper maius, quã dimidium. Cùm quælibet portio paraboles trianguli planè in ipſa inſcripti ſit seſquitertia. Vnde triangulum ABC maius eſt, quàm dimidiũ portionis ABC. triangulumquè AGB maius, quàm dimidiũ portionis AGB. ſimiliter triangulum BNC portionis BNC. & ita in alijs. Quæ quidem omnia ſunt quoque manifeſta ex vigeſima propoſitione, eiuſquè demonſtratione de quadratura paraboles Archimedis.

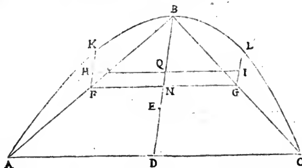
17. Archi. de quad. parab.

Demonſtrato centro grauitatis cuiuſlibet paraboles in eius diametro exiſtere; oſtendet Archimedes, (vt diximus) in parabolis grauitatum centra in eadem proportione diametros diſpeſcere. antequam autem hoc demonſtret, duas præmittit ſequentes propoſitiones ad demonſtrationem neceſſarias.

PROPOSITIO. V.

Si in portione recta linea, rectanguliquè coni ſectione contenta rectilinea figura planè inſcribatur, totius portionis centrũ grauitatis propiquius eſt vertici portionis, quã centrũ figuræ inſcriptæ.

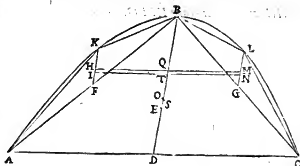
Sit portio ABC, qualis dicta est, ipsius verò diameter sit BD. primùmquè in ipsa planè inscribatur triangulum ABC. & diuidatur BD in E, ita vt dupla sit BE ipsius ED. erit vtiquè trianguli ABC centrum grauitatis punctum E. (*ante. primi huius.*) *Diuidatur itaque bifariam vtraque AB BC in punctis FG. & à punctis FG ipsi BD ducantur æquidistantes FK GL. erit sanè portionis AkB centrum grauitatis in linea Fk.* (*4. huius.*) *portionis verò BLC centrum grauitatis erit in linea GL. sint itaque puncta HI. connectanturquè HI FG.* quæ BD secent in QN.



erit vtique punctum Q vertici B propinquius, quàm N. quia verò est BF ad FA, vt BG ad GC, erit FG æquidistás ipsi AC, (*2. sexti.*) eritquè FN ad NG, vt AD ad DC. (*lemma in aliter 13. primi huius*) est verò AD ipsi DC æqualis, ergo FN NG interse sunt æquales. quoniam autem FN est ipsi AD æquidistans, erit AF ad FB, vt DN ad NB. (*2. sexti.*) est autem AF dimidia ipsius AB, cùm sint AF FB çquales ergo & DN dimidia est ipsius DB. at verò quoniam DE tertia est pars ipsius DB, siquidem est BE ipsius ED dupla, erit punctum N propinquius vertici B portionis, quàm punctum E. *Et quoniam parallelogrammum est HFGI. & æqualis est FN ipsi NG, erit QH ipsi QI æqualis. ac propterea magnitudinis ex vtrisque AkB BLC portionibus compositæ centrum grauitatis est in medio lineæ HI,* (*4. primi huius.*) *cùm portiones* AKB BLC *sint æquales; erit scilicet punctum Q. Quoniam autem trianguli ABC centrum grauitatis est punctum E,* (*ex iis quæ ante 2. huius demonstrata sunt.*) *magnitudinis verò ex vtrisquè AkB BLC composita*

est

ex 8. primi huius. *est punctum Q. constat totius portionis ABC centrum grauitatis esse in linea QE. hoc est inter puncta QE. Quare totius portionis cētrum* * *grauitatis propinquius est vertici portionis, quàm* centrum grauitatis *trianguli planè inscripti.*



Rursus in portione pentagonum rectilineum AKBLC planè inscribatur. sitquè totius portionis diameter BD. vtriusque autem portionis AKB BLC *diameter sit vtraque KF, LG: & quoniam in portione AKB planè inscripta est figura rectilinea* trilatera AKB, *totius portionis* AKB *centrum grauitatis est propinquius vertici* K, *quàm centrum rectilineæ figuræ.* AKB. *sit itaque portionis AKB centrum grauitatis punctum H; trianguli verò punctum I. Rursus autem sit portionis BLC centrum grauitatis punctum M. trianguli verò* BLC *punctum N. iunganturquè HM IN;* quæ BD secent in punctis QT; erit vtique punctum Q vertici B propinquius, quā T. & quoniam (si ducta esset FG) lineæ HM IN FG ab æquidistantibus lineis KF BD LG in eadem diuidūtur proportione. *prima lemma in 13. primi huius.* FG verò, vt ostensum est, bifariam à linea BD diuideretur; ergo & lineæ HM IN bifariam diuisę prouenient. *æqualis est igitur HQ ipsi QM; & IT ipsi TN. sed triangulo AKB æquale est triangulum BLC; portio verò AKB portioni BLC est æqualis. Demonstratum est enim aliis in locis portiones*

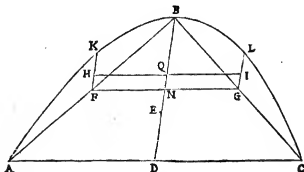
ses-

sesquitertias esse triangulorum, erit igitur magnitudinis ex vtrisque por- 4. *primi*
tionibus AkB BLC compositæ centrum grauitatis punctum Q. magni- *huius.*
tudinis verò ex vtrisque triangulis AKB BLC compositæ punctum
T, Rursus itaque quoniam trianguli ABC centrum grauitatis est punctũ
E, magnitudinis verò ex vtrisque AkB BLC portionibus punctum
Q. manifestum est totius portionis ABC centrum grauitatis esse in linea
QE ita diuisa in O puncto, *vt quam proportionem habet trian-*
gulum ABC ad vtrasque portiones AkB BLC, eandem habeat por- ex 8 *pri-*
tio ipsius terminum habens punctum Q, hoc est OQ *ad portionem* *mi huius.*
minorem OE, *pentagoni autem AKBLC,* hoc est magnitudinis
ex triangulo ABC, trianguliſquè AKB BLC compositæ
centrum grauitatis est in linea ST sic diuisa in S, *vt quam habet*
proportionem triangulum ABC ad triangula AKB BLC, eandẽ ha-
beat portio ipsius ad T terminata, hoc est ST *ad reliquam* SE.
Quoniam igitur maiorem habet proportionem triangulum ABC ad triã- 8. *quinti.*
gula KAB LBC, quam ad portiones AKB BLC; minora enim
sunt triangula portionibus. habebit TS ad SE miorẽ pro-
portionem, quam QO ad OE. ac propterea erit punctũ S
propinquius ipsi E, quàm O. Nam si punctum S primùm
esset in eodem puncto O, tunc TO ad OE, non quidem
maiorem, sed minorem haberet proportionem, quàm QO 8. *quinti.*
ad OE, cùm sit TO minor QO. similiter ob eadem cau-
sam si punctum S esset inter OT, minorem haberet pro- 8. *quinti.*
portionem TS ad SE, quàm QS ad SE, quare & adhuc
maiorem haberet proportionem QO ad OE, quàm TS
ad SE. necesse est igitur punctum S esse inter puncta OE.
Itaquè cùm punctum O sit centrũ grauitatis portionis ABC,
punctum verò S centrum sit grauitatis rectilineæ figuræ
AKBLC; *constat portionis ABC centrum grauitatis propinquius*
esse vertici B, quàm centrum rectilineæ figuræ inscriptæ. Et in om-
nibus rectilineis figuris in portionibus planè inscriptis eadem est ratiò.
quod demonstrare oportebat.

SCHO-

niam figuræ, ipſorumquè centra interſe coaptari poſſunt. vt omnibus figuris rectilineis ęqualibus,& ſimilibꝰ accidere poteſt. Hoc tamẽ contingere poſſe in parabolis, vt AKB BLC, videtur incõueniẽs. Nã quamuis AKB BLC ſint æquales, & ſint etiã ſimiles,non ſunt tamen ſimiles ea ſimilitudine, vt ſunt rectilineæ figuræ; vt antea diximus. Quod etiam perſpicuũ fit ex hoc, quia non ſemper coaptari poterit portio AKB cũ portione BLC. nõ .n. ſemper recta linea BC erit æqualis ipſi BA; neq; ſectionis linea BLC ſectionis lineę BKA ęqualis exiſtet. Cũ nõ ſemper AC, & quæ ſunt ipſi AC æquidiſtãtes ad rectos ſint angulos diametro BD. ſi.n. ęquidiſtantes lineę diametro fuerint perpendiculares, tunc AB BC interſe ęquales eſſent; portioq; AKB cũ portione BLC coaptari poſſet: ſecùs autem minimè. Quare centra grauitatis HI lineas KF LG in eadem proportione ſecare minimè ſupponi poſſe videtur; tùm ex ijs, quæ dicta ſunt; tũ quia hoc oſtendet Archimedes in ſeptima propoſitione. quòd ſi adhuc non eſt demõſtratũ, nõ poteſt quoq; ſupponi; præſertim cùm ſit demonſtrabile. ac propterea demõſtratio nullam videtur vim habere ad oſtendendũ, quod propoſitũ fuit. Huic tamẽ occurri poſſe videtur cũ Eutocio in explicatione huius loci dicendo, hoc ſupponere Archimedẽ, quia portiones AKB BLC ſunt ęquales, quarũ diametri KF LG ſunt ęquales, & ęquidiſtãtes, quæ ſimiliter diuiduntur à punctis HI; vnde erit KG ad HF, vt LI ad IG. ex quibus colligit HF ipſi IG æqualẽ eſſe; ac propterea HG parallelogrãmũ exiſtere. Quæ tñ reſponſio nõ eſt Eutocio digna. cùm ex dictis nõ ſit omninò demonſtratiua, vt res mathematicę requirũt; quapropter omittenda eſt. hac.n. ratione ſupponitur centra HI lineas KF LG in eadem proportione ſecare. quod nullo modo ſupponi poteſt. Quare dici poterit, & fortaſſe rectiùs, quòd vis demonſtrationis videtur in hoc eſſe conſtituta, vt ſupponatur puncta HI vbicunq; eſſe poſſe in lineis KF LG; ità vt ſiue ducta HI fuerit, ſiue etiam non fuerit ipſi FG æquidiſtans, demonſtratio tamẽ ſuam ſemper habebit vim, ideq; concludet. Nam ex præcedẽti patet centra grauitatis portionum AKB BLC eſſe in lineis KF LG; hoc eſt inter puncta KF, & LG. ſupponãtur itaq; cẽtra grauitatis portionũ AKB BLC eſſe puncta HI vbicunq; po-

sita, dũmodo sint in lineis KF LG, veluti Archimedes ipse in demonstratione supponit. Ducaturq; HI; quæ vel ipsi FG æquidistans erit, vel minùs: si est æquidistans, parallelogrãmũ est HFGI,& vera est demonstratio Archimedis. si verò nõ est æquidistãs, nihilominus verissima est eadem demõstratio. Nã si HI ipsi FG nõ est ęquidistãs, patet in primis pũctũ Q propinquius esse vertici B portionis ABC, quã punctũ N, ac per consequens, quã punctum E centrum grauitatis trianguli ABC. Et quoniam lineæ HI FG à lineis diuiduntur KF BN LG ę-



1. lẽmaľ is primi huius. quidistantibus, erit HQ ad QI, vt FN ad NG. est autem FN ipsi NG ęqualis, ergo HQ ipsi QI ęqualis quoque erit. itaque quoniam portiones AKB BLC sunt æquales, erit magnitudinis ex vtrisque AKB BLC portionibus composite centrũ grauitatis in medio lineę HI. ergo erit punctum Q. quo cognito eadem demonstratio Archimedis ostendet centrum grauitatis portionis ABC esse inter puncta EQ. Nam ex verbis ipsius, cùm ait, *Quoniam autem trianguli ABC centrum grauitatis est punctum E magnitudinis verò ex vtrisque AKB BLC composita est punctum Q; constat totius portionis ABC centrum grauitatis esse in in linea QE: hoc est inter puncta QE. Quare totius portionis centrum grauitatis propinquius est vertici portionis, quàm trianguli planè inscripti.* manifestũ est igitur centrum grauitatis portionis ABC, siue sit HI ipsi FG æquidistans, siue non æquidistans, propinquius esse vertici B portionis, quàm cẽtrum

grauitatis trianguli ABC. Quare circa verba demonstrationis, cùm inquit Archimedes, *& quoniam parallelogrammum est HFGI, & æqualis est FN ipsi NG.* &c. immitando secundam Archimedis demonstrationem huius propositionis, vel delenda sunt verba, *parallelogrammum est HFGI, &* tamquam ab aliquo ad dita; ita vt verba sint hoc modo vniuersalia, *& quoniam æqualis est FN ipsi NG,* & quæ sequuntur. vel sat fortasse Archimedi visum est, se ostendisse hoc contingere existente HI ipsi FG æquidistante. quòd si etiam non fuerit HI æquidistans FG, idem sequi tanquam notum omisit. cùm per facilis sit demonstratio, vt dictum est. Archimedesquè res valdè notas sępè prætermittere solet.

Hoc idem etiam considerari potest in secunda demonstratione quamuis verba hanc difficultatem non habeant. nã eadem sequitur demonsttatio, siuè sit HM lineæ IN ęquidistãs, vel non æquidistans, vt ex verbis Archimedis perspicuum est. etenim manifestum est centra grauitatis portionum AKB BLC esse in lineis KF LG. similiter centra grauitatis triangulorum AKB BLC in ijsdem esse lineis KF LG. vt in pũctis IN; quæ necessariò diuidunt KF LG in partes proportionales, vnde FI GN euadunt æquales. & quoniam portionum centra HM sunt propinquiora verticibus KL, quàm triangulorum centra IN; ideo necesse est pũcta HM in lineis KI LN existere. quare sint puncta HM vbicũque in lineis KI LN constituta; ductaq; HM, quæ siuè sit ipsi IN ęquidistans, siue non æquidistans, semper erit pũctum Q propinquius vertici B, quam T. eodemquè modo erit punctum Q mediũ lineæ HM centrũ grauitatis magnitudinis ex portionib⁹ AKB BLC compositæ. siquidem portiones sunt ęquales. quę quidẽ omnia ex ipsamet demonstratione sunt manifesta. suntquè hæc eadẽ obseruãda in duabus sequẽtibus demõstrationib⁹.

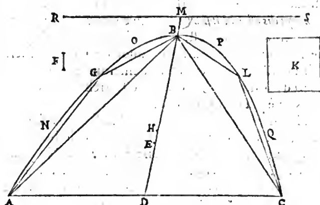
4. huius.

ante 15. primi huius.

PROPOSITIO. VI.

Data portione rectalinea, rectanguliquè coni sectione cõtenta, in portione figura rectilinea planè inscribi potest; ita vt linea inter centrum graui-

tatis portionis, & figuræ rectilineæ inscriptæ, minor sit proposita recta linea.



Data sit portio ABC, qualis dicta est, cuius centrum grauitatis sit punctum H. & in ipsa planè inscribatur triangulum ABC: sitquè proposita recta linea F. & quam proportionem habet BH ad F, eandem habeat triangulum ABC ad spacium k. *in portione autem ABC planè inscribatur figura rectilinea AGBLC, ita vt circumrelictæ portiones* ANG GOB BPL LQC simul sumptę *sint minores ipso* k: *ipsiusquè figuræ inscriptæ centrum grauitatis sit punctum E. Dico lineam HE minorem esse ipsa F. Nam si non, vel æqualis est, vel maior. Quoniam autem* maior est figura rectilinea AGBLC, quàm triangulum ABC, maius verò est spacium K portionibus ANG GOB BPL LQC simul sumptis; ideo *rectilinea figura AGBLC ad circumrelictas portiones maiorem habet proportionem, quàm triangulum ABC ad K. hoc est HB ad F. at uerò BH non habet minorem proportionem ad F, quàm habet ad HE. cùm non sit minor HE ipsa F:* si enim ponatur HE ipsi F

A — lẽma in 4. secũdi hui⁹

equa-

æqualis, eandem habebit proportionem BH ad HE, quã ad F. quæ est proportio trianguli ABC ad K: vnde figura rectilinea AGBLC ad circumrelictas portiones maiorem habebit proportionem, quàm BH ad HE. si verò ponatur HE maior, quàm F, habebit BH ad F, hoc est triangulũ ABC ad K maiorem proportionem, quàm BH ad HE. *multo igitur maiorem habet proportionem figura rectilinea AGBLC ad circumrelictas portiones, quàm BH ad HE. Quare si fiat ut rectilinea figura AGBLC ad circumrelictas portiones, sic alia quadam linea ad HE: erit maior, quàm BH, sitquè HM. Cùm enim portionis ABC centrum grauitatis sit H. figuræ verò rectilineæ AGBLC punctum E. producta EH, assumptaque aliqua recta linea proportionem habente ad BH, quam rectilinea AGBLC ad circumrelictas portiones; maior erit quàm HB. habeat igitur* (vt dictum est) *MH ad HE* proportionem eam, quam habet figura AGBLC ad reliquas portiones, *ergo punctum M centrum est grauitatis magnitudinis ex circumrelictis portionibus compositæ. quod esse non potest. Ducta enim recta linea* RS *per M ipsi AC æquidistante, in ipsa sunt centra grauitatis vnicuiquè portioni respondentia*; ita scilicet vt centrum magnitudinis ex portionibus ANG GOB compositæ sit in linea RS. sed in parte MR. in parte verò MS sit grauitatis centrum magnitudinis ex reliquis portionibus BPL LQC compositæ; ita vt punctum M magnitudinis ex omnibus portionibus compositæ centrum grauitatis existat. quæ tamẽ esse non possunt. quod idem accideret, si etiam RS ipsi AC æquidistans non esset. *Patet igitur HE minorem esse, quam F. cùm neque maior, neque ęqualis esse possit. quod quidem demonstrare oportebat.*

7. quinti.

8. quinti.

8. primi lib.

SCHOLIVM.

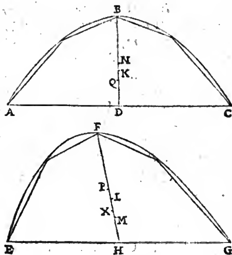
In hac quoque demonstratione obseruandum est; quod post quartam huius adnotauimus; nimirum si pentagonum AGBLC in portione planè inscriptum relinquere portiones ANG GOB BPL LQC, quæ simul maiores, vel etiam æ- A

quales

quales essent spacio K. Rursus planè adhuc inscribatur in portione ABC nonagonum, deinde altera figura, idquè semper fiat, donec circumrelictę portiones simul sint spacio K minores. quod quidem fieri posse ibidem ostendimus.

PROPOSITIO. VII.

Duabus portionibus similibus recta linea, rectanguliquè coni sectione contentis, centra grauitatum diametros in eadem proportione dispescunt.



Sint duæ portiones, quales dictæ sunt ABC EFG. quarum diametri BD FH. sitquè portionis ABC centrum grauitatis punctum K. ipsius verò EFG punctum L. Demonstrandum est, puncta KL in eadem proportione diametros diuidere, ita vt BK ad KD sit, vt FL

ad LH. *si autem non.* si fieri potest, *sit BK ad KD, vt FM ad MH. & in portione EFG rectilineum planè inscribatur, ita vt linea inter centrum* grauitatis *portionis, &* centrum grauitatis *figuræ inscriptæ minor sit, quàm LM. sitquè figuræ inscriptæ centrum grauitatis punctum X.* eritvtiquè punctum L propinquius vertici F, quàm punctum X. & quoniam LX minor est, quàm LM, erit quoque punctum X vertici F propinquius, quàm M. *In portione autem ABC inscribatur figura rectilinea similis figuræ in portione EFG inscriptæ. hoc est similiter planè,* (ita nempè vt figurę latera multitudine ęqualia habeant) *cuius centrum grauitatis* sit punctum N. & quoniam figuræ in portionibus planè inscriptę habent latera multitudine æqualia, ipsarum centra grauitatis diametros BD FH in eadem proportione dispescent. quare erit BN ad ND, vt FX ad XH. positum autẽ fuit ita esse FM ad MH, vt BK ad KD. si itaque punctũ X propinquius est ipsi F, quàm M; erit & punctum N ipsi B propinquius, quàm K. est verò punctum K centrũ grauitatis portionis ABC, punctum verò N centrum figuræ inscriptę; ergo centrum grauitatis figurę inscriptæ *propinquius erit vertici portionis,* quam centrum ipsius portionis. *quod fieri nõ potest. Manifestum est igitur eandem habere proportionem BK ad KD, quam FL ad LH.* quod demonstrare oportebat.

6. huius. *5. huius.* *3. huius.*

SCHOLIVM.

Pręsens demonstratio ea tantùm ratione efficax esse videtur, quatenus supponitur punctum L vertici F propinquius esse, quàm M. ex hoc enim sequitur punctum X esse ipsi F propinquius, quàm M. vnde euenit absurdum, nempè, punctum N esse vertici B propinquius, quàm K. Quòd si suppositum fuerit Bk ad KD ita esse, vt FP ad PH; fuerit autem P inter LF; tunc centrum grauitatis figurę in EFG

planè

planè inſcriptæ eſſet inter puncta PH; vnde centrum etiam figurę in ABC ſimiliter planè inſcriptę inter KD eueniret; eſſetquè centrum grauitatis portionis ABC vertici B propinquius, quàm centrum figuræ planè inſcriptæ. ideoquè nullũ accideret abſurdum. Quare ſi ſuppoſitum fuerit FP ad PH eſſe, vt BK ad KD, tunc (vt eadem demonſtratio rei propoſitæ inſeruire poſſet) diuidenda eſſet diameter BD in Q; ita vt BQ ad QD ſit, vt FL ad LH. & quoniam maiorem
lẽma in 4. huius. habet proportionem FL ad LH, quàm FP ad PH; ſiquidem maior eſt FL, quàm FP, & PH maior, quàm LH. Vt verò FL ad LH, ita eſt BQ ad QD; & vt FP ad PH. ita BK ad KD; maiorem quoque habebit proportionem BQ ad QD, quàm
28. quinti. addi. BK ad KD. & componendo BD ad DQ maiorem, quàm ea
10. quinti. dem BD ad Dk. Quare maior eſt DK, quàm DQ. & ob id punctum K propinquius erit vertici B, quàm Q. Deinde planè inſcribenda eſſet figura in portione ABC, ita vt linea inter centrum figuræ inſcriptæ, & centrum portionis minor eſſet, quàm KQ; & reliqua quæ ſequuntur, ita tamen, vt quę facta ſunt in EFG, fiant in ABC; & quæ in ABC, fiãt in EFG. oſtendereturquè centrum figurę inſcriptę in portione EFG propinquius eſſe vertici F, quàm centrum grauitatis ipſius portionis EFG. quod quidem fieri non poteſt. Ex quibus perſpicuum fit demonſtrationem eſſe vniuerſalem. & hanc demõſtrationis partem Archimedem omiſiſſe, vt notam. Et vt antea admonuimus, quòd centra grauitatis diametros in eadem proportione diuidunt, omnibus parabolis competere intelligendum eſt. ſiquidem omnes ſunt ſimiles. quo demonſtrato, in ſequenti, quo in loco, & in qua diametri parte reperitur cẽtrum grauitatis paraboles demonſtrat, quòd vt res perſpicua reddatur; hæc priùs demonſtrabimus.

LEMMA. I.

Si magnitudo magnitudinis fuerit quadrupla, minor verò magnitudo alterius magnitudinis ſit tripla, maior magnitudo vtrarumquè ſimul magnitudinum tripla erit.

Qua-

Quadrupla sit magnitudo A magnitudinis BC. sit verò BC alterius magnitudinis CD tripla. Dico magnitudinem A vtrarumquè simul BC CD, hoc est BD triplam esse. Quoniam enim BC tripla est ipsius CD, erit componendo BC cum CD, hoc est BD ipsius CD quadrupla. sed magnitudo quoque A quadrupla est ipsius BC, eandem igitur habet proportionem A ad BC, vt BD ad CD. & permutando A ad BD, vt BC ad CD. & est quidem BC tripla ipsius CD, ergo A ipsius BD tripla existit. quod demonstrare oportebat. 16. quinti.



LEMMA. II.

Si magnitudo magnitudinis fuerit sesquitertia, erit magnitudo minor ipsius excessus tripla.

Sit magnitudo AB magnitudinis C sesquitertia; excessus verò, quo AB superat C, sit BD. Dico magnitudinē C ipsius BD triplam esse. quod quidem ex se patet. Nam quoniam BD est excessus, quo AB superat C. magnitudo autem AB ipsam C superat tertia ipsius C parte, cum sit AB ipsius C sesquitertia. erit igitur BD tertia pars ipsius C. quare magnitudo C ipsius BD tripla existit. quod ostendere oportebat.



LEMMA III.

Sit magnitudo AB ipsius BC sextupla. sit verò AD tripla ipsius AC. Dico BD ipsius BA sesquialteram esse.

Quoniã .n. AD multiplex est ipsius AG, erit AC pars ipsi⁹ AD. ac propterea ipsam AD metietur. rursus quoniam AB, hoc est AC vnà cum CB sextupla est ipsius BC, erit diuidẽdo AC ipsius CB quintupla. vnde CB ipsam AC, ac propterea etiã ipsam AB metietur. Vt autem AC ad AD, ita fiat D CB ad aliam magnitudinẽ G; erit vtiq; CB ipsius G pars tertia, cùm sit AC ipsius AD pars quoque tertia. Itaque quoniam CB ad G est, vt AC ad AD; erit permutando CB ad CA, vt G ad AD. BC verò ipsam CA metitur, eiusquè est pars quinta; ergò G ipsam quoque AD metietur, eritque ipsius pars quinta. Quoniam autem BC ipsam BA metitur, eademque BC ipsam quoque G metitur, erit BC ipsarum AB G communis mensura. quia verò AB sextupla est ipsius CB, G verò est eiusdem CB tripla, erit AB ad G, ut sextupla ad triplam. hoc est se habebunt in dupla proportione. quapropter AB dupla est ipsius G; ac per consequens G ipsam AB metitur. Quoniam igitur G totam AD metitur, & ablatam AB quoque metitur; metietur G reliquam BD. G igitur ipsarum AB BD communis existit mensura. & quoniã AB dupla est ipsius G, tota verò AD eiusdem G quintupla existit, erit reliqua BD tripla ipsius G. Ex quibus sequitur DB ad BA ita se habere, vt tripla ad duplam. Quare DB ipsius BA sesquialtera existit. quod ostendere oportebat.

16, quinti.

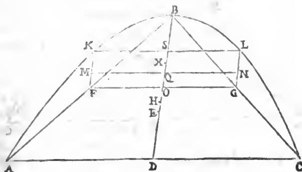
B C A G

PROPOSITIO. VIII.

Omnis portionis recta linea, rectangulique co ni sectione contentæ centrum grauitatis diametrum portionis ita diuidit, vt pars ipsius ad verticem portionis reliquæ ad basim sit sesquialtera.

Sit

Sit portio ABC, qualis dicta est. ipsius verò diameter sit BD. centrum autem grauitatis sit punctum H. ostendendum est BH ipsius HD sesquialteram esse. Planè inscribatur in portione ABC triangulum ABC. cuius centrum grauitatis sit punctum E. bifariamquè diuidatur vtraquè AB BC in punctis FG. & ipsi BD æquidistantes ducantur Fk GL, erunt vtique FK GL diametri portionum AkB BLC. sit itaque portionis AkB centrum grauitatis M; portionis verò BLC punctum N. connectanturque FG MN kL, quæ diametrum BD se-



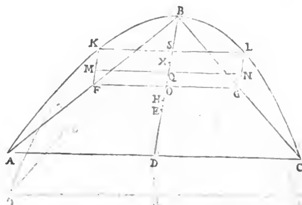
cent in punctis OQS. Quoniam igitur puncta MN in eadẽ
proportione diuidunt KF LG, erit KM ad MF, vt LN ad 7. *huius.*
NG. & componendo KF ad FM, vt LG ad GN. & per- 18.16 *quinti*
mutando KF ad LG, vt FM ad GN. suntquè KF LG
æquales; erit FM ipsi GN equalis; & reliqua Mk reliquæ *post primã huius.*
LN æqualis, & quoniam FM GN, & Mk NL sunt equi-
distantes, erunt FG MN KL interse equales, & æquidistã- 33. *primi* 34. *primi*
tes. & est BD æquidistans KF, erit igitur SQ ipsi KM æ-
qualis. quia verò KF BD LG sunt æquidistantes, erit MQ ad *1 lemma*
QN, vt FO ad OG. Cùm autem sit BF ad FA, vt BG ad GC, *in 13. primi huius*

lĕma in alter 13 primi huius — erit FG ipsi AC æquidistans. & vt AD ad DC, ita FO ad OG. sunt autem AD DC æquales, ergo FO OG, ac per consequens MQ QN interse sunt æquales. itaque quoniam portiones AKB BLC sunt æquales, *magnitudinis ex vtrisque portionibus* AKB BLC *compositæ centrum grauitatis erit* in medio lineę MN; hoc est erit *punctum Q. & quoniam BH ad HD est, vt KM ad MF* (centra enim grauitatum portionum in ea-

post primā huius

4. primi huius.

7. huius.



dem proportione diametros secare necesse est) *& componendo*

18. quinti. BD ad DH, vt KF ad FM. *permutandoquè vt BD ad KF,*

16. quinti. *ita HD ad MF. at verò BD quadrupla est ipsius KF. Hoc enim*

A *in fine demonstratum est, vbi est signum hoc, H. quadrupla igitur est*

19 quinti. *& DH ipsius MF. Quare & reliqua BH reliquæ kM, hoc est ipsius SQ, quadrupla existit.* existente autem tota BH, quæ cōposita est ex BS QH, & SQ, quadrupla ipsius SQ; dempta SQ ab ipsis BS QH SQ, *reliqua igitur ex vtrisque BS QH constans tripla est ipsius SQ. sit BS tripla ipsius SX.* & quoniā tota HQ cum SB ad totam QS est, vt ablata BS ad ab-

19. quinti. latam SX; sunt quidem triplę; erit reliqua HQ ad reliquā QX in eadem proportione. *ergo & QH ipsius XQ est tripla.*

B *Et quoniam quadrupla est BD ipsius BS. hoc enim demonstratum*

1. lĕma huius *est. ipsa verò BS ipsius SX est tripla;* erit BD ipsius BX tripla.

ac

ac propterea *erit XB ipsius BD pars tertia. Verùm ED ipsius DB pars tertia existit. Cùm centrum grauitatis trianguli ABC sit punctum E.* quod ita diuidit BD, vt BE ipsius ED sit dupla. Atverò quoniam totius lineæ BD (quæ composita est ex DE EX XB) tertia pars est ipsa DE. & tertia quoque ipsa BX; *reliqua igitur XE tertia est pars ipsius BD. & quoniam totius portionis centrum grauitatis est punctum H; magnitudinis verò ex vtrisque portionibus AkB BLC compositæ centrum grauitatis est punctum Q; trianguli verò ABC est punctum E; erit triangulum ABC ad circumrelictas portiones* AKB BLC, *vt QH ad HE, triplũ autem est triangulum ABC portionum. Cùm tota portio* ABC *sesquitertia sit trianguli ABC,* excessus verò, quo portio ABC superat triangulum ABC, sint portiones AKB BLC simul sumptæ. *tripla igitur est QH ipsius HE. ostensa verò est etiam QH tripla ipsius QX.* quare erit QX ipsi HE æqualis. & quoniam HQ est tripla ipsius QX, erit HQ cum QX, hoc est tota BX quadrupla ipsius QX, hoc est ipsius HE. similiter quoniam XH quadrupla est ipsius HE; *quintupla igitur est* XH cum HE, tota scilicet *XE ipsius EH; hoc est DE ipsius EH. inuicem enim sunt æquales* EX ED, vt ostensum est. Cùm itaque sit DE ipsius EH quintupla; erit DE cum EH sextupla ipsius EH. *Quare sextupla est* tota *DH ipsius HE. & est BD ipsius DE tripla; sesquialtera igitur est BH ipsius HD.* Quare centrum grauitatis H ita diuidit diametrum BD, vt pars BH ad HD sesquialtera existit. quod demonstrare oportebat.

ante 11. primi huius.

8

8 primi huius.

2. lemma huius.

9. quinti.

3. lemma huius.

SCHOLIVM.

Ea verba in demonstratione posita nempè *Hoc enim in fine demonstratum est, vbi est signum hoc,* H. ita credo esse intelligenda, quòd scilicet Archimedes alicubi, & in fine, siue huius, siue alicuius alterius demonstrationis, demonstrauerit lineam A

BD quadruplam esse ipsius KF. & vbi hoc demonstratum erat, ibi quoque pro signo posita fuerit littera H. quod quidem ostensum est à nobis paulò ante secundam huius propositionem; vbi etiam apposuimus pro signo hanc literam H.

B Rursum in demonstratione paulò infra Archimedes dixit, *Hoc enim demonstratum est*, scilicet BD ipsius BS quadruplam esse. supponit autem hoc tanquam demonstratum post primam propositionē huius, vbi tota BD est sexdecim, & BS quatuor, vt eodem in loco ostensum fuit à nobis. Vel ad ea respexit Archimedes, quæ ab ipso in decimanona propositione de quadratura paraboles demonstrata fuerunt. vbi circa finē demonstrationis ostendit BD quadruplam esse ipsius BS.

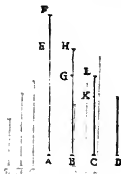
Inuento itaque centro grauitatis paraboles, vult Archimedes inuestigare centrum grauitatis frusti à parabole abscissi. quemadmodum in primo libro post inuentionem centri grauitatis trianguli, adinuenit etiam centrum grauitatis trapezij. quod est tanquam frustum à triangulo abscissum. quare duo adhuc theoremata proponit, in quorum postremo, vbi sit cētrum grauitatis frusti demonstrat. in sequenti verò quædam demonstrat necessaria, vt huiusmodi centrum determinare possit. Quoniam autem sequens theorema arduum, difficileque sese offert; nonnulla prius quibusdam lemmatibus ostendemus, ne si in demonstratione ea insererentur, longa nimis euaderet, ac tædiosa demonstratio. quæ quidem summa indiget attentione. quamquàm in hoc theoremate explicando ad vitandam obscuritatem copiosum sermonem adhibendum curauimus; ne breuitati studentes obscuriores essemus.

LEMMA. I.

Si quatuor magnitudines in continua fuerint proportione, & earum excessus in eadem erunt proportione magnitudinū.

Sint

Sint quatuor magnitudines AF BH CL D in continua proportione; vt scilicet sit AF ad BH, vt BH ad CL; & CL ad D. excessus verò, quo AF superat BH, sit EF. & excessus, quo BH superat CL, sit GH. excessus denique, quo CL superat D, sit KL. eruntutique AE BH inter se æquales, itidemque

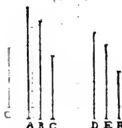


BG CL æquales. Dico EF GH KL in eadem esse proportione, vt sunt magnitudines AF BH CL, & vt BH CL D. Quoniam enim tota AF ad totam BH est, vt BH ad CL; hoc est vt ablata EA ad ablatam GB. erit reliqua EF ad reliquam GH, vt AF ad BH. Parique ratione ostendetur GH ad KL ita esse, vt BH ad CL. ergo excessus EF GH KL in eadem sunt proportione, vt magnitudines AF BH CL. quæ cùm sint, vt magnitudines BH CL D, siquidem omnes in continua sunt proportione; excessus igitur EF GH KL in eadem quoque sunt proportione, vt magnitudines BH CL D. quæ quidem demonstrare oportebat. 19.quinti.

LEM-

LEMMA. II.

Si tres fuerint magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, & in eadem proportione, in primis magnitudinibus prima, & secunda ad tertiam erunt, vt in secundis magnitudinibus prima & secunda ad tertiam.



Sint tres magnitudines ABC, & aliæ tres DEF in eadẽ proportione. Dico AB simul ad C ita esse, vt DE simul ad F. Quoniam enim A ad B est, ut D ad E, erit componẽdo AB ad B, ut DE ad E. sed vt B ad C, ita est E ad F. ergo ex ęquali AB simul ad C est, vt DE simul ad F. quod demonstrare oportebat.

18. quinti.
22. quinti.

LEMMA. III.

Si fuerit AB ad AC, vt DE ad DF. Dico excessum BC ad CA ita esse, vt excessus EF ad FD.

cor. 4. quinti

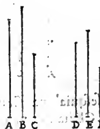
Quoniam enim est AB ad AC, vt DE ad DF, erit con-

uertendo CA ad AB, vt FD ad DE. & per conuersionem rationis AC ad CB, vt DF ad FE. & rursus conuertendo CB ad CA, vt FE ad FD. quod demõstrare oportebat. co.4.quinti.

ALITER.

Quoniam enim AB est ad AC, vt DE ad DF, erit conuertendo AC ad AB, vt DF ad DE. diuidendoque CB ad BA, vt FE ad ED. est autem AB ad AC, vt DE ad DF, erit igitur ex æquali BC ad CA, vt EF ad FD. quod demonstrare oportebat. 17. quinti. 22. quinti.

LEMMA IIII.

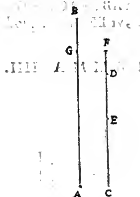


Si fuerint quotcunque magnitudines ABC, & aliæ ipsis numero æquales DEF, & in eadẽ proportione: Dico vtramque simul AD ad vtramque simul BE, & vtramque simul BE ad vtramque simul CF eandem habere proportionem, quam habet A ad B, & B ad C.

12. quinti. Quoniam enim est A ad B, ut D ad E; erit AD simul ad BE simul, vt A ad B. similiter quoniam B ad C est, vt E ad F, erit BE simul ad CF simul, vt B ad C. in eadem igitur sunt proportione AD simul, & BE simul, & CF simul, vt ABC, quod demonstrare oportebat.

LEMMA IV.

Si magnitudo magnitudinis fuerit sesquialtera ad tres quintas eiusdem erit duplex sesquialtera.



Sit AB ipsius CD sesquialtera. sit uerò CE tres quintæ ipsius CD. Dico AB ad CE ita esse, vt quinque ad duo. Fiat EF ęqualis EC, erit CF sex quintæ ipsius CD. & quoniam AB ipsius CD est sesquialtera, superabit AB ipsam CD dimidia ipsius CD. erit igitur AB septem quintæ cum dimidia ipsius CD. quare CF minor est AB. fiat igitur AG æqualis CF. erit vtique AG sex quintę ipsius CD. & ob id GB ipsius CD quinta est pars cum dimidia. & quoniam CE est eiusdem CD tres quintæ, erit BG dimidia ipsius CE. quare GB ipsam CE bis metietur. Et quoniam EF est æqualis ipsi EC, ipsa BG bis quoque metietur ipsam EF. quare

to-

totam CE, hoc eſt ipſam AG quater metietur. at verò GB ſeipſam ſemel metitur ipſa igitur GB totam AB quinquies metietur; Ex quibus liquet GB ipſarum AB CE communem eſſe menſuram. Et eſt quidem AB quintupla ipſius BG; ipſa verò CE eiuſdem BG dupla. erit AB ad CE, vt quintupla ad duplã. hoc eſt duplex ſeſquialtera. quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO. VIIII.

Si quatuor lineæ in continua fuerint proportione, & quam proportionem habet minima ad exceſſum, quo maxima minimam ſuperat; eandem habeat quædam aſſumpta linea ad tres quintas exceſſus, quo maxima proportionalium tertiam excedit: quam verò proportionem habet linea æqualis duplæ maximæ proportionalium, & quadruplæ ſecundæ, & ſextuplæ tertiæ, & triplæ quartæ ad lineã æqualem quintuplæ maximæ, & decuplæ ſecundæ, & decuplæ tertiæ, & quintuplæ quartæ, eandem habeat quædam aſſumpta linea ad exceſſum, quo maxima proportionalium tertiam ſuperat; vtræque ſimul aſſumptæ lineæ erunt duæ quintæ maximæ.

Sint quatuor lineæ proportionales AB BC BD BE, ita vt AB ad BC sit, vt BC ad BD: & vt BC ad BD, ita sit BD ad BE. *& quam proportionem habet BE ad EA, eandem habeat FG ad tres quintas ipsius AD. quam autem proportionem habet linea æqualis duplæ ipsius AB, & quadruplæ ipsius BC, & sextuplæ ipsius BD, & triplæ ipsius BE, ad lineã æqualẽ quĩtuplæ ipsius AB, et decuplæ ipsi CB, & decuplæ ipsius BD, & quintuplæ ipsius BE, eandem habeat GH ad AD. Ostẽdendum est FH duas quintas esse ipsius AB. Quoniam enim proportionales sunt AB BC BD BE, &* ipsarum excessus *AC CD DE in eadem erunt proportione. &* quoniam magnitudines AB BC BD in continua sunt proportione, & earum excessus AC CD DE in eadem erunt proportione. quia verò tres sunt magnitudines proportionales AB BC BD; & aliç ipsis numero çquales, & in eadem proportione AC CD DE, erit in primis magnitudinibus prima, & secunda ad tertiam, vt in secundis magnitudinibus prima, & secunda ad tertiam; hoc est *vtraque simul AB BC ad BD eandem habebit proportionem, quam* vtraque simul AC CD, hoc est *AD ad DE; &* ob eandem rationem cùm tres sint proportionales magnitudines AC CD DE, aliçquè eodem modo proportionales BC BD BE; erit vtraque simul

1. lẽma huius.

2. lemma huius.

1. lẽma huius.

2. lemma huius.

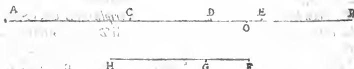
AC CD, hoc est AD ad DE, vt *vtraque simul BC BD ad EB. & omnes ad omnes*, quoniam scilicet est vtraque simul AB BC ad BD, vt horum dupla; erit vtraque simul AB BC ad BD, vt dupla vtriusque simul AB BC ad duplam ipsius BD. est autẽ vtraque simul AB BC ad BD, vt AD ad DE. erit igitur AD ad DE, vt dupla vtriusque simul AB BC ad duplam ipsius BD. quia verò ita etiam est AD ad DE, vt vtraque simul CB BD ad BE; erit dupla vtriusque simul AB BC ad duplam ipsius BD, vt vtraque simul CB BD ad BE, & vtraque antecedentia ad vtraque consequentia in eadem erunt proportione: eruntquè in antecedenti duę AB, tres BC, & sola BD. in consequenti verò erunt duæ BD cum sola BE. erit igitur dupla ipsius AB, & tripla ipsius CB cum sola BD ad duplam ipsius BD cum sola BE, vt vtraque simul CB BD ad BE. vtraque verò simul CB BD ad BE est, vt AD ad DE. *eandem ergo proportionem habet AD ad DE, quam linea æqualis duplæ ipsius AB, & triplæ ipsius CB, & soli DB ad lineam æqualem duplæ ipsius BD & soli BE.* Quoniam autem linea composita ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius CB, & quadrupla ipsius BD, & dupla ipsius BE, maior est ea, quæ composita est ex dupla ipsius AB, & tripla ipsius CB, & sola BD; maiorem habebit proportionem composita ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius CB, & quadrupla ipsius BD, & dupla ipsius BE ad compositam ex dupla ipsius BD cum sola BE, quam composita ex dupla ipsius AB, & tripla ipsius CB cum sola BD ad eandem compositam ex dupla ipsius BD cum sola EB. composita verò ex dupla ipsius AB, & tripla ipsius BC cum sola BD ad duplam ipsius BD cum sola BE ita ostensa est se habere AD ad DE. composita igitur ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius BC, & quadrupla ipsius BD, & dupla ipsius BE ad compositam ex dupla ipsius BD cum sola BE maiorem habebit proportionem, quam AD ad DE. *Quam itaque proportionem habet linea æqualis duplæ ipsius AB, & quadruplæ ipsius BC, & quadruplæ ipsius BD, & duplæ ipsius BE ad lineã æqualẽ duplæ ipsius DB, & ad EB, eandem habebit AD ad minorem ipsa DE. habeat igitur ad DO.* & quoniã ita se habet AD ad DO, vt cõposita ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius BC, & quadrupla ipsius BD, & dupla ipsius BE, hoc est cõposita ex dupla vtriusque

11. quinti.
12. quinti.
11. quinti.
8. quinti.
ex 8. quĩti

que simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul BC BD. (bis enim assumitur AB, & bis BE, quater verò BC, & quater BD) ad compositam ex dupla ipsius BD cum sola BE; erit conuertendo, ut OD ad DA, ita composita ex dupla ipsius BD cũ sola BE ad cõpositam ex dupla utriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul t CBD. *et vtraque ad primas eandem habebunt proportionem.* hoc est componendo erit OA ad AD, vt cõposita ex dupla ipsius BD cum sola BE, & dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul BC BD ad compo-

co. 4. quĩti

18. quinti.



sitam ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusq; simul BC BD. In hoc autem antecedente bis sumitur AB, quater BC, sexies verò BD, & ter BE. *habebit igitur OA ad AD eandem proportionem, quam linea æqualis duplæ ipsius AB, et quadruplæ ipsius CB, et sextuplæ ipsius BD, et triplæ ipsius BE ad lineam compositam ex dupla vtriusque simul AB EB, et quadrupla vtriusque simul CB BD. babet autem* (vt suppositum est) GH ad AD eandem proportionem, quam linea æqualis duplæ ipsius AB, & quadruplæ ipsius BC, & sextuplæ ipsius BD, & triplæ ipsius BE ad lineam æqualem quintuplæ ipsius AB, & decuplæ ipsius CB, & decuplæ ipsius BD, & quintuplæ ipsius BE, hoc est ad

quin-

quintuplã vtriusque simul AB BE cũ decupla vtriusque simul CB BD. In cõseq uẽti.n.quinquies assũpta est AB,& quinquies BE, decies CB,& decies BD. *& conuertendo habebit AD ad GH eandem proportionem, quam quintupla vtriusque simul AB BE cũ decupla vtriusque simul CB BD ad lineam compositam ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius CB, & sextupla ipsius BD, & tripla ipsius EB. Dissimiliter autem quàm in proportionibus ordinatis, hoc est in perturbata proportione* quoniam in primis magnitudinibus ita se habet antecedens OA ad consequens AD, vt in secundis magnitudinibus antecedens composita nempè ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius BC, & sextupla ipsius BD, & tripla ipsius BE, ad consequens lineam scilicet compositam ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD: ut autem in primis magnitudinibus consequens AD ad aliud quippiam GH, ita in secundis magnitudinibus aliud quippiam, nempè linea composita ex quintupla vtriusque simul AB BE cum decupla vtriusque simul CB BD ad antecedens, hoc est ad compositam ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius CB, & sextupla ipsius BD, & tripla ipsius BE. quare *ex æquali eandem habet proportionem OA ad GH, quam quintupla vtriusque simul AB BE cum decupla* vtriusque simul *CB BD ad cõpositã ex dupla vtriusq; simul AB BE, et quadrupla vtriusq; simul CB BD. At verò* quoniam quintupla ipsius AB ad duplam eiusdem AB est, vt quinque ad duo; similiter quintupla ipsi⁹ BE ad duplam eiusdem BE est, vt quinque ad duo, erit quintupla vtriusque simul AB BE ad duplam vtriusque simul AB BE, vt quinque ad duo. pariquè ratione decupla vtriusque simul CB BD ad quadruplam vtriusque simul CB BD est, vt decem ad quatuor, hoc est vt quinque ad duo. & antecedẽtia ad consequentia in eadem erunt proportione, hoc est *composita ex quintupla vtriusque simul AB BE cum decupla vtriusque simul CB BD ad compositam ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD proportionem habet, quam quinque ad duo. Quare OA ad GH proportionem habet, quam quinque ad duo. Rursus* factum fuit AD ad DO, vt composita ex dupla vtriusque simul ABBE cum quadrupla vtriusque simul CB BD ad lineã BE vnà cum dupla ipsius BD. conuertendo etiam *quoniam*

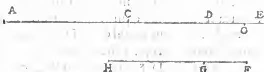
co.4.quĩti.

23.quinti.

12. quinti.

co.4.quĩti

in primis magnitudinibus antecedens *OD ad* consequens *DA eandem habet proportionem, quam* in secundis magnitudinibus antecedens *EB cum dupla ipsius BD ad* consequens, *lineam* scilicet *æqualem lineæ compositæ ex dupla vtriusque simul AB BE, cum quadrupla vtriusque simul CB BD; est autem* (vt antea ostensum est) *&* in primis magnitudinibus consequens *AD ad* aliud quippiam *DE, vt* in secundis magnitudinibus aliud quippiam lineam, scilicet *compositam ex dupla ipsius AB, & tripla ipsius CB, &* sola *BD ad* antecedens, nempè *lineam æqualē ipsi EB, & duplæ ipsius BD.*



Non igitur perinde, vt in proportione ordinata; hoc est, perturbata existēte proportione, ex æquali est OD ad DE, vt dupla ipsius AB cum tripla
23.quinti. *ipsius BC & sola BD ad cōpositam ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD.* superat verò DE ipsam DO excessu OE; linea verò cōposita ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD lineam excedit compositam ex dupla ipsius AB cum tripla ipsius BC, ac sola BD, excessu lineæ, quæ sit æqualis soli CB cum tripla ipsius
3.lēma huius. BD, & dupla ipsius BE. *Quare est EO ad ED, vt CB cum tripla ipsius BD, & dupla ipsius EB ad duplam vtriusque simul AB BE, & quadruplam vtriusque simul CB BD. est autem* in lineis pro-

portionalibus initio expositis; cùm in continua sint proportione, tertia in ordine BD ad quartam BE, vt prima AB ad secundam BC, quare diuidendo vt DE ad EB, ita AC ad CB. Rursus quoniam in lineis proportionalibus ob eandem causam CB ad BD ita est, vt DB ad BF; erit diuidendo, vt CD ad DB, ita DE ad EB. ergo *vt DE ad EB, ita AC ad CB, & CD ad DB. ac propterea secundùm* multiplicem *compositionem tripla ipsius CD, ad triplam ipsius DB* est, vt sola CD ad solam DB. *& dupla ipsius DE ad duplam ipsius EB* est, vt DE ad EB. est verò CD ad DB, vt DE ad EB, & AC ad CB; erit igitur AC ad CB, vt tripla ipsius CD ad triplam ipsius DB; & vt dupla ipsius DE ad duplam ipsius EB. *Quare &* tria antecedentia simul ad tria simul consequentia, hoc est, *composita ex AC, & tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE ad compositam ex CB, & tripla ipsius DB, & dupla ipsius EB* ita erit, vt AC ad CB, hoc est, DE ad EB. *Rursus itaque dissimili modo, quàm in proportionibus ordinatis, hoc est in perturbata proportione,* quoniam est in primis magnitudinibus antecedens OE ad consequens ED, ita in secundis magnitudinibus antecedēs composita scilicet ex CB, cum tripla ipsius BD, & dupla ipsius EB, ad consequens nempè compositam ex dupla vtriusque simul AB BE, cum quadrupla vtriusque simul CB BD: in primis verò magnitudinibus consequens DE ad aliud quippiam EB est, vt in secundis magnitudinibus aliud quippiā, hoc est composita ex AC cum tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE ad antecedens, lineam scilicet compositam ex CB cum tripla ipsius BD, & dupla ipsius EB. *ex æquali eandem habebit proportionem EO ad EB, quam AC cum tripla ipsius CD; & dupla ipsius DE ad duplam vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD.* & componendo erit OB ad BE, vt linea AC cum tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE, & dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD, ad duplam vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD. In hoc autem

Margin notes: 17. quinti. (beside "secundam BC … ita AC ad"); A (beside "ergo vt DE ad EB"); 12. quinti. (beside "duplam ipsius EB. Quare"); 23. quinti. (beside "tripla ipsius BD … ex æquali eandem"); 18. quinti. (beside "BD. & componendo erit")

antecedente assumitur sola AC, ter CD, bis DE, bis AB, bis BE, quater CB, & quater BD. Duæ verò AB vnà cum sola AC, & sola CB, ex quatuor vicibus, quibus ipsa CB sumitur, sunt æquales tribus AB. tres autem CB, quæ relictæ sunt, vnà cum tribus CD, & tribus BD ex quatuor vicibus, quibus ipsa BD sumitur, sunt æquales sex CB. sola verò ED, quæ relicta fuit, vnà cum duabus DE, & duabus BE, est æqualis tribus BD. linea nimirum AC cum tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE, & dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD, æqualis erit triplæ ipsius AB, cum sextupla ipsius CB, & tripla ipsius BD. *Tota igitur OB ad EB eandem habet proportionem, quam linea æqualis triplæ ipsius AB cum sextupla ipsius CB & tripla ipsius BD ad duplam vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD. &* quoniam initio ostensum fuit lineas AC CD DE in eadem esse proportione, vt sunt quatuor lineæ continuè proportionales AB BC BD BE; erunt tres AC CD DE, & tres AB BC BD, & tres BC BD BE in eadem proportione. conuertendo igitur in eadem quoque erunt proportione. quare tres *ED DC CA, &* tres BE BD BC, & tres BD, BC BA *in eadem sunt proportione.* Quoniam autem BE BD BC ita se habent, vt BD BC BA; vtraque simul BE BD ad vtramque simul BD BC, & vtraque simul BD BC ad vtramque simul BC BA ita se habebunt, vt BE BD BC, hæ verò BE BD BC sunt, vt ED DC CA. ergo *& vtraque simul, vnaquæque ipsarum EB BD, DB BC, CB BA,* ita se habebunt, vt ED DC CA. quare *erit &* antecedens *ED* ad suas consequentes DC CA simul sumptas, hoc est *ad DA, vt* antecedens *vtraque simul EB BD* ad suas consequentes, nempè *ad vtrãque simul DB BC cum vtraque simul CB BA, & componendo EA ad AD, vt vtraque simul EB BD, cum vtraque simul AB BC, & vtraque simul CB BD* ad vtramque simul BD BC,

cor. 4. quinti.

4. lema huius.

cor. 2 lem in 13. primi huius.

18 quinti

cum

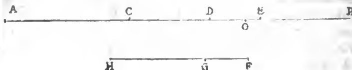
cum vtraque simul CB BA. In hoc autem antecedenti semel sumitur EB, & semel AB, bis BD, & bis BC. in consequenti verò sumitur sola BD, solaquè BA, & bis BC. Proportio igitur ipsarum EA AD est eadem, *quæ est vtraque simul EB BA cum dupla vtriusque simul DB BC ad vtramque simul BD BA cum dupla ipsius BC. Quare & dupla ad duplam eandem habebit proportionẽ; hoc est, vt EA ad AD, ita dupla vtriusque simul EB BA cum quadrupla vtriusque simul CB BD ad duplam vtriusque simul AB BD cum*





quadrupla ipsius CB. Quapropter EA ad tres quintas ipsius AD est, vt composita ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla utriusque simul CB BD ad tres quintas lineæ compositæ ex dupla vtriusque simul AB BD, & quadrupla ipsius CB. Verùm quia initio assumptum fuit ita esse BE ad EA, vt FG ad tres quintas ipsius AD, erit conuertendo EA ad EB, vt tres quintæ ipsius AD ad FG; permutandoquè *vt EA ad tres quintas ipsius AD, sic est EB ad FG, vt igitur EB ad FG, sic dupla vtriusqae simul AB BE cum quadrupla vtriusque* co. 4. quinti. 16. quinti. 11. quinti.

simul DB BC ad tres quintas lineæ compositæ ex dupla vtriusque simul AB BD cum quadrupla ipsius CB. ostensum est autē OB ad EB ita esse, vt tripla ipsius AB cum sextupla ipsius CB, & tripla ipsius BD ad duplam vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD. At in hoc antecedente ter assumpta est AB, terquè BD, & sexies CB. erit itaque in primis magnitudinibus antecedens OB ad consequens EB, vt in secundis magnitudinibus antecedens *tripla* scilicet *vtriusque simul AB BD cum sextupla ipsius CB ad* consequens nempè *duplam vtriusque simul AB BE, & quadruplam vtriusque simul CB BD.*



in primis verò magnitudinibus est consequens EB ad aliud quippiam FG, ut in secundis magnitudinibus consequens, hoc est dupla vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul DB BC ad aliud quippiam, nempè ad tresquintas lineæ cōpositę ex dupla vtri⁹q; simul AB BD cū quadrupla ipsi⁹CB. *Ex æquali igitur est, ut OB ad FG, ita lineæ composita ex tripla utriusq; simul AB BD, et sextupla ipsi⁹ CB ad tres quītas lineæ cōpositæ ex duplæ utri⁹q; simul AB BD, & quadrupla ipsius CB.* at uerò tripla ipsius AB ad duplā eiusdē AB est, vt tria ad duo. similiter tripla ipsius BD ad duplam eiusdem BD est, vt tria ad duo.

22. quinti. C

pari-

parique ratione sextupla ipsius CB ad quadruplam eiusdem CB ita se habet, vt sex ad quatuor, hoc est tria ad duo, & omnes ad omnes, hoc est *composita ex tripla vtriusque simul AB BD, et sextupla ipsius CB ad compositam ex dupla vtriusque simul AB BD, & quadrupla ipsius CB proportionem habet, quam tria ad duo.* vt exempli gratia quindecim ad decem, *sed eadem* composita ex tripla vtriusque simul AB BD, & sextupla ipsius CB *ad tres quintas eiusdem* compositæ ex dupla vtriusque simul AB BD, & quadrupla ipsius CB, quæ posita est decem, *proportionem habet, quam quinque ad duo.* hoc est ut quindecim ad sex, tres enim quintæ ipsius decem sunt sex. at verò proportio, quam habet linea cõposita ex tripla vtriusque simul AB BD, & sextupla ipsius CB ad tres quintas lineæ compositę ex dupla vtriusque simul AB BD cum quadrupla ipsius CB, est æqualis ei, quam habet OB ad FG. ergo erit OB ad FG, vt quinque ad duo. *Demonstratũ autem est, & AO ad GH proportionem habere, quam quinque ad duo; tota igitur BA ad totam FH proportionem habet, quam quinque ad duo. si autem hoc, est quidem FH duæ quintæ ipsius AB. Quod oportebat demonstrare.*

D

5. lemma huius.

12. quinti.

SCHOLIVM.

Græcus codex post ea verba, *vt DE ad EB, ita AC ad CB,* non habet, *& CD ad DB,* quæ ob ea, quæ sequuntur, omninò necessaria videntur. ideo post gręca verba, ἔστι δὲ καὶ ὡς δε πρὸς εβ, οὕτως ἅτε αγ πρὸς γβ desiderari videntur. καὶ ἡ γδ πρὸς δβ. A

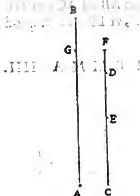
Vbi autem sunt verba, *vt cõposita ex dupla vtriusque simul,* Græcus codex tantùm habet, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς συναμφοτέρου. In quibus desideratur illa particula, *dupla,* ideo corrigendus est hoc modo, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β συναμφοτέρου, &c. B

Præterea

12. quinti. Quoniam enim est A ad B, ut D ad E; erit AD simul ad BE simul, vt A ad B. similiter quoniam B ad C est, vt E ad F, erit BE simul ad CF simul, vt B ad C. in eadem igitur sunt proportione AD simul, & BE simul, & CF simul, vt ABC; quod demonstrare oportebat.

LEMMA V.

Si magnitudo magnitudinis fuerit sesquialtera ad tres quintas eiusdem erit duplex sesquialtera.



Sit AB ipsius CD sesquialtera. sit uerò CE tres quintæ ipsius CD. Dico AB ad CE ita esse, vt quinque ad duo. Fiat EF æqualis EC, erit CF sex quintæ ipsius CD. & quoniam AB ipsius CD est sesquialtera, superabit AB ipsam CD dimidia ipsius CD. erit igitur AB septem quintæ cum dimidia ipsius CD. quare CF minor est AB. fiat igitur AG æqualis CF. erit vtique AG sex quintę ipsius CD. & ob id GB ipsius CD quinta est pars cum dimidia. & quoniam CE est eiusdem CD tres quintæ, erit BG dimidia ipsius CE. quare GB ipsam CE bis metietur. Et quoniam EF est æqualis ipsi EC, ipsa BG bis quoque metietur ipsam EF. quare

to-

totam CE, hoc est ipſam AG quater metietur. at verò GB ſeipſam ſemel metitur ipſa igitur GB totam AB quinquies metietur; Ex quibus liquet GB ipſarum AB CE communem eſſe menſuram. Et eſt quidem AB quintupla ipſius BG; ipſa verò CE eiuſdem BG dupla. erit AB ad CE, vt quintupla ad duplã. hoc eſt duplex ſeſquialtera. quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO. VIIII.

Si quatuor lineæ in continua fuerint proportione, & quam proportionem habet minima ad exceſſum, quo maxima minimam ſuperat; eandem habeat quædam aſſumpta linea ad tres quintas exceſſus, quo maxima proportionalium tertiam excedit: quam verò proportionem habet linea æqualis duplæ maximæ proportionalium, & quadruplæ ſecundæ, & ſextuplæ tertiæ, & triplæ quartæ ad lineã æqualem quintuplæ maximæ, & decuplæ ſecundæ, & decuplæ tertiæ, & quintuplæ quartæ, eandem habeat quædam aſſumpta linea ad exceſſum, quo maxima proportionalium tertiam ſuperat; vtræque ſimul aſſumptæ lineæ erunt duæ quintæ maximæ.

Sint quatuor lineæ proportionales AB BC BD BE, ita vt AB ad BC sit, vt BC ad BD: & vt BC ad BD, ita sit BD ad BE. *& quam proportionem habet BE ad EA, eandem habeat FG ad tres quintas ipsius AD. quam autem proportionem habet linea æqualis duplæ ipsius AB, & quadruplæ ipsius BC, & sextuplæ ipsi⁹ BD, & triplæ ipsi⁹ BE, ad lineã æqualẽ quĩtuplæ ipsi⁹ AB, et decuplæ ipsi⁹ CB, & decuplæ ipsi⁹ BD, & quintuplæ ipsius BE, eandem habeat GH ad AD. Ostẽdendum est FH duas quintas esse ipsius AB. Quoniam enim proportionales sunt AB BC BD BE,* & ipsarum excessus *AC CD DE in eadem erunt proportione. &* quoniam magnitudines AB BC BD in continua sunt proportione, & earum excessus AC CD DE in eadem erunt proportione. quia verò tres sunt magnitudines proportionales AB BC BD; & aliæ ipsis numero æquales, & in eadem proportione AC CD DE, erit in primis magnitudinibus prima, & secunda ad tertiam, vt in secundis magnitudinibus prima, & secunda ad tertiam; hoc est *vtraque simul AB BC ad BD eandem habebit proportionem, quam* vtraque simul AC CD, hoc est *AD ad DE; &* ob eandem rationem cùm tres sint proportionales magnitudines AC CD DE, aliæquè eodem modo proportionales BC BD BE; erit vtraque simul

1. lẽma huius.

2. lemma huius.

1. lẽma huius.

2. lemma huius.

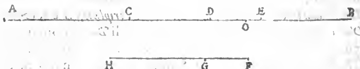
AC CD, hoc est AD ad DE, vt *vtraque simul BC BD ad EB. & omnes ad omnes*, quoniam scilicet est vtraque simul AB BC ad BD, vt horum dupla; erit vtraque simul AB BC ad BD, vt dupla vtriusque simul AB BC ad duplam ipsius BD. est autē vtraque simul AB BC ad BD, vt AD ad DE. erit igitur AD ad DE, vt dupla vtriusque simul AB BC ad duplam ipsius BD. quia verò ita etiam est AD ad DE, vt vtraque simul CB BD ad BE; erit dupla vtriusque simul AB BC ad duplam ipsius BD, vt vtraque simul CB BD ad BE. 11. quinti. & vtraque antecedentia ad vtraque consequentia in eadem erunt proportione: 12. quinti. eruntquè in antecedenti duę AB, tres BC, & sola BD. in consequenti verò erunt duæ BD cum sola BE. erit igitur dupla ipsius AB, & tripla ipsius CB cum sola BD ad duplam ipsius BD cum sola BE, vt vtraque simul CB BD ad BE. vtraque verò simul CB BD ad BE est, vt AD ad DE. *eandem ergo proportionem habet AD ad DE, quam linea æqualis duplæ ipsius AB, & triplæ ipsius CB, &* soli *DB ad lineam æqualem duplæ ipsius BD &* soli *BE.* 11. quinti. Quoniam autem linea composita ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius CB, & quadrupla ipsius BD, & dupla ipsius BE, maior est ea, quæ composita est ex dupla ipsius AB, & tripla ipsius CB, & sola BD; maiorem habebit proportionem composita ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius CB, & quadrupla ipsius BD, 8. quinti. & dupla ipsius BE ad compositam ex dupla ipsius BD cum sola BE, quam composita ex dupla ipsius AB, & tripla ipsius CB cum sola BD ad eandem compositam ex dupla ipsius BD cum sola EB. composita verò ex dupla ipsius AB, & tripla ipsius BC cum sola BD ad duplam ipsius BD cum sola BE ita ostensa est se habere AD ad DE. composita igitur ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius BC, & quadrupla ipsius BD, & dupla ipsius BE ad compositam ex dupla ipsius BD cum sola BE maiorem habebit proportionem, quam AD ad DE. *Quam itaque proportionem habet linea æqualis duplæ ipsius AB, & quadruplæ ipsius BC, & quadruplæ ipsius BD, & duplæ ipsius BE ad lineā æqualē duplæ ipsius DB, & ad EB, eandem habebit AD ad minorem ipsa DE.* ex 8. quīti *habeat igitur ad DO.* & quoniā ita se habet AD ad DO, vt cōposita ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius BC, & quadrupla ipsius BD, & dupla ipsius BE, hoc est cōposita ex dupla vtriusque

que

que simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul BC BD. (bis enim assumitur AB, & bis BE, quater verò BC, & quater BD) ad compositam ex dupla ipsius BD cum sola BE; erit conuertendo, ut OD ad DA, ita composita ex dupla ipsius BD cũ sola BE ad cõpositam ex dupla utriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul t CBD. *et vtraque ad primas eandem habebunt proportionem.* hoc est componendo erit OA ad AD, vt cõposita ex dupla ipsius BD cum sola BE, & dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul BC BD ad compo-

co.4.quĩti

18, quinti.



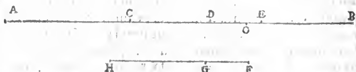
sitam ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusq; simul BC BD. In hoc autem antecedente bis sumitur AB, quater BC, sexies verò BD, & ter BE. *habebit igitur OA ad AD eandem proportionem, quam linea æqualis duplæ ipsius AB, et quadruplæ ipsius CB, et sextuplæ ipsius BD, et triplæ ipsius BE ad lineam compositam ex dupla vtriusque simul AB ET, et quadrupla vtriusque simul CB BD. habet autem* (vt suppositum est) GH ad AD eandem proportionem, quam linea æqualis duplæ ipsius AB, & quadtuplæ ipsius BC, & sextuplæ ipsius BD, & triplæ ipsius BE ad lineam æqualem quintuplæ ipsius AB, & decuplæ ipsius CB, & decuplæ ipsius BD, & quintuplæ ipsius BE, hoc est ad

quin-

quintuplã vtriuſque ſimul AB BE cũ decupla vtriuſque ſimul CB BD. In cõſequẽti.n.quinquies aſſũpta eſt AB,& quinquies BE, decies CB,& decies BD. & conuertendo habebit *AD ad GH eandem proportionem, quam quintupla vtriuſque ſimul AB BE cũ decupla vtriuſque ſimul CB BD ad lineam compoſitam ex dupla ipſius AB, & quadrupla ipſius CB, & ſextupla ipſius BD, & tripla ipſius EB. Diſsimiliter autem quàm in proportionibus ordinatis, hoc eſt in perturbata proportione* quoniam in primis magnitudinibus ita ſe habet antecedens OA ad conſequens AD, vt in ſecundis magnitudinibus antecedens compoſita nempè ex dupla ipſius AB, & quadrupla ipſius BC, & ſextupla ipſius BD, & tripla ipſius BE, ad conſequens lineam ſcilicet compoſitam ex dupla vtriuſque ſimul AB BE, & quadrupla vtriuſque ſimul CB BD: ut autem in primis magnitudinibus conſequens AD ad aliud quippiam GH, ita in ſecundis magnitudinibus aliud quippiam, nempè linea compoſita ex quintupla vtriuſque ſimul AB BE cum decupla vtriuſque ſimul CB BD ad antecedens, hoc eſt ad compoſitam ex dupla ipſius AB, & quadrupla ipſius CB, & ſextupla ipſius BD, & tripla ipſius BE. quare *ex æquali eandem habet proportionem OA ad GH, quam quintupla vtriuſque ſimul AB BE cum decupla* vtriuſque ſimul *CB BD ad cõpoſitã ex dupla vtriuſq; ſimul AB BE, et quadrupla vtriuſq; ſimul CB BD. At verò* quoniam quintupla ipſius AB ad duplam eiuſdem AB eſt, vt quinque ad duo; ſimiliter quintupla ipſi⁹ BE ad duplam eiuſdem BE eſt, vt quinque ad duo, erit quintupla vtriuſque ſimul AB BE ad duplam vtriuſque ſimul AB BE, vt quinque ad duo. pariquè ratione decupla vtriuſque ſimul CB BD ad quadruplam vtriuſque ſimul CB BD eſt, vt decem ad quatuor, hoc eſt vt quinque ad duo. & antecedẽtia ad conſequentia in eadem erunt proportione, hoc eſt *compoſita ex quintupla vtriuſque ſimul AB BE cum decupla vtriuſque ſimul CB BD ad compoſitam ex dupla vtriuſque ſimul AB BE, & quadrupla vtriuſque ſimul CB BD proportionem habet, quam quinque ad duo Quare OA ad GH proportionem habet, quam quinque ad duo. Rurſus* factum fuit AD ad DO, vt compoſita ex dupla vtriuſque ſimul AB BE cum quadrupla vtriuſque ſimul CB BD ad lineã BE vnà cum dupla ipſius BD. conuertendo etiam *quoniam*

co.4.quĩti. 23.quinti. 12.quinti. co.4.quĩti

in primis magnitudinibus antecedens *OD ad* consequens *DA eandem habet proportionem, quam* in secundis magnitudinibus antecedens *EB cum dupla ipsius BD ad* consequens, *lineam* scilicet *aequalem lineae compositae ex dupla vtriusque simul AB BE, cum quadrupla vtriusque simul CB BD, est autem* (vt antea ostensum est) *&* in primis magnitudinibus consequens *AD ad* aliud quippiam *DE, vt* in secundis magnitudinibus aliud quippiam, lineã scilicet *composita ex dupla ipsius AB, & tripla ipsius CB, &* sola *BD ad* antecedens, nempè *lineam aequalē ipsi EB, & duplae ipsius BD.*



Non igitur perinde, vt in proportione ordinata; hoc est, perturbata existēte proportione; ex aequali est OD ad DE, vt dupla ipsius AB cum tripla ipsius BC & sola *BD ad cōpositam ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD.* superat verò DE ipsam DO excessu OE; linea verò cōposita ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD lineam excedit compositam ex dupla ipsius AB cum tripla ipsius BC, ac sola BD, excessu lineae, quae sit aequalis soli CB cum tripla ipsius BD, & dupla ipsius BE. *Quare est EO ad ED, vt CB cum tripla ipsius BD, & dupla ipsius EB ad duplam vtriusque simul AB BE, & quadruplam vtriusque simul CB BD. est autem* in lineis pro-

23. quinti.

3. lēma huius.

portionalibus initio expositis; cùm in continua sint proportione, tertia in ordine BD ad quartam BE, vt prima AB ad secundam BC, quare diuidendo vt DE ad EB, ita AC ad CB. Rursus quoniam in lineis proportionalibus ob eandem causam CB ad BD ita est, vt DB ad BF; erit diuidendo, vt CD ad DB, ita DE ad EB. ergo *vt DE ad EB, ita AC ad CB, & CD ad DB. ac propterea secundùm* multiplicem *compositionem tripla ipsius CD, ad triplam ipsius DB* est, vt sola CD ad solam DB. *& dupla ipsius DE ad duplam ipsius EB* est, vt DE ad EB. est verò CD ad DB, vt DE ad EB, & AC ad CB; erit igitur AC ad CB, vt tripla ipsius CD ad triplam ipsius DB; & vt dupla ipsius DE ad duplam ipsius EB. *Quare & tria* antecedentia simul ad tria simul consequentia, hoc est, *composita ex AC, & tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE ad compositam ex CB, & tripla ipsius DB, & dupla ipsius EB* ita erit, vt AC ad CB, hoc est, DE ad EB. *Rursus itaque dissimili modo, quàm in proportionibus ordinatis, hoc est in perturbata proportione,* quoniam est in primis magnitudinibus antecedens OE ad consequens ED, ita in secundis magnitudinibus antecedēs composita scilicet ex CB, cum tripla ipsius BD, & dupla ipsius EB, ad consequens nempè compositam ex dupla vtriusque simul AB BE, cum quadrupla vtriusque simul CB BD: in primis verò magnitudinibus consequens DE ad aliud quippiam EB est, vt in secundis magnitudinibus aliud quippiā, hoc est composita ex AC cum tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE ad antecedens, lineam scilicet compositam ex CB cum tripla ipsius BD, & dupla ipsius EB. *ex æquali eandem habebit proportionem EO ad EB, quam AC cum tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE ad duplam vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD.* & componendo erit OB ad BE, vt linea AC cum tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE, & dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD, ad duplam vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD. In hoc autem

17. quinti.

A

12. quinti.

23. quinti.

18. quinti.

antecedente assumitur sola AC, ter CD, bis DE, bis AB, bis BE, quater CB, & quater BD. Duæ verò AB vnà cum sola AC, & sola CB, ex quatuor vicibus, quibus ipsa CB sumitur, sunt æquales tribus AB. tres autem CB, quæ relictæ sunt, vnà cum tribus CD, & tribus BD ex quatuor vicibus, quibus ipsa BD sumitur, sunt æquales sex CB. sola verò BD, quæ relicta fuit, vnà cum duabus DE, & duabus BE, est æqualis tribus BD. linea nimirum AC cum tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE, & dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD, æqualis erit triplæ ipsius AB, cum sextupla ipsius CB, & tripla ipsius BD. *Tota igitur OB ad EB eandem habet proportionem, quam linea æqualis triplæ ipsius AB cum sextupla ipsius CB & tripla ipsius BD ad duplam vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD. &* *quoniam* initio ostensum fuit lineas AC CD DE in eadem esse proportione, vt sunt quatuor lineæ continuè proportionales AB BC BD BE; erunt tres AC CD DE, & tres AB BC BD, & tres BC BD BE in eadem proportione. conuertendo igitur in eadem quoque erunt proportione. quare tres *ED DC CA, &* tres BE BD BC, & tres BD, BC BA *in eadem sunt proportione.* Quoniam autem BE BD BC ita se habent, vt BD BC BA; vtraque simul BE BD ad vtramque simul BD BC, & vtraque simul BD BC ad vtramque simul BC BA ita se habebunt, vt BE BD BC, hæ verò BE BD BC sunt, vt ED DC CA. ergo *& vtraque simul, vnaquæque ipsarum EB BD, DB BC, CB BA,* ita se habebunt, vt ED DC CA. quare *erit &* antecedens *ED* ad suas consequentes DC CA simul sumptas, hoc est, *ad DA; vt* antecedens *vtraque simul EB BD* ad suas consequentes, nempè *ad vtrãque simul DB BC cum vtraque simul CB BA. & componendo EA ad AD, vt vtraque simul EB BD, cum vtraque simul AB BC, & vtraque simul CB BD* ad vtramque simul BD BC,

cor. 4. quinti.

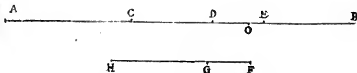
4. lema huius.

cor. 2 lem in 13. primi huius.

18 quinti

cum

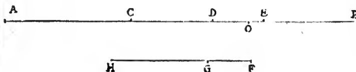
cum vtraque simul CB BA. In hoc autem antecedenti semel sumitur EB, & semel AB, bis BD, & bis BC. in consequenti verò sumitur sola BD, solaquè BA, & bis BC. Proportio igitur ipsarum EA AD est eadem, *quæ est vtraque simul EB BA cum dupla vtriusque simul DB BC ad vtramque simul BD BA cum dupla ipsius BC. Quare & dupla ad duplam eandem habebit proportionē; hoc est, vt EA ad AD, ita dupla vtriusque simul EB BA cum quadrupla vtriusque simul CB BD ad duplam vtriusque simul AB BD cum*



quadrupla ipsius CB. Quapropter EA ad tres quintas ipsius AD est, vt composita ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla utriusque simul CB BD ad tres quintas lineæ compositæ ex dupla vtriusque simul AB BD, & quadrupla ipsius CB. Verùm quia initio assumptum fuit ita esse BE ad EA, vt FG ad tres quintas ipsius AD, erit conuertendo EA ad EB, vt tres quintæ ipsius AD ad FG; permutandoquè *vt EA ad tres quintas ipsius AD, sic est EB ad FG, vt igitur EB ad FG, sic dupla vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque* co.4.quīti. 16.quinti. 11.quinti.

 simul

simul DB BC ad tres quintas lineæ compositæ ex dupla vtriusque simul AB BD cum quadrupla ipsius CB. ostensum est autè OB ad EB ita esse, vt tripla ipsius AB cum sextupla ipsius CB, & tripla ipsius BD ad duplam vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD. At in hoc antecedente ter assumpta est AB, terquè BD, & sexies CB. erit itaque in primis magnitudinibus antecedens OB ad consequens EB, vt in secundis magnitudinibus antecedens *tripla* scilicet *vtriusque simul AB BD cum sextupla ipsius CB ad* consequens nempè *duplam vtriusque simul AB BE, & quadruplam vtriusque simul CB BD.*



in primis verò magnitudinibus est consequens EB ad aliud quippiam FG, ut in secundis magnitudinibus consequens, hoc est dupla vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul DB BC ad aliud quippiam, nempè ad tres quintas lineæ cōpositę ex dupla vtri⁹q; simul AB BD cū quadrupla i-
22. quinti. C psi⁹ CB. *Ex æquali igitur est, ut OB ad FG, ita linea composita ex tripla utriusq; simul AB BD, et sextupla ipsi⁹ CB ad tres quītas lineæ cōpositæ ex dupla utri⁹q; simul AB BD, & quadrupla ipsius CB. at uerò* tripla ipsius AB ad duplā eiusdē AB est, vt tria ad duo. similiter tripla ipsius BD ad duplam eiusdem BD est, vt tria ad duo.

pari-

pariquè ratione sextupla ipsius CB ad quadruplam eiusdem CB ita se habet, vt sex ad quatuor, hoc est tria ad duo, & omnes ad omnes, hoc est *composita ex tripla vtriusque simul AB BD, et sextupla ipsius CB ad compositam ex dupla vtriusque simul AB BD, & quadrupla ipsius CB proportionem habet, quam tria ad duo.* vt exempli gratia quindecim ad decem, *sed eadem* composita ex tripla vtriusque simul AB BD, & sextupla ipsius CB *ad tres quintas eiusdem* compositæ ex dupla vtriusque simul AB BD, & quadrupla ipsius, CB, quæ posita est decem, *proportionem habet, quam quinque ad duo.* hoc est ut quindecim ad sex, tres enim quintæ ipsius decem sunt sex. at verò proportio, quam habet linea composita ex tripla vtriusque simul AB BD, & sextupla ipsius CB ad tres quintas lineæ compositę ex dupla vtriusque simul AB BD cum quadrupla ipsius CB, est æqualis ei, quam habet OB ad FG. ergo erit OB ad FG, vt quinque ad duo. *Demonstratū autem est, & AO ad GH proportionem habere, quam quinque ad duo; tota igitur BA ad totam FH proportionem habet, quam quinque ad duo. si autem hoc, est quidem FH duæ quintæ ipsius AB. Quod oportebat demonstrare.*

D

5. lemma huius.

12. quinti.

SCHOLIVM.

A Græcus codex post ea verba, *vt DE ad EB, ita AC ad CB,* non habet, *& CD ad DB*, quæ ob ea, quæ sequuntur, omninò necessaria videntur. ideo post gręca verba, ἔστι δὲ καὶ ὡς δε πρὸς εβ, οὕτως ἅτε αγ πρὸς γβ desiderari videntur. καὶ ἁ γδ πρὸς δβ.

B Vbi autem sunt verba, *vt cōposita ex dupla vtriusque simul*, Græcus codex tantùm habet, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς συναμφοτέρου. In quibus desideratur illa particula, *dupla*, ideo corrigendus est hoc modo, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β συναμφοτέρου, &c.

Præterea

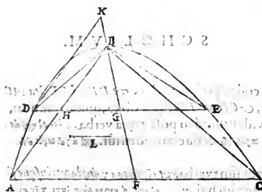
Præterea cùm inquit, *ex æquali igitur est vt OB ad FG*, Græ
C cus non habet, *ad FG*, idcirco post ea verba καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἁ οβ addenda sunt πρὸς ζη.

D Similiter quando inquit *ad compositam ex dupla vtriusque simul AB BD, & quadrupla ipsius CB*, græca verba sunt πρὸς μὲν τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β συναμφοτέρου τᾶς αβ βδ τᾶς γβ, in quib⁹ similiter desideratur, *& quadrupla*. quare ita corrigendus videtur. πρὸς μὲν τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β συναμφοτέρου τᾶς αβ βδ, καὶ δ τᾶς γβ,

Postremum theorema, & si non habeat tãtam obscuritaté, veluti precedens, non est tamen sine aliqua obscuritate, ob cuius intelligentiam hanc priùs propositionem ostendemus.

PROPOSITIO.

Si duæ fuerint rectæ lineę in parabole ad diametrum ordinatim applicatæ, erit maior parabole ad minoré, vt cubus ex dimidia lineę maioris ad cubum ex dimidia minoris.



In parabole ABC, cuius diameter BF, duæ sint rectæ lineæ ad diametrum applicatæ AC DE. Dico parabolen ABC ad parabolen DBE eandem habere proportionem, quam cub⁹ ex AF ad cubum ex DG. Iungantur AB BC DB BE; secet-

què AB ipſam DG in H. Quoniam enim parabole ABC *17.24. Arch. de qua.*
ſeſquitertia eſt trianguli ABC, itidemquè parabole DBE *par.*
trianguli DBE ſeſquitertia exiſtit, erit parabole ABC ad trian
gulum ABC, vt parabole DBE ad triangulum DBE. & per- *16. quinti.*
mutando parabole ABC ad parabolen DBE, vt triangulum
ABC ad triangulum DBE. Quoniam autem AC ordina-
tim eſt applicata, vnde AF ipſi FC eſt æqualis, ac per conſe-
quens AF eſt ipſius AC dimidia. erit triangulum ABF dimi-
dium trianguli ABC. cùm vtraquè ſub eadem ſint altitudine. *ex prima ſexti.*
eademquè ratione triangulum DBG trianguli DBE dimi-
dium exiſtit. quare vt triangulum ABF ad triangulum
DBG, ita eſt triangulum ABC ad DBE triangulum, ac pro-
pterea triangulum ABF ad DBG triangulum eſt, vt parabo-
le ABC ad parabolen DBE. Cùm autem ſit HG æquidiſtans
ipſi AF, ſiquidem ſunt ordinatim applicatæ, ob triangulorũ *ex 4. ſexti.*
ſimilitudinem ABF HBG, ita erit FB ad BG, vt AF ad HG
vt autem FB ad BG, ita quadratum ex AF ad quadratum ex *20. primi*
DG, erit igitur quadratum ex AF ad quadratum ex DG, vt AF *conicorum*
ad HG. quare lineę AF DG HG ſunt proportionales. Pro- *Apoll. & ex 3. Arch.*
ducatur FB, ducaturquè à puncto D ipſi AB æquidiſtans *de quad.*
DK, erit vtiquè triangulorum ABF DKG anguli ABF *parab.*
DHG æquales, & angulus AFB angulo DGK eſt æqualis, erit *ex cor 20. ſexti.*
igitur, & reliquus BAF reliquo KDG æqualis, ac propterea
triangulum ABF eſt triangulo DKG ſimile. quare triangu-
lum ABF ad triangulum DKG eam habet proportionem,
quàm AF ad DG duplicatam, hoc eſt quàm AF ad HG, quę
eſt ea, quàm habet FB ad BG. atqui triangulum ABF ad
DKG eam quoque habet proportionem, quam FB ad GK
duplicatam. tres igitur lineę FB GK GB ſunt proportiona-
les. ex quibus ſequitur ita eſſe FB ad GK, vt AF ad DG; &
GK ad GB, vt DG ad GH. ſed quoniam triangulum GDK
ad GDB (cùm ſint ſub eadem altitudine) ita eſt, vt KG ad *1. ſexti.*
BG, ſi igitur fiat HG ad L, vt KG ad BG, erit triangulum *11. quinti.*
GDK ad triangulum GDB, vt HG ad L. Cùm autem ſit triã
gulum ABF ad DKG, vt AF ad HG, eſtquè triangulũ DKG
ad DBG, vt HG ad L, erit ex ęquali triangulum ABF ad
triangulum DBG, vt AF ad L. ac propterea parabole ABC

ad

ad parabolen DBE eam habet proportionem, quam linea AF ad lineam L. Quoniam autem ita est KG ad GB, vt HG ad L, & vt eadem KG ad GB, ita est DG ad GH. vt verò DG ad GH, ita est AF ad DG; erunt quatuor lineæ AF DG HG L in continua proportione. & quoniam cubi in tripla sunt proportione laterum, erit cubus ex AF ad cubum ex DG, vt AF ad L. cubus ergo ex AF ad cubum ex DG eam habet proportionem, quam parabole ABC ad parabolen DBE. quod demonstrare oportebat.

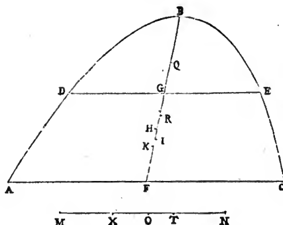
Oportet autem hanc quoquè propositionẽ nobis esse cognitam, nempè quòd solida parallelepipeda in eadem basi constituta eam inter se proportionem habent, quam ipsarum altitudines.

Hoc quidem à Federico Commandino in eius libro de centro grauitatis solidorum propositione decimanona demonstratum fuit.

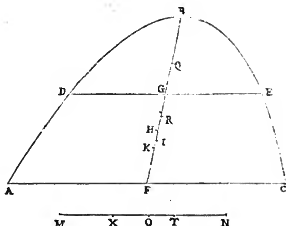
PROPOSITIO. X.

Omnis frusti à rectanguli coni portione abscissi centrum grauitatis est in recta linea, quæ frusti diameter existit, ita positum, vt diuisa linea in quinque partes æquales, sit in quinta parte media; ita vt ipsius portio propinquior minori basi frusti ad reliquam portionem eandem habeat proportionem, quam habet solidum basim habens quadratum ex dimidia maioris basis frusti, altitudinem autem lineam æqualem vtrique simul duplæ minoris basis, & maiori ad solidum basim habens quadratum ex dimidia minoris basis frusti, altitudinẽ autem lineam æqualem vtrique duplæ maioris, & minori.

Sit



Sit in rectanguli coni portione ABC *duæ rectæ lineæ AC DE* æquidistantes. *diameter verò portionis ABC sit BF.* Intelligaturquè frustum ADEC à portione ABC abscissum. omnes vtique lineæ ipsis AC DE æquidistantes in frusto ADEC ductæ, erunt à linea GF bifariam diuisæ, ex quo *patet quidem & ipsius ADEC diametrum esse GF, lineasquè AC DE lineæ portionem in B contingenti æquidistantes esse. Recta verò linea FG in quinque partes æquales diuisa, quinta pars media sit* HK. *atque* diuidatur HK in I, ita vt *HI ad IK eandem habeat proportionem, quam habet solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam æqualem vtrisque simul duplæ ipsius DG, & ipsi AF, ad solidum, quod basim habeat quadratum ex DG, altitudinem autem lineam æqua-* 1 Arch de quad. parab. & 5. secūdi conicorum Apoll.

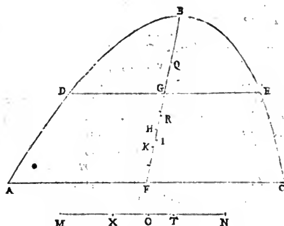


lem vtrisque duplæ ipsius AF, & ipsi DG. ostendendum est frusti ADEC centrum grauitatis esse punctum I. sit quidem ipsi FB æqualis MN, ipsi verò GB æqualis NO. (13. sexti.) *sumaturque ipsarum MN NO media proportionalis NX. quarta verò proportionalis TN.* lineæ nimirum MN NX NO NT in continua erunt proportione. *& vt TM ad TN, ita* fiat *FH ad quandam lineam à punctò I, vt IR, vbicunque perueniat alterum punctum* R. *nihil enim refert, siue inter FG, siue inter GB cadat. & quoniam in portione rectanguli coni* ABC *diameter portionis est FB; at verò BF, vel principalis est diameter portionis, vel ducta diametro æquidistans. lineæ verò AF DG ad ipsam, ordinatim sunt applicatæ, cùm sint æquidistantes contingenti portionem*

in pun-

in puncto B. si autem hoc, est vt AF ad DG potentia, sic FB ad BG longitudine, hoc est MN ad NO. vt autem MN ad NO longitudine, ita est MN ad Nx potentia. quandoquidem tres lineæ MN NX NO sunt proportionales. *vt igitur AF ad DG potentia, ita est MN ad NX potentia. quare, & longitudine in eadem sunt proportione;* vt scilicet AF ad DG, ita MN ad NX. *sicut itaque cubus ex AF ad cubum ex DG, ita cubus ex MN ad cubum ex NX. Verùm vt cubus ex AF ad cubum ex DG, sic portio ABC ad portionem DBE.* vt igitur cubus ex MN ad cubum ex NX, ita portio ABC ad portionem DBE. *sicut autem cubus ex MN ad cubum ex Nx, ita MN ad NT.* cùm sint quatuor lineæ MN NX NO NT in continua proportione. ac propterea erit portio ABC ad portionem DBE, vt MN ad NT. *Quare & diuidendo frustum ADEC ad portionem DBE est, vt MT ad NT.* Quia verò, vt factum fuit, ita est MT ad TN, vt FH ad IR, est verò FH ipsius FG tresquintæ, erit frustum ADEC ad portionem DBE, vt FH ad IR. *hoc est tres quintæ ipsius GF ad IR. & quoniam solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius DG, & ipsa AF, ad cubum ex AF proportionem habet,* quam solidi altitudo ad altitudinem cubi, siquidem sunt in eadem basi. tàm enim solidum, quàm cubus basim habet quadratum ex AF. idcirco solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius DG, & ipsa AF ad cubum ex AF eam proportionem habebit, *quam* solidi altitudo, *dupla,* scilicet *ipsius DG cum linea AF* ad altitudinem cubi, hoc est *ad FA.* At verò quoniam ostensum est ita esse AF ad DG, vt MN ad NX, erit conuertendo DG ad AF, vt NX ad MN, & antecedentium dupla, hoc est dupla ipsius DG ad AF, vt dupla ipsius NX ad MN. & componendo dupla ipsius DG cum AF ad AF, vt dupla ipsius NX cum MN ad MN. *Quare & vt* solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius DG cum AF ad cubum ex AF, *ita dupla ipsius NX cum linea NM ad NM. est autem* cubus ex AF ad cubum ex DG, vt cubus ex MN ad cubum ex NX, vt ostensum est,

3. Arch. de quad. parab. & 20. primi conicorum Apoll.
2. cor. 20. sexti.
22. sexti.
37. vndecimi.
17. quinti.
18. quinti.

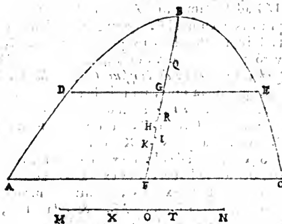


cubus verò ex MN ad cubum ex NX est, vt MN ad NT; erit *& vt cubus ex AF ad cubum ex DG, ita MN ad NT. sicut autem cubus ex DG ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius AF, cum linea DG*, ita altitudo cubi ad altitudinem solidi, cum sint in eadem basi, quadrato nempè ex DG. erit igitur vt cubus ex DG ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius AF cum linea DG, *ita* cubi altitudo *DG ad* altitudinem solidi, ad lineam scilicet *compositam ex dupla ipsius AF, & linea DG*. Quoniam autem ita est AF ad DG, vt MN ad NX, vt verò MN ad NX, ita NO ad NT. cùm sint MN NX NO NT in continua proportio-
11.quinti. ne, erit AF ad DG, vt NO ad NT. & antecedentium dupla,

hoc

hoc eſt, dupla ipſius AF ad DG, vt dupla ipſius NO ad NT, & componendo, dupla ipſius AF cum DG ad DG, vt dupla ipſius NO cum NT ad NT. & conuertendo DG ad duplam ipſius AF cum DG, vt NT ad duplam ipſius NO cum NT. *Quare & vt* ſe habet cubus ex DG ad ſolidum baſim habens quadratum ex DG, altitudinem verò compoſitam ex dupla ipſius AF cum DG, ita eſt *TN ad compoſitam ex dupla ipſius ON, & linea TN.* Itaque ex iis, quæ dicta ſunt, ita ſe habet ſolidum baſim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compoſitam ex dupla ipſius DG, & linea AF ad cubum ex AF, vt dupla ipſius NX cum NM ad MN, cubus verò ex AF ad cubum ex DG eſt, vt MN ad NT; ita deinde ſe habet cubus ex DG ad ſolidum baſim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam compoſitam ex dupla ipſius AF, & ipſa DG, vt NT ad compoſitam ex dupla ipſius NO, & ipſa NT. *Sunt igitur quatuor magnitudines ſolidum baſim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compoſitam ex dupla ipſius DG, & linea AF, & cubus ex AF, & cubus ex DG, & ſolidum baſim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam compoſitam ex dupla ipſius AF, & ipſa DG, quatuor magnitudinibus proportionales, duabus ſimul ſumptis lineæ compoſitæ ex dupla ipſius NX, & ipſa NM; & alteri magnitudini MN; aliiquè deinceps NT, ac tandem lineæ compoſitæ ex dupla ipſius NO, & ipſa NT. ex æquali igitur erit, vt ſolidum baſim habens quadratum ex AF, altitudinem autem lineam compoſitam ex dupla ipſius DG, & ipſa AF, ad ſolidum baſim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam compoſitam ex dupla ipſius AF, & ipſa DG, ita compoſita ex dupla ipſius NX, & ipſa MN ad compoſitam ex dupla ipſius NO, & ipſa NT. ſed vt præfatam ſolidum* baſim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compoſitam ex dupla ipſius DG, & ipſa AF *ad dictum ſolidum* baſim habens quadratum ex DG, altitudinem verò compoſitam ex dupla ipſius AF & ipſa DG, ita factum fuit *HI ad IK. vt igitur HI ad IK, ſic*

18. quinti. cor 4 quinti. 3. quinti. 22. quinti. 11. quinti.



composita ex dupla ipsius NX cum MN *ad compositam* ex dupla
18.quinti. ipsius NO cum NT. *quare & componendo* HK ad KI, vt dupla ipsius NX cum MN, & dupla ipsius NO cum NT ad compositam ex dupla ipsius NO cum NT, quia verò in hoc antecedenti semel sumitur MN, & semel NT, bis verò NX, & bis NO, erit HK ad KI, vt vtraque simul MN NT, & dupla vtriusque simul NX NO ad duplam ipsius NO, & ipsam NT. *& antecedentium quintupla*. quintupla verò antecedentis HK est FG, quintupla verò alterius antecedentis MN NT, & duplæ vtriusque simul NX NO est quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO. decupla enim est quintupla duplæ. *est igitur FG ad IK, vt quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad duplam ipsius ON, & ipsam NT. & vt FG ad FK, quæ est duæ quintæ ipsius FG, ita quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad duplam vtriusque simul MN NT,*

& qua-

& quadruplam vtriusque simul NX NO. cùm hocquidem consequens sit duæ quintæ ipsius antecedentis. etenim dupla vtriusque simul MN NT quintuplæ earumdem simul MN NT duæ quintæ existit. & quadrupla vtriusque simul NX NO est duæ quintæ decuplæ earumdem NX NO. quadrupla enim decuplæ est duæ quintæ. Quoniam itaque ita est FG ad FK, vt quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad duplam vtriusque simul MN NT, & quadruplam vtriusque simul NX NO, & vt FG ad KI, ita quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad duplam ipsius ON, & ipsam NT; erit FG ad suas consequentes simul sumptas FK KI, hoc *cor. 2. lem. in 13. primi huius.* est FI, vt quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad duplam vtriusque simul MN NT, & quadruplam vtriusque simul NX NO, & duplam ipsius ON, & ipsam NT; sed in hoc consequenti bis sumitur MN, quater NX, sexies NO, & ter NT. *erit igitur vt FG ad FI, ita quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad compositam ex dupla ipsius MN, & quadrupla ipsius NX, & sextupla ipsius NO, & tripla ipsius NT.* & conuertendo FI ad FG, vt composita ex dupla ipsius MN, *cor. 4. quinti.* & quadrupla ipsius NX, & sextupla ipsius NO, & tripla ipsius NT ad quintuplam vtriusque simul MN NT, & decuplam vtriusque simul NX NO. *Quoniam itaque quatuor rectæ lineæ MN NX NO NT sunt continuè proportionales.* factaque fuit MN æqualis ipsi FB, & NO ipsi GB; erit reliqua OM ipsi FG æqualis. & vt TM ad TN ita factum fuit FH, hoc est tres quintæ ipsius FG, tres scilicet quintæ ipsius MO ad IR. quare & conuertendo *vt NT ad TM, ita quædam assumpta linea NI ad tres quintas ipsius FG, hoc est ipsius MO: vt autem composita ex dupla ipsius NM, & quadrupla ipsius Nx, & sextupla ipsius NO & tripla ipsius NT ad lineam compositam ex quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul xN NO, sic altera quædam assumpta linea IF ad FG, hoc est ad MO, erit ex superioribus RF* *ex præcedenti.* *duæ quintæ ipsius MN, hoc est ipsius FB.* ac propterea reliqua RB *8. huius.* erit tres quintæ ipsius FB. & ob id BR ad RF est, vt tria ad duo. *Quare punctum R centrum est grauitatis portionis ABC. sit*

quidem

8.prim.huius. *quidem portionis DBE centrum grauitatis punctum Q. frusti ADEC centrum grauitatis erit in linea QR* producta, *quæ* quidem QR *a lipsam* productam *eandem habeat proportionem, quam habet frustum* ADEC *ad reliquam portionem* DBE. *est autem punctum L. nam* cùm sit tota FB ad totam BR, vt ablata BG ad ablatam

19.quinti. BQ; sunt enim vt quinque ad tria; erit & reliqua FG ad reliquam QR, vt FB ad BR. itaque *quoniam tres quintæ ipsius FB linea est BR; ipsius verò GB tres quintæ linea est BQ, & reliquæ igitur GF est tres quintæ QR. quoniam igitur est, vt frustum ADEC ad portionem DBE, ita MT ad NT,* vt ostensum fuit; *sed vt MN ad NT, sic* factum fuit FH ad IR, hoc est *tres quintæ ipsius GF; quæ est QR ad RI. erit igitur vt frustum ADEC ad portionem DBE, ita QR ad RI. & est quidem totius portionis* ABC *centrum grauitatis punctum R; ipsius verò DBE centrum grauitatis punctum*

8 prim.huius. *Q; manifestum est igitur frusti ADEC centrum grauitatis esse punctū L.* quod quidē est in quinta parte media HK ipsius FG ab

eo ita diuisa, vt HI ad IK sit, vt solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem autem duplam ipsius DG cum AF ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò duplam ipsius AF cũ DG. quod demonstrare oportebat.

SCHOLIVM.

In hoc Theoremate primùm obseruanda occurrunt verba propositionis, quibus Archimedes pręcipit portionem HK in I ita diuisam esse oportere, vt HI ad IK eam habeat proportionem, quam habet solidum basim habens quadratum ex dimidia maioris basis frusti, altitudinem autem lineam æqualem vtrique simul duplæ minoris basis, & maiori ad solidum basim habens quadratum ex dimidia minoris basis frusti, altitudinem autem lineam æqualem vtrisque, duplæ scilicet basis maioris, & minori. hoc est sit HI ad IK, vt solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam æqualem duplæ ipsius DE cum AC ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam æqualem vtriq; simul duplæ ipsius AC, & ipsi DE. In constructione autem hunc propositionis locum explicans, & in pergressu totius demõstrationis, inquit HI ad IK eã debere proportionem habere, quam habet solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam æqualem vtriq; simul duplæ ipsius DG, & ipsi AF ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam æqualem vtrique simul duplæ ipsius AF, & DG. Quoniam autem solida parallelepipeda (vt præfata solida sunt) in eadem basi existentia ita se habent inter se, vt eorum altitudines; solidum, quod basim habet quadratum ex AF, altitudinem autem duplam ipsius DE cum AC, duplum erit solidi basim habentis quadratum ex AF, altitudinem verò duplam ipsius DG cum AF. Nam hæc solida eandem habent basim, quadratum nempè ex AF; ipsorumquè alterum habet altitudinem duplam. quia cùm sit DE dupla ipsius DG, erit dupla ipsius DE dupla ipsius duplæ DG;

& AC dupla est ipsius AF. altitudines igitur horum solidorũ in dupla sunt proportione. hoc est altitudo, linea scilicet dupla ipsius DE cum AC altitudinis nempè lineæ duplæ ipsius DG cum AF dupla existit. Quare solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò duplam ipsius DE cum AC duplum est solidi, quod basim habeat idem quadratum ex AF, altitudinem verò duplam ipsius DG cum AF. eademquè ratione ostendetur solidũ basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò duplam ipsius AC cum DE duplum esse solidi basim habentis quadratum ex eadem DG, altitudinem autem duplam ipsius AF cum DG. solidum igitur basim habens quadratum ex AF, altitudinem autem duplam ipsius DE cum AC ad solidum quadratum habens basim ex AF, altitudinem verò duplam ipsius DG cum AF eam habet proportionem, quam habet solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò duplam ipsius AC cum AE ad solidum basim habẽs quadratum ex DG, altitudinem verò duplam ipsius AF cum DG.

16.quinti. quare permutando primũ solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò duplam ipsius DE cum AC ad secundum solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem autem duplam ipsius AC cum DE eandem habet proportionem, quam habet tertium solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem autem duplam ipsius DG cum AF ad quartum solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò duplam ipsius AF cum DG. Quapropter Archimedes loco primi, & secundi solidi in propositione propositi rectè potuit in demonstratione accipere tertium, & quartum solidum. eodem enim modo, & in eadem proportione linea HK in puncto I diuisa prouenit: quod quidem punctum frusti ACED centrum grauitatis existit.

Secundi libri Finis.

Erratorum quorundam restitutio.

Pagina 8, versu 18, Archimedes. ¶ 10, 7, sione. ¶ 18, 20, conducenti. ¶ 21, 14, per discere ipsum. ¶ 39, 25, hoc est AB. ¶ 43, 19, lineam. ¶ 47, 20, cùm inquit, ¶ 63, 20, GD DK in. ¶ 65, 21, DC. Ibidem, 27, ex DC. ¶ 67, 29, in maiori. ¶ 69, in postil: ex proxima propositione. ¶ 70, 5, vt NL ¶ 73, 1, de his, vel. ¶ 84, 8, AE EB CF FD. ¶ 90, 17, totus. ¶ 98, 1, quam VH. Ibidem, 7, aufertur. ¶ 117, 21, reposuit. ¶ 124, 19, sectionē, ¶ 140, 1, æquidistātes ¶ 143, 11, est CH. ¶ 147, 3, cū EK ad E, vt. Ibidē, 25, ita S 9, ad Y α ¶ 149, 19, ad χν. Ibidem, 25, est, vt OR. Ibidem, 27, LP, vt OR ad. Ibidem, 31, vt OR ad ζλ Ibidem, 32, vt λρ ad ρζ. Ibidem, 34, BD ad Bσ, ita. Ibidem, 35, sit BD ad Dν Ibidem, 36, BD ad Dν Bσ. ¶ 150, 5, vt OR ad Oξ. ¶ 153, 13, rz, vt. ¶ 157, in postill ante 15, primi Ibidem, 17, maiorem. ¶ 161, 24, erit KH. ¶ 167, 24, efficax. ¶ 170, 1, ipsius AC erit. ¶ 181, 36, ex dupla ipsius AB, ¶ 191, 21, erunt. Ibidem, 22, DKG æquales.

REGISTRVM.

✠ A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z, A A B B.

Omnes duerniones, præter, BB, ternionem.

PISAVRI.

Apud Hieronymum Concordiam,

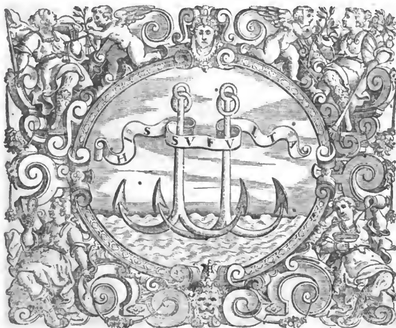
M. D. LXXXVIIII.

GVIDI VBALDI E MARCHIONIBVS MONTIS MECANICORVM LIBER

In quo hæc continentur.

De Libra.	*De Axe in Peritrocheo.*
De Vecte.	*De Cuneo*
De Trochlea.	*De Cochlea.*

SVPERIORVM PERMISSV, ET PRIVILEGIO.



VENETIIS, M. DC XV.

Apud Euangeliſtam Deuchinum.



AD FRANCISCVM MARIAM II. VRBINATVM AMPLISSIMVM DVCEM.

GVIDI VBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS.



Præfatio.



*VÆ res (*AMPLISSIME PRINCEPS*) quæ ad conciliandas hominibus facultates, vtilitas nempè, & nobilitas, plurimùm valere consueuerunt. illæ ad exornandam mechanicam facultatem, & eam præ omnibus alijs appetibilem reddendam conspiraſſe mihi videntur: nam ſi nobilitatem (quod plerique modò faciunt) ortu ipſo metimur, occurret hinc Geometria, illinc verò Phiſica; quorum geminato complexu nobiliſſima artium prodit mechanica. ſi enim nobilitatem magis, tùm ſtratæ materiæ, tùm argumentorum neceſſitati (quod Ariſtoteles fatetur aliquando) relatam volumus, omnium proculdubiò nobiliſſimam perſpiciemus. quæ quidem non ſolum geometriam (vt Pappus teſtatur) abſoluit, & perficit; verùm etiam, & phiſicarum rerum imperium habet: quandoquidem quodcunque Fabris, Architectis, Baiulis, Agricolis, Nautis, & quàm plurimis alijs (repugnantibus naturæ legibus) opitulatur; id omne mechanicum eſt imperium. quippè quod aduerſus naturam, vel eiuſdem æmulata leges exercet; ſumma id certè admiratione dignum; veriſſimum tamen, & à quocunque liberaliter admiſſum, qui prius ab Ariſtotele didicerit, omnia mechanica, tùm problemata, tùm theoremata ad rotundam machinam reduci, atque ideo illo niti principio, non minus ſenſui, quàm rationi noto. Rotunda machina eſt mouentiſſima, & quò maior, cò mouentior. Verùm huic nobilitati adnexa eſt ſumma rerum ad vitam pertinentium vtilitas, quæ propterea*

omnes alias à diuersis artibus propagatas antecellit; quòd aliæ facultates post mundi genesim longa temporis intercapedine suos explicarunt vsus; ista verò, & in ipsis mundi primordijs ita fuit hominibus necessaria, vt ea sublata Sol de mundo sublatus videretur. nam quacunque necessitate Adæ vita degeretur; & quamuis etiam casis contectis stramine, & angustis tugurijs, ac gurgustijs cœli defenderet iniurias; sic & in corporis vestitu, licet ipse nihil aliud spectaret, nisi vt imbres, vt niues, vt ventos, vt Solem, vt frigus arceret; quodcunque tamen id fuit, omne mechanicum fuit. neque tamen huic facultati contingit, quod ventis solet, qui cùm vndè oriuntur, ibi vehementissimi sint, ad longinqua tamen fracti, debilitatiq́ue perueniunt: sed quod magnis fluminibus crebrius accidit, quæ cùm in ipso ortu parua sint, perpetuò tamen aucta, eò ampliori feruntur alueo, quò à fontibus suis longius recesserunt. Nam & temporis progressu mechanica facultas sub iugo æquum arationis laborem dispensare, atque aratrum agris circumagere cœpit. deinceps bigis, & quadrigis docuit commeatus, merces, onera quælibet vehere, è finibus nostris ad finitimos populos exportare, & ex illis contra importare ad nos. præterea cùm iam res non tantùm necessitate, verùm etiam ornatu, & commoditate metirentur, mechanicæ fuit subtilitatis, quòd nauigia remo impelleremus; quòd gubernaculo exiguo in extrema puppi collocato ingentes triremium moles inflecteremus; quòd vnius sæpè manu pro multis fabrorum manibus modò pondera lapidum, & trabium Fabris, & Architectis subleuaremus; modò tollenonis specie aquas è puteis olitoribus exhauriremus. hinc etiam è liquidorum prælis vina, olea, vnguenta expressa, & quicquid liquoris habent, persoluere domino compulsa. hinc magnas arborum, & marmorum moles duobus in contrarias partes distrahentibus vectibus diremptimus; hinc militiæ in aggeribus extruendis, in conserenda manu, in opugnando, propugnandoque loca infinitæ ferè redundarunt vtilitates; hinc demum Lignatores, Lapicidæ, Marmorarij Vinitores, Olearij, Vnguentarij, Ferrarij, Aurifices, Metallici, Chirurgi, Tonsores, Pistores, Sartores, omnes denique opifices beneficiarij, tot, tantaq; vitæ humanæ suppeditarunt commoda. Eant nunc noui logodedali quidam mechanicorum contemptores, perfricent frontem, si quam habent, & ignobilitatem, atque inutilitatem falsò criminari desinant: quòd si & adhuc id minimè velint, eos quæso in inscitia sua relinquamus: Aristotelemq́ue potius philosophorum coryphæum imitemur, cuius mechanici amoris ardorem acutissimæ illæ mechanicæ quæstiones posteris traditæ satis declarant: qua quidem laude Platonem magnificè superauit; qui (vt testatur Plutarcus) Architam, & Eudoxum mechanicæ vtilitatem impensius colentes ab instituto deterruit; quòd nobilissimam philosophorum possessionem in vulgus indicarent, ac publicarent; & velut arcana philosophiæ mysteria proderent. res sanè meo quidem iudicio prorsus vituperanda, nisi forte velimus tam nobilis disciplinæ contemplationem quidem ociosam laudare; fructum verò, & vsum, artisq; finem improbare. sed præ omnibus mathematicis vnus Archimedes ore laudandus est pleniore, quem voluit Deus in mechanicis velut ideam singularem

gularem

gularem eſſe, quam omnes earum ſtudioſi ad imitandum ſibi proponerent. is enim Cœleſtem globum exiguo admodum, fragiliq́ue vitreo orbe concluſum ita efinxit, ſimulatis aſtris viuum naturæ opus, ac iura poli motibus certis adeò præſeferentibus; vt æmula naturæ manus tale de ſe encomium ſit promerita: ſic manus naturam, vt natura manum ipſa immitata putetur. is poliſpaſtu manu leua, & ſola, quinquies millenum modiorum pondus attraxit. nauem in ſiccum litus eductam, ac grauius oneratam ſolus machinis ſuis ad ſe perindè pertraxit, ac ſi in mari remis, veliſvè impulſa moueretur, quam & poſtea in litore (quod omnes Siciliæ vires non potuerunt) in mare deduxit. ab iſto etiam ea extiterunt bellica tormenta, quibus Syracuſæ aduerſus Marcellum ita defenſæ ſunt, vt paſſim eorum machinator Briareus, & centimanus à Romanis appellaretur. demum hac arte confiſus eò proceſſit audaciæ, vt eam vocem naturæ legibus adeò repugnantem protulerit. Da mihi, vbi ſiſtam, terramq́ue mouebo. quod tamen non modò nos vecte tantùm fieri potuiſſe in præſenti libro docemus; verùm etiam, & omnis antiquitas (quod multis fortaſsè mirabile videbitur) id penitus credidiſſe mihi videtur; quæ Neptuno tridentem tanquam vectem attribuit; cuius ope terræ concuſſor vbique nuncupatur à poetis. ad quod etiam aſpiciens celeberrimus noſter poeta Neptunum inducit iſta machina ſyrtes, quò magis apparerent Troianis, ſubleuantem.

„ Leuat ipſe tridenti

„ & vaſtas aperit ſyrtes.

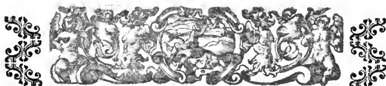
Mechanici præterea fuerunt Heron, Cteſibius, & Pappus, qui licet ad mechanicæ apicem, perinde atque Archimedes, euecti fortaſſe minimè ſint; mechanicam tamen facultatem egregiè percalluerunt; taleſque fuerunt, & præſertim Pappus, vt eum me ducem ſequentem nemo (vt opinor) culpauerit. quod & propterea libentius feci, quòd nè latum quidem vnguem ab Archimedeis principijs Pappus recedat. ego enim in hac præſertim facultate Archimedis veſtigijs hærere ſemper volui. & licet eius lucubrationes ad mechanicam pertinentes multis ab hinc annis paſſim ſoleant doctis deſiderari: eruditiſſimus tamen libellus de æqueponderantibus præ manibus hominum adhuc verſatur, in quò tanquam in copioſiſſima pœnu omnia ferè mechanica dogmata repoſita mihi videntur; quem ſanè libellum, ſi ætatis noſtræ mathematici ſibi magis familiarem adhibuiſſent; reperiſſent ſanè ſententias multas, quas modò ipſi firmas,

& ratas

& ratas esse docent; subtilissimè, atque verissimè conuulsas, & labefactatas. sed hoc viderint ipsi. ego enim ad Pappum redeo, qui ad vsum mathematicarum vberiorem, emulumentorumque accessiones amplificandas penitus conuersus, de quinque principibus machinis, Vecte nempè, Trochlea, Axe in peritrochio, Cuneo, & Cochlea, multa egregiè philosophatus est; demonstrauitque quicquid in machinis, aut cogitari peritè, aut acutè definiri, aut certò statui potest, id omne quinque illis infinita vi præditis machinis referendum esse. atque vtinam iniuria temporis nihil è tanti viri scriptis abrasisset: nec enim tam densa inscitiæ caligo vniuersum propè terrarum orbem obtexisset, neque tanta mechanicæ facultatis esset ignoratio consecuta, vt mathematicarum proceres existimarentur illi, qui modò ineptissima quadam distinctione, difficultates nonnullas, nec illas tamen satis arduas, & obscuras è medio tollunt. reperiuntur enim aliqui, nostraque ætate emunctæ naris mathematici, qui mechanicam, tùm mathematicè seorsum, tùm phisicè considerari posse affirmant; ac si aliquando, vel sine demonstrationibus geometricis, vel sine verò motu res mechanicæ considerari possint: qua sanè distinctione (vt leuius cum illis agam) nihil aliud mihi comminisci videntur, quàm vt dum se, tùm phisicos, tùm mathematicos proferant, vtraque (quod aiunt) sella excludantur. neque enim amplius mechanica, si à machinis abstrahatur, & seiungatur, mechanica potest appellari. Emicuit tamen inter istas tenebras (quamuis alij quoque nonnulli fuerint præclarissimi) Solis instar Federicus Commandinus, qui multis doctissimis elucubrationibus amissum mathematicarum patrimonium non modò restaurauit, verùm etiam auctiùs, & locupletiùs effecit. erat enim summus iste vir omnibus adeò facultatibus mathematicis ornatus, vt in eo Architas, Eudoxus, Heron, Euclides, Theon, Aristarcus, Diophantus, Theodosius, Ptolemæus Apollonius, Serenus, Pappus, quin & ipsemet Archimedes (siquidem ipsius in Archimedem scripta Archimedis olent lucernam) reuixisse viderentur. & ecce repentè è tenebris (vt confidimus) ac vinculis corporis in lucem, libertatemque productus mathematicas alienissimo tempore optimo, & præstantissimo patre orbatas, nos verò ita consternatos reliquit, vt eius desiderium vix longo sermone mitigare posse videamur. Ille tamen perpetuò in aliarum mathematicarum explicationem versans, mechanicam facultatem, aut penitus prætermisit, aut modicè attigit. Quapropter in hoc studium ardentiùs ego incumbere cæpi, nec me vnquam per omne mathematum genus vagantem ea solicitudo deseruit; et quid ex vno quoque decerpi, ac delibari possit; quo ad mechanicam expoliendam, & exornandam accommodatior esse possem. Nunc verò cùm mihi videar, non ea quidem omnia, quæ ad mechanicam pertinent, perfecisse; sed eò vsque tamen progressus, vt ijs, qui ex Pappo, ex Vitruuio, & ex alijs didicerint, quid sit Vectis, quid Trochlea, quid Axis in peritrochio, quid Cuneus, quid

Cochlea;

Cochlea; quomodoque vt pondera moueri possint, aptari debeant; adhuc tamen accidentia permulta, quæ inter potentiam, & pondus vectis virtute illis insunt instrumentis, perdiscere cupiunt, opis aliquid adferre possim; putaui tempus iam postulare, vt prodirem; & nauatæ in hoc genere operæ specimen aliquod darem. Verùm quò facilius totius operis substructio ad fastigium suum perduceretur, nonnulla quoque de libra fuerunt pertractanda, & præsertim dum vnico pondere alterum solum ipsius brachiū penitus deprimitur: qua in re mirum est quantas fecerint ruinas Iordanus (qui inter recentiores maximæ fuit auctoritatis) & alij; qui hanc rem sibi discutiendam proposuerunt. opus sanè arduum, & forsan viribus nostris impar aggreßi sumus; in eo tamen digni, vt nostros conatus, & industriam ad præclara tendentem bonorum omnium perpetuus applausus, approbatioque comitetur; quòd ad studium tàm illustre, tam magnificum, tam laudabile contulimus quicquid habuimus virium. quod sanè qualecunque sit, tibi celeberrime PRINCEPS *nuncupandum censuimus; cuius sanè consilij, atque instituti nostri rationes multas reddere in promptu est: & primùm hæreditaria tibi in familiam nostram promerita, quibus nos ita deuictos habes; vt facilè intelligamus ad fortunas non modò nostras, verùm & ad sanguinem, & vitam quoque pro tua dignitate propendendam paratißimos eße debere. Præterea illud non parui quoque ponderis accedit, quòd à pueritia literarum omnium, sed præcipuè mathematicarum desiderio ita fueris incensus, vt nisi illis adeptis vitam tibi acerbā, atque insuauem statueres. proinde in earum studio infixus primam ætatis partem in illis percipiendis exegisti, eamque sæpius verè principe dignam vocem protulisti, te propterea mathematicis præsertim delectari, quòd istæ maximè ex domestico illo, & vmbratili vitæ genere in Solem (quod dicitur) & puluerem prodire possint: cuius sanè rei tuum flagrantißimum ab ineunte ætate peritiæ militaris desiderium, exploratum indicium poterat eße, nisi nimis emendicatæ mentis esset ea proponere, quæ à te sperari possent; quando tu penitus adolescens, egregia multa facinora proficere maturasti. Tu enim cùm iam à Sanctiß. Pontifice Pio V. saluberrimæ Principem Christianorum coniunctionis fundamenta iacta essent, alacer admodum ad debellandos Christi hostes profectus, solidißimam, ac verißimam gloriam tibi comparasti. Tu quoties de summa rerum deliberatum est, eas sententias dixisti, quæ summam prudentiam cùm summa animi excelsitate coniunctam indicarent. ommittam interim pleraque alia illis temporibus egregiè, viriliterque à te gesta, ne tibi ipsi ea, quæ omnibus sunt manifesta, palàm facere videar: quæ cùm omnia magna, & præclara sint; multò tamen à te maiora, & præclara expectant adhuc homines. Vale interim præstantißimum orbis decus, & si quando aliquid otij nactus fueris has meas vigiliolas aspicere ne dedigneris.*



GVIDI VBALDI E MARCHIONIBVS MONTIS.

Mechanicorum Liber.



DEFINITIONES.



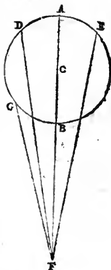
ENTRVM grauitatis vniuscuiusque corporis est punctum quoddam intra positum, à quo si graue appensum mente concipiatur, dum fertur, quiescit; & seruat eam, quam in principio habebat positionem: neque in ipsa latione circumuertitur.

Hanc centri grauitatis definitionem Pappus Alexandrinus in octauo Mathematicarum collectionum libro tradidit. Federicus verò Commandinus in libro de centro grauitatis solidorum idem centrum describendo ita explicauit.

Centrum grauitatis vniuscuiusque solidæ figuræ est punctum illud intra positum, circa quod vndique partes æqualium momentorum consistunt. si enim per tale centrum ducatur planum figuram quomodocunque secans semper in partes æqueponderantes ipsam diuidet.

Producatur A B vſq; ad mundi centrum, quod ſit F; deinde in circuli circumferentia quoduis accipiatur punctum G; connectanturque F G F D F E. Quoniam n. B F minima eſt omnium, quæ à puncto F ad circumferentiam A E B D ducuntur: erit B F ipſa F G minor. quare punctum B propius erit puncto F, quàm G. hacque ratione oſtendetur punctum B quouis alio puncto circumferentiæ circuli A E B D mundi centro propius eſſe. erit igitur punctum B circumferentiæ circuli A E B D infimus locus. Deinde quoniam A F per centrum ducta maior eſt ipſa G F; erit punctum A non ſolum ipſo G, verum etiam quouis alio puncto circumferentiæ circuli A E B D ſublimius. Præterea quoniam D F F E ſunt æquales; punta D E æqualiter mundi centro diſtabunt. & cum D F maior ſit F G; erit punctum D ipſi A propius puncto G ſublimius. quę omnia demonſtrare oportebat.

8. Tertij.

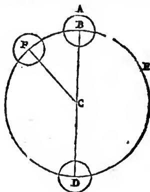


PROPOSITIO I.

Si Pondus in eius centro grauitatis à recta ſuſtineatur linea, nunquam manebit, niſi eadem linea horizonti fuerit perpendicularis.

Sit pondus A, cuius centrum grauitatis B, quod à linea C B ſuſtineatur. Dico pondus nunquam permanſurum, niſi C B horizonti perpendicularis exiſtat. ſit punctum C immobile, quod vt pondus ſuſtineatur, neceſſe eſt. & cum punctum C ſit immobile, ſi pondus A mouebitur, punctum B circuli circumferentiam deſcribet, cuius ſemidiameter erit C B. quare centro C, ſpatio vero B C, circulus deſcribatur B F D E. ſitque primum B C horizonti perpendicularis, quæ vſque ad D producatur; atque punctum C ſit infra punctum B. Quoniam enim pondus A

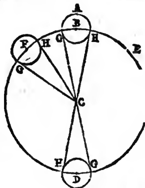
Supp. 3. huius.



ſecundum

ſecundum grauitatis centrum B deorſum mouetur; punctum B deorſum in centrum mundi, quò naturaliter tendit, per rectam lineam BD mouebitur: totum ergo pondus A eius centro grauitatis B ſuper rectam lineam BC graueſcet. cum autem pondus à linea CB ſuſtineatur, linea CB totum ſuſtinebit pondus A; ſuper quam deorſum moueri non poteſt, cum ab ipſa prohibeatur: per difinitionem igitur centri grauitatis punctum B, pondusq; A in hoc ſitu manebunt. & quamquam B quocunque alio punto circuli ſit ſublimius, ab hoc tamen ſitu deorſum per circuli circumferentiam nequaquam mouebitur. non enim verſus F magis, quàm verſus E inclinabitur, cum ex vtraque parte æqualis ſit deſcenſus; neque pondus A in vnam magis, quàm in alteram partem propenſionem habeat: quod non accidit in quouis alio puncto circumferentiæ circuli (præter D) ſit ponderis eiuſdem centrum grauitatis, vt in F; cum ex puncto F verſus D ſit deſcenſus, at verò verſus B aſcenſus. quare punctum F deorſum mouebitur. & quoniam per rectam lineam in centrum mundi moueri non poteſt, cum à puncto C immobili propter lineam CF prohibeatur; deorſum tamen ſicuti eius natura poſtulat ſemper mouebitur. & cum infimus locus ſit D, per circumferentiam FD mouebitur, donec in D perueniat, in quo ſitu manebit. pondusque immobile exiſtet. tum quia deorſum amplius moueri non poteſt, cum ex puncto C ſit appenſum; tum etiam, quia in eius centro grauitatis ſuſtinetur. Quando autem F erit in D, erit quoque linea FC in DC, ſimulque horizonti perpendicularis. pondus ergo nunquam manebit, donec linea CF horizonti perpendicularis non exiſtat. quod oſtendere oportebat.

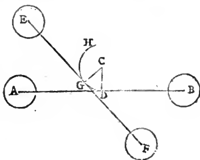
Ex hoc elici poteſt, pondus quocunque modo in dato puncto ſuſtineatur, nunquam manere; niſi quando a centro grauitatis ponderis ad id punctum ducta linea horizonti ſit perpendicularis.



Vt ijſdem poſitis, ſuſtineatur pondus à lineis CG CH. Dico ſi ducta BC horizonti ſit perpendicularis, pondus A manere. ſi verò ducta CF non ſit horizonti perpendicularis, punctũ F deorſum vſque ad D moueri; in quo ſitu pondus manebit, ductaque CD horizonti perpẽdicularis exiſtet. quæ omnia eadem ratione oſtendentur.

PROPOSITIO II.

Libra horizonti æquidistans, cuius centrum sit supra libram, æqualia in extremitatibus, æqualiterque; à perpendiculo distantia habens pondera, si ab eiusmodi moueatur situ, in eundem rursus relicta, redibit, ibique manebit.



Sit libra AB recta linea horizonti æquidistans, cuius centrum C sit supra libram; sitque CD perpendiculum, quod horizonti perpendiculare erit: atq; distantia DA sit distantiæ DB æqualis, sintque in AB pondera æqualia, quorum grauitatis centra sint in AB punctis. Moueatur AB libra ab hoc situ, putà in EF, deinde relinquatur. dico libram FF in AB horizonti æquidistantem redire, ibique manere. Quoniam autem punctum C est immobile, dum libra mouetur, punctum D circuli circumferentiam describet, cuius semidiameter erit CD. quare centro C, spatio vero CD, circulus describatur DGH. Quoniam enim CD ipsi libræ semper est perpendicularis, dum libra erit in EF, linea CD erit in CG, ita vt CG sit ipsi EF perpendicularis. Cùm autem AB bifariam à puncto D diuidatur, & pondera in AB sint æqualia; erit magnitudinis ex ipsis AB compositæ centrum grauitatis in medio, hoc est in D. & quando libra vnà cum ponderibus erit in EF; erit magnitudinis ex vtrisque EF compositæ centrum grauitatis G. & quoniam CG horizonti non est perpendicularis, magnitudo ex ponderibus EF composita in hoc situ minimè persistet, sed deorsum secundùm eius centrum grauitatis G per circumferentiam GD mouebitur, donec CG horizonti fiat perpendicularis, scilicet donec CG in CD redeat. Quando autem CG erit in CD, linea EF, cùm ipsi CG semper ad rectos sit angulos, erit in AB, in quo situ quoque manebit. libra ergo EF in AB horizonti æquidistantem redibit, ibique manebit. quod demonstrare oportebat.

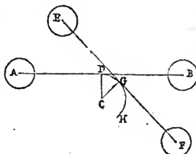
(Margin: 4 primi Archime dis de æquepōderantibus. 1. Huius.)

(Margin: 1. Huius.)

PRO-

PROPOSITIO. III.

Libra horizonti æquidiſtans æqualia in extremitatibus, æqualiterq; à perpendiculo diſtantia habens pondera, centro infernè collocato, in hoc ſitu manebit. ſi verò inde moueatur, deorſum relicta, ſecundùm partem decliuiorem mouebitur.

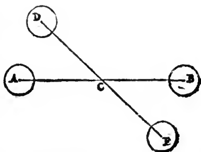


Sit libra A B recta linea horizonti æquidiſtans, cuius centrum C ſit infra libram; perpendiculumque ſit C D, quod horizonti perpendiculare erit; & diſtantia A D ſit diſtantiæ D B æqualis; ſintq; in A B pondera æqualia, quorum grauitatis centra ſint in punctis A B. Dico primùm libram A B in hoc ſitu manere. Quoniam enim A B bifariam diuiditur à puncto D, & pondera in A B ſunt æqualia; erit punctum D centruui grauitatis magnitudinis ex vtriſque A B ponderibus compoſitæ. & C D libram ſuſtinens horizonti eſt perpendicularis, libra ergo A B in hoc ſitu manebit. moueatur autem libra A B ab hoc ſitu, putà in E F, deinde relinquatur. dico libram E F ex parte F moueri. Quoniam igitur C D ipſi libræ ſemper eſt perpendicularis, dum libra erit in E F, erit C D in C G ipſi E F perpendicularis. & punctum G magnitudinis ex E F compoſitæ centrum grauitatis erit; quod dum mouetur, circuli circumferentiam deſcribet D G H, cuius ſemidiameter C D, & centrum C. Quoniam autem C G horizonti non eſt perpendicularis, magnitudo ex E F ponderibus compoſita in hoc ſitu minimè manebit; ſed ſecundùm eius grauitatis centrum G deorſum per circumferentiam G H mouebitur. libra ergo E F ex parte F deorſum mouebitur. quod demonſtrare oportebat.

PRO-

PROPOSITIO IIII.

Libra horizonti æquidistans æqualia in extremitatibus, æqualiterq; à centro in ipsa libra collocato, distantia habens pondera, siue inde moueatur, siue minus; vbicunq; relicta, manebit.



Sit libra recta linea A B horizonti æquidistans, cuius centrum C in eadem sit linea A B; distantia verò C A sit distantiæ C B æqualis, sintq; pondera in A B æqualia, quorum centra grauitatis sint in punctis A B. Moueatur libra, vt in D E, ibiquè relinquatur. Dico primùm libram D E non moueri, in eoque situ manere. Quoniã enim pondera A B sunt ęqualia; erit magnitudinis ex vtroque pondere, videlicet A, & B compositæ centrum grauitatis C. quare idem punctum C, & centrum libræ, & centrum grauitatis totius ponderis erit. Quoniam autem centrum librę C, dum libra A B vnà cum ponderibus in D E mouetur, immobile remanet, centrum quoque grauitatis, quod est idem C, non mouebitur. nec igitur libra D E mouebitur, per difinitionem centri grauitatis, cum in ipso suspendatur. Idipsum quoque cõtingit libra in A B horizonti æquidistante, vel in quocunque alio situ existente. Manebit ergo libra, vbi relinquetur. quod demonstrare oportebat.

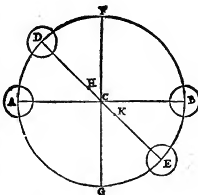
Cum verò in ijs, quæ dicta sunt, grauitatis tantùm magnitudinum, quæ in extremitatibus libræ positæ sunt æquales, absque libræ grauitate considerauerimus; quoniam tamen adhuc libræ brachia sunt æqualia, idcirco idem libræ, eius grauitate cõsiderata, vnà cum ponderibus, vel sine ponderibus eueniet. idem enim centrum grauitatis sine ponderibus libræ tantùm grauitatis centrum erit. Similiter si pondera in libræ extremitatibus appendantur, vt fieri solet, idem eueniet; dummodo ex suspensionum punctis ad centra grauitatum ponderum ductæ lineæ (quocunque modo moueatur libra) si protrahantur, in centrum mundi concurrant. vbi enim pondera hoc modo sunt appensa, ibi grauescunt, ac si in ijsdem punctis centra grauitatum haberent. præterea, quæ sequuntur, eodem prorsus modo considerare poterimus.

Quoniam

Quoniam autem huic determinationi vltimæ multa à nonnullis aliter sentientibus dicta officere videntur; idcirco in hac parte aliquantulum immorari oportebit; & pro viribus, non solum propriam sententiam, sed Archimedem ipsum, qui in hac eadem esse sententia videtur, defendere conabor.

Iordanus de Ponderibus. Hyeronimus Cardanus de subtilitate. Nicolaus Tartalea de quæsitis, ac inuentionibus.

Iisdem positis, ducatur F C G ipsi A B, & horizonti perpendicularis; & centro C, spatioquè C A, circulus describatur A D F B E G. erunt puncta A D B E in circuli circumferentia; cum libræ brachia sint æqualia. & quoniam in vnam conueniunt sententiam, asserentes scilicet libram D E neque in F G moueri, neque in D E manere, sed in A B horizonti æquidistantem redire. hanc eorum sententiam nullo modo consistere posse ostendam. Non enim, sed si quod aiunt, euenerit, vel ideo erit, quia pondus D pondere E grauius fuerit, vel si pondera sunt æqualia, distantiæ, quibus sunt posita, non erunt æquales, hoc est C D ipsi C E non erit æqualis, sed maior. Quòd autem pondera in D E sint æqualia, & distantia C D sit æqualis distantiæ C E: hæc ex suppositione patent. Sed quoniam dicunt pondus in D in eo situ pondere in E grauius esse in altero situ deorsum: dum pondera sunt in D E, punctum C non erit amplius centrum grauitatis, nam non manent, si ex C suspendantur; sed erit in linea C D, ex tertia primi Archimedis de æqueponderantibus, non autem erit in linea C E, cum pondus D grauius sit pondere E. sit igitur in H, in quo si suspendantur, manebunt. Quoniam autem centrum grauitatis ponderum in A B connexorum est punctum C; ponderum verò in D E est punctum H: dum igitur pondera A B mouentur in D E, centrum grauitatis C versus D mouebitur, & ad D propius accedet; quod est impossibile: cum pondera eandem inter se se seruent distantiam. Vniuscuiusque enim corporis centrum grauitatis in eodem semper est situ respectu sui corporis. & quamquam punctum C sit duorum corporum A B centrum grauitatis, quia tamen inter se se ita à libra



conneza sunt vt semper eodem modo se se habeant; Ideo punctum C ita eorum erit centrum grauitatis, ac si vna tantum esset magnitudo. libra enim vna cum ponderibus vnum tantum continuum efficit, cuius centrum grauitatis erit semper in medio. non igitur pondus in D pondere in E est grauius. Si autem dicerent centrum grauitatis non in linea CD, sed in CE esse debere; idem eueniet absurdum.

Ex 4. primi. Archi. de Aequep.

Amplius si pondus D deorsum mouebitur, pondus E sursum mo„uebit. pondus igitur grauius, quàm sit E, in eodemmet situ ponde„ri D æqueponderabit, & grauia inæqualia æquali distantia posita æ„queponderabunt. Adijciatur ergo ponderi E aliquod graue, ita vt ipsi D contraponderet, si ex C suspendantur. sed cum supra ostensum sit punctum C centrum esse grauitatis æqualium ponderum in DE, si igitur pondus E grauius fuerit pondere D, erit centrum grauitatis in linea CE. sitque hoc centrum K. at per definitionem centri grauitatis, si pondera suspendantur ex K, manebunt. ergo si suspendantur ex C, non manebunt, quod est cõtra hypotesim: sed pondus E deorsum mouebitur. quòd si ex C quoque suspensa æqueponderarent; vnius magnitudinis duo essent centra grauitatis; quod est impossibile. Non igitur pondus in E grauius eo, quod est in D, ipsi D æqueponderabit, cum ex puncto C fiat suspensio. Pondera ergo in DE æqualia ex eorum grauitatis centro C suspensa, æqueponderabunt, manebuntquè. quod demonstrare fuerat propositum.

Ex 3. primi. Archi. de Aequep.

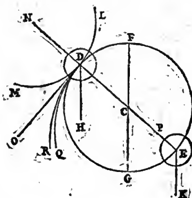
1. Suppo. huius.

Huic autem postremo inconuenienti occurrunt dicentes, impossibile esse addere ipsi E pondus adeo minimum, quin adhuc si ex C suspendantur, pondus E semper deorsum versus G moueatur. quod nos fieri posse supposuimus, atque fieri posse credebamus. excessũ enim ponderis D supra pondus E, cum quantitatis rationem habeat, non solum minimum esse, verum in infinitum diuidi posse immaginabamur, quod quidem ipsi, non solum minimum, sed ne minimũ quidem esse, cum reperiri non possit, hoc modo demonstrare nituntur.

Tartalea 6. propos. octaui libri.

Exponan-

Exponantur eadem. à punctisquè D E horizonti perpendiculares ducãtur D H E K, atque alius sit circulus LDM, cuius centrum N, qui F D G in punto D contingat ipsiq; FDG sit æqualis: erit NC recta linea. & quoniam angulus K E C angolo H D N est æqualis, angulusque C E G angulo N D M est etiam æqualis; cum à semi-



Ex 12. tertij.

29. Primi

diametris, æqualibusque circumferentijs contineatur; erit reliquus mixtusquè angulus K E G reliquo mixtoquè H D M æqualis. & & quia supponunt, quò minor est angulus linea horizonti perpendiculari, & circumferentia contentus, eò pondus in eo situ grauius esse. vt quò minor est angulus H D, & circumferentia D G contentus angulo H E G, hoc est angulo H D M; ita secundum hanc proportionem pondus in D grauius esse pondere in E. Proportio autem anguli M D H ad angulum H D G minor est qualibet proportione, quæ sit inter maiorem, & minorem quantitatem: ergo proportio ponderum D E omnium proportionum minima erit. immo neque erit fere proportio, cum sit omnium proportionum minima. quòd autem proportio M D H ad H D G sit omnium minima, ex hac necessitate ostendunt; quia M D H excedit H D G angulo curuilineo M D G, qui quidem angulus omnium angulorum rectilineorum minimus existit: ergo cum non possit dari angulus minor M D G, erit proportio M D H ad H D G omnium proportionum minima. quæ ratio inutilis valde videtur esse; quia quamquam angulus M D G sit omnibus rectilineis angulis minor, non idcirco sequitur, absolutè, simpliciterque omnium esse angulorũ minimum: nam ducatur à puncto D linea D O ipsi N C perpendicularis, hæc vtrasq; tanget circumferentias L D M F D G in pũcto D. quia verò circumferentiæ sunt æquales, erit angulus M D O mixtus angulo O D G mixto æqualis; alter ergo angulus, vt O D G minor erit M D G, hoc est minor minimo. angulus deinde O D H minor erit angulo M D H: quare O D H ad angulum H D G minorem habebit proportionem, quàm M D H ad eundem H D G. dabitur ergo quoque pro- Ex 18. tertij. 8. Quinti.

portio minor minima, quam in infinitum adhuc minorem ita ostendemus. Describatur circulus D R, cuius centrum E, & semidiameter E D. contingent circumferentia D R circumferentiam D G in puncto D, lineamquè D O in puncto D; quare minor erit angulus R D G angulo O D G. similiter & angulus R D H angulo O D H. minorem igitur proportionem habebit R D H ad H D G, quàm O D H ad H D G. Accipiatur deinde inter E C vtcunque punctum P, ex quo in distantia P D alia describatur circumferentia D Q, quæ circumferentiam D R, circumferentiamque D G in puncto D continget; & angulus Q D H minor erit angulo R D H: ergo Q D H ad H D G minorem habebit proportionem, quàm R D H ad H D G. eodemquè prorsus modo, si inter P C aliud accipiatur punctum, & inter hoc & C aliud, & sic deinceps, infinitæ describentur circumferentię inter D O, & circumferentiam D G; ex quibus proportionem in infinitum semper minorem inueniemus. atque ideo proportionem pōderis in D ad pondus in E non adeo minorem esse sequitur, quin ad infinitum ipsa semper minorem reperiri possit. & quia angulus M D G in infinitum diuidi potest; excessus quoque grauitatis D supra E diuidi ad infinitum poterit.

Ex 11. tertij.
Ex 18. tertij.

Sed neq; prætereundum est, ipsos in demonstratione angulum K E G maiorem esse angulo H D G, tanquam notum accepisse. quod est quidem verum, si D H E K inter se se sint æquidistantes. Quoniam autem (vt ipsi quoque supponunt) lineæ D H E K in centrum mundi conueniunt; lineæ D H E K æquidistantes nunquam erunt, & angulus K E G angulo H D G non solum maior erit, sed minor. vt exempli gratia, producatur F G vsque ad centrum mundi, quod sit S; connectanturque D S E S. ostendendum est angulum S E G minorem esse angulo S D G. ducatur à puncto E linea E T circulum D G E F contingens,

ab eodemque puncto ipsi D S æquidistans ducatur E V. Quoniam igitur E V D S inter se se sunt æquidistantes, similiter E T D O æquidistantes: erit angulus V E T angulo S D O æqualis. & angulus T E G angulo O D M est æqualis; cum à lineis contingentibus, circumferentijsquè æqualibus contineatur, totus ergo angulus V E G angulo S D M æqualis erit. Auferatur ab angulo S D M angulus curuilineus M D G; ab angulo autem V E G angulus auferatur V E S; & angulus V E S rectilineus maior est curuilineo M D G; erit reliquus angulus S E G minor angulo S D G. Quare ex ipsorum suppositionibus non solum pondus in D grauius erit pondere in E; verùm è conuerso, pondus in E ipso D grauius existet.

Rationes tamen afferũt quibus demonstrare nituntur, libram D E in A B horizonti æquidistantem ex necessitate redire. Primùm quidem ostendunt, idem pondus grauius esse in A, quàm in alio situ, quem ęqualitatis situm nominant, cum linea A B sit horizonti ęquidistans. deinde quò propius est ipsi A, quouis alio remotiori grauius esse. Vt pondus in A grauius esse, quàm in D; & in D, quàm in L. similiter in A grauius, quàm in N, & in N grauius quàm in M. Vnum tantùm considerando pondus in altero libræ brachio sursum, deorsumque moto. Quia (inquiũnt) posita trutina in C F, pondus in A longius est à trutina, quàm in D: & in D longius, quàm in L. ductis enim D O L P ipsi C F perpendicularibus, linea A C maior est, quàm D O, & D O ipsa L P. quod idem euenit in punctis N M. deinde ex quo loco (aiunt) pondus velocius moueatur, ibi grauius est; velocius autem ex A, quàm ab alio situ mouetur; ergo

Cardan. 1. de subtilitate.

Ex 15. tertij.

Cardan.

ergo in A grauius est. simili modo, quò propius est ipsi A, velocius quoque mouetur; ergo in D grauius erit, quàm in L. Altera deinde causa, quã ex rectiori, & obliquiori motu deducunt, est; quò pondus in arcubus æqualib. rectius descendit, grauius esse videtur; cum pondus liberum, atque solutum suaptè natura rectè moueatur; sed in A rectius descendit; ergo in A grauius erit. hocque ostendunt accipiendo arcum A N arcui L D æqualem; à punctisque N L lineæ F G (quam etiam directionis vocant) æquidistantes ducantur N R L Q, quæ lineas A B D O secent in Q R; & à puncto N ipsi F G perpendicularis ducatur N T. rectèque demõstrant L Q ipsi P O æqualem esse, & N R ipsi C T; lineamque N R ipsa L Q maiorem esse. Quoniam autem descensus ponderis ex A vsque ad N per circumferentiam A N maiorem portionem lineæ F G pertransit (quod ipsi vocant capere de directo) quàm descensus ex L in D per circumferentiam L D; cùm descensus A N lineam C T pertranseat, descensus verò L D lineam P O; & C T maior est P O; rectior erit descensus A N, quàm descensus L D. grauius ergo erit pondus in A, quàm in L, & in quouis alio situ. eodemque prorsus modo ostendunt, quò propius est ipsi A, grauius esse. Vt sint circumferentiæ L D D A inter se se æquales, & à puncto D ipsi A B perpendicularis ducatur D R; erit D R ipsi C O æqualis. lineam deinde D R ipsa L Q maiorem esse demonstrant. dicuntque descensum D A magis capere de directo descensu L D, maior enim est linea C O, quàm O P: quare pondus grauius erit in D, quàm in L. quod ipsum euenit in punctis N M. Suppositionem itaque, qua libram D E in A B redire demonstrant, vt notam, manifestamque proferunt. Nempè Secundùm situm pondus grauius esse. quanto in eodem situ minus obliquus est descensus. huiusque reditus causam eam esse dicunt; Quoniam scilicet descensus ponderis in D rectior est descensu ponderis in E, cùm minus capiat de directo pondus in E descendendo, quàm pondus in D similiter descendendo. Vt si arcus E V sit ipsi D A æqualis, ducanturq; V H E T ipsi F G perpendiculares; maior erit D R, quàm T H. quare per suppositionem pondus in D ratione situs grauius erit ponderè in E. pondus ergo in D, cùm sit grauius, deorsum mouebitur; pondus verò in E sursum, donec libra D E in A B redeat.

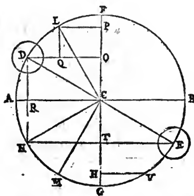
Cardan. Iordanus propos. 4. Tartalea propos. 5.

34. primi

Iordanus suppositione 4. Iordanus propos. 4. Tartalea propos. 5.

Altera huius quoque reditus ratio est, cùm trutina supra libram est in CF; linea CG est meta. & quoniam angulus GCD maior est angulo GCE, & maior à meta angulus grauius erit pondus; trutina igitur superius existente, grauius erit pondus in D, quàm in E. idcirco D in A, & E in B redibit. Cardan.

His itaque rationibus conantur ostendere libram DE in AB redire, quæ meo quidem iuditio facile possunt.

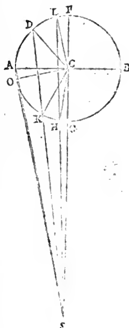


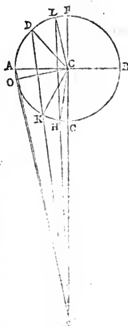
Primùm itaque quantum attinet ad rationes pondus in A grauius esse, quàm in alio situ ostendentes, quas ex longiori, & propinquiori distantia à linea FG, & ex velociori, & rectiori motu à puncto A deducunt; primùm quidem non demonstrãt, cur pondus ex A velocius moueatur, quàm ex alio situ. nec quia CA est DO maior, & DO ipsa LP, propterea sequitur tanquam ex vera causa, pondus in A grauius esse, quàm in D, & in D, quàm in L. neque enim intellectus quiescit, nisi alia huius ostendatur causa, cùm potius signum, quàm vera causa esse videatur. id ipsum quoque alteri rationi contingit, quam ex rectiori & obliquiori motu deducunt. Præterea quęcunque ex velociori, & rectiori motu persuadent pondus in A grauius esse, quàm in D; non ideo demonstrat pondus in A, quatenus est in A, grauius esse pondere in D, quatenus est in D, sed quatenus à punctis DA recedit. Idcirco antequam vlterius progrediar, ostendam primùm pondus, quò propius est ipsis FG, minus grauitare; tum quatenus in eo situ, in quo reperitur, manet: tum quatenus ab eo recedit. simulque falsum esse, pōdus in A grauius esse, quàm in alio situ.

Producatur

Producatur F G vsque ad mundi centrum, quod sit S. & à puncto S circulum A F B G contingens ducatur. neque enim linea à puncto S circulum contingere potest in A; nam ducta A S triangulum A C S duos haberet angulos rectos, nempè S A C A C S, quod est impossibile. neque supra punctum A in circumferentia A F continget; circulum enim secaret. tanget igitur infra, sitque S O. connectatur deinde S D S L, quæ circumferentiam A O G in punctis K H secent. & C K C H coniungantur. Et quoniam pondus, quanto propius est ipsi F, magis quoque innititur centro; vt pondus in D magis versionis puncto C innititur tanquam centro; hoc est in D magis supra lineam C D grauitat, quàm si esset in A supra lineam C A; & adhuc magis in L supra lineam C L; Nam cùm tres anguli cuiuscunq; trianguli duobus rectis sint æquales, & trianguli D C K æquicruris angulus D C K minor sit angulo L C H æquicruris trianguli L C H. erunt reliqui ad basim scilicet C D K C K D simul sumpti reliquis C L H C H L maiores. & horum dimidij; hoc est angulus C D S angulo C L S maior erit. cùm itaque C L S sit minor, linea C L magis adhærebit motui naturali ponderis in L prorsus soluti, hoc est lineæ L S, quàm C D motui D S. pondus enim in L liberum, atque solutum in centrum mundi per L S moueretur, pondusq; in D per D S. quoniam verò pondus in L totum super L S grauitat, in D verò super D S: pondus in L magis supra lineam C L grauitabit, quàm existens in D supra lineam D C. ergo linea C L pondus magis sustentabit, quàm linea C D. Eodemquè modo, quò pondus propius fuerit ipsi F, magis ob hanc causam à linea C L sustineri ostendetur. semper enim angulus C L S minor esset. quod etiam patet, quia si lineæ C L, & L S in vnam coinciderent lineam, quod euenit in F C S; tunc linea C F totum sustineret pondus in F, immobilemque redderet: neque vllam prorsus grauitatem in circumferentia circuli haberet. Idem ergo pondus propter situum diuersitatem grauius, leuiusque erit. non autem quia ratione situs interdum maiorem

18. tertij.





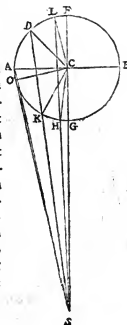
iorem re vera acquirat grauitatem, interdũ verò ammittat, cùm eiusdem sit semper grauitatis, vbicunque reperiatur; sed quia magis minusuè in circumferentia grauitat, vt in D magis supra circumferentiam D A grauitat, quàm in L supra circumferentiam L D. hoc est, si pondus à circumferentijs, rectisque lineis sustineatur; circumferentia A D magis sustinebit pondus in D, quàm circumferentia D L pondere existente in L. minus enim coadiuuat C D, quam C L. Præterea quando pondus est in L, si esset omnino liberum, penitusque solutum deorsum per L S moueretur; nisi à linea CL prohiberetur, quæ pondus in L vltra lineam L S per circumferentiam L D moueri cogit; ipsumque quodammodo impellit, impellendoque pondus partim sustentabit. nisi enim sustineret, ipsique reniteretur, deorsum per lineam L S moueretur, non autem per circũferentiam L D. similiter C D ponderi in D renititur. cùm illud per circumferentiam D A moueri cogat. eodemque modo existente pondere in A, linea C A pondus vltra lineam A S per circumferentiam A O moueri compellet. est enim angulus C A S acutus; cùm angulus A C S sit rectus. lineæ igitur C A C D aliqua ex parte, non tamen ex æquo ponderi renituntur. & quotiescunque angulus in circumferentia circuli à lineis à centro mundi S, & centro C prodeuntibus, fuerit acutus; idem euenire similiter ostẽdemus. Quoniam autem mixtus angulus C L D æqualis est angulo C D A, cùm à semidiametris, eademque circumferentia contineantur; & angulus C L S angulo C D S est minor; erit reliquus S L D reliquo S D A maior. quare circumferentia D A, hoc est descensus ponderis in D propior erit motui naturali ponderis in D soluti, lineæ scilicet D S, quàm circumferentia L D lineæ L S. minus igitur linea C D ponderi in D renititur, quàm linea C L ponderi in L. linea ideo C D minus sustinet, quàm C L; pondusque magis liberum erit in D, quàm in L, cum pondus naturaliter magis per D A moueatur, quàm per L

C D. quare

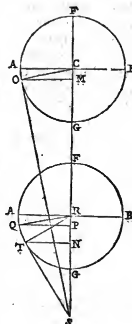
D. quare grauius erit in D, quam in L. similiter ostendemus C A minus sustinere, quam C D: pondusque magis in A, quam in D liberum grauiusque esse. Ex parte deinde inferiori ob easdem causas. quò pondus propius fuerit ipsi G, magis detinebitur, vt in H magis à linea C H, quàm in K à linea C K. nam cùm angulus C H S
21. primi maior sit angulo C K S, ad rectitudinem magis appropinquabunt sese lineæ C H H S, quàm C K K S; atque ob id pondus magis detinebitur a C H, quam a C K. si enim C H H S in vnam cõuenirent lineam, vt euenit pondere existente in G; tunc linea C G totum sustineret pondus in G, ita vt immobilis persisteret. quò igitur minor erit angulus linea C H, & descensu ponderis soluti, scilicet H S contentus, eo minus quoque eiusmodi linea pondus detinebit. & vbi minus detinebitur, ibi magis liberum, grauiusque existet. Præterea si pondus in K liberum esset, atque solutum, per lineam K S moueretur; a linea verò C K prohibetur, quæ cogit pondus citra lineam K S per circumferentiam K H moueri. ipsum enim quodammodo retrahit, retrahendoque sustinet. nisi enim sustineret, pondus deorsum per rectam K S moueretur, non autem per circumferentiam K H. similiter C H pondus retinet, cùm per circumferentiam H G moueri compellat. Quoniam autem angulus C H S maior est angulo C K S, demptis æqualibus angulis C H G C K H; erit reliquus S H G reliquo S K H maior. circumferentia igitur K H, hoc est descensus ponderis in K, propior erit motui naturali ponderis in K soluti, hoc est lineæ K S, quam circumferentia H G lineæ H S. minus idcirco detinet linea C K, quam C H: cùm pondus naturaliter magis moueatur per K H, quam per H G, simili ratione ostendetur, quò minor erit angulus S K H, lineam C K minus sustinere. existente igitur pondere in O, quia angulus S O C non solum minor est angulo C K S, verùm etiam omnium angulorum a punctis C S prodeuntium, verticemque in circumferentia O K G habentium minimus; erit angulus S O K, & angulo S K H, & eiusmodi omnium minimus. ergo descensus ponderis in O propior erit motui naturali ipsius in O soluti, quam in alio situ circumferentiæ O K G. lineaque C O minus pondus sustinebit, quam si pondus in quouis alio fuerit situ eiusdem circumferentiæ O G, similiter quoniã contingentię angulus S O K, & angulo S D A, & S A O, ac quibuscunque similibus est minor: erit descensus ponderis in O motui

naturali

naturali ipsius ponderis in O soluti propior, quàm in alio situ circumferentiæ O D F. Præterea quoniam linea C O pondus in O dum deorsùm mouetur, impellere nō potest, ita vt vltra lineam O S moueatur, cùm linea O S circulum non secet, sed contingat; angulusque S O C sit rectus, & non acutus; pondus in O nihil supra lineam C O grauitabit neque centro innitetur. quemadmodum in quouis alio puncto supra O. accideret. erit igitur pondus in O magis ob has causas liberum, atque solutum in hoc situ, quàm in quouis alio circumferentiæ F O G. ac idcirco in hoc grauius erit, hoc est magis grauitabit, quàm in alio situ. & quò propius fuerit ipsi O remotiori grauius erit. lineaque C O horizonti æquidistans erit. non tamen puncti C horizonti (vt ipsi existimant) sed ponderis in O constituti, cùm ex centro grauitatis pōderis summendus sit horizon. quę omnia demonstrare oportebat.



Si verò idem circulus A F B G, cuius centrum sit R, propius fuerit mundi centro S; circulumquè à puncto S ducatur contingens S T; punctum T (vbi grauius est pondus) magis à puncto A distabit, quàm punctum O. ducantur enim à punctis O T ipsi C S perpendiculares O M T N; connectanturque R T; sitque centrum R in linea C S; lineaque A R B ipsi A C B æquidistans. Quoniam igitur triangula C O S R T S sunt rectangula, erit S C ad C O, vt C O ad C M. similiter S R ad R T, vt R T ad R N. cùm itaque sit R T ipsi C O æqualis, & S C ipsa S R maior: maiorem habebit proportionem S C ad C O, quàm S R ad R T. quare maiorem quoque proportionem habebit C O ad C M, quàm R T ad R N. minor ergo erit C M, quàm R N. secetur igitur R N in P, ita vt R P sit ipsi C M æqualis, & à puncto P ipsis M O N T æquidistans ducatur P Q, quæ circumferentiam A T secet in Q: denique connectatur R Q. quoniam enim duæ C O C M duabus R Q R P sunt æquales, & angulus C M O angulo R P Q est æqualis, erit & angulus C M O angulo R P Q est æqualis, erit & angulus M C O angulo P R A æqualis: angulus autem M C A rectus recto P R A est æqualis; ergo reliquus O C A reliquo Q R A æqualis, & circumferentia O A circumferentiæ Q A æqualis quoque erit. punctum idcirco T, quia magis à puncto A distat, quàm Q; magis quoque à puncto A distabit, quàm punctum O. similiter ostendetur, quò propius fuerit circulus mundi centro, eundem magis distare. atque ita vt prius demonstrabitur pondus in circumferentia T A F centro R inniti, in circumferentia verò T G à linea detineri; atque in puncto T grauius esse.



Cor. 8. sexti.

Ex 8. quinti.

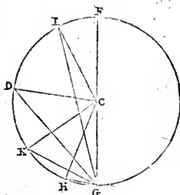
Ex 10. quinti.

7. Sexti.

26. tertij.

Si autem

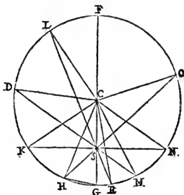
Si autem punctum G esset in centro mundi; tunc quò pondus propius fuerit ipsi G. grauius erit:& vbicunque ponatur pondus, præterquàm in ipso G, semper centro C innitetur.vt in K. nã ducta G K, efficiet hæc(secundùm quam fit ponderis naturalis motus)vnà cum libræ brachio K C angulum acutum. æquicruris enim trianguli C K G ad basim anguli ad K, & G sunt semper acuti. Conferantur autem inuicẽ hæc duo,pondus videlicet in K,



& pondus in D: erit pondus in K grauius,quàm in D. nam iuncta D G, cùm tres anguli cuiuscunque trianguli duobus sint rectis æquales,& trianguli C D G æquicruris angulus D C G maior sit angulo K C G æquicruris trianguli C K G: erunt reliqui ad basim anguli D G C G D C simul sumpti reliquis K G C G K C simul sumptis minores. horumque dimidij; angulus scilicet C D G angulo C K G minor erit.quare cùm pondus in K solutum naturaliter per K G moueatur,pondusque in D per D G, tanquam per spatia,quibus in centrum mundi feruntur; linea C D, hoc est libræ brachium magis adhærebit motui naturali ponderis in D prorsus soluti,lineæ scilicet D G; quàm C K motui secundùm K G effecto.magis igitur sustinebit linea C D, quàm C K. ac propterea pondus in K ex superius dictis grauius erit, quàm in D. Præterea quoniam pondus in K si esset omnio liberum, prorsusque solutum, deorsum per KG moueretur;nisi à linea CK prohiberetur,quæ põdus vltra lineam K G per circumferentiam K H moueri cogit; linea C K pondus partim sustinebit,ipsique renitetur:cùm illud per circumferentiam K H moueri compellat.& quoniam angulus C D G minor est angulo C K G, & angulus C D K angulo C K H est æqualis;erit reliquus G D K reliquo G K H maior. circumferentia igitur K H motui naturali ponderis in K soluti,lineæ scilicet K G propior erit,quàm circumferentia D K lineæ D G. quare linea C D ponderi in D magis renititur, quàm linea C K ipsi ponderi in K. ergo pondus in K grauius erit,quàm in D. Similiter ostendetur pondus, quò fuerit ipsi F propius,vt in L, minus grauitate: propius verò ipsi G,vt in H,grauius esse.

Si verò

Si verò centrum mundi S esset inter puncta CG; primùm quidem similiter ostendetur pondus vbicunque positum centro C initi, vt in H. ductis enim HG HS, angulus ad basim GHC æquicruris trianguli CHG est semper acutus: quare & SHC ipso minor erit quoque semper acutus. ducatur autem a puncto S ipsi CS perpendicularis SK. dico pondus grauius esse in K,

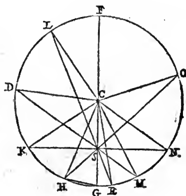


quàm in alio situ circumferentiæ FKG. & quò propius fuerit ipsi F, vel G, minus grauitare. Accipiantur versus F puncta DL, connectanturque LC LS DC DS, producanturque LS DS KS HS vsque ad circuli circumferentiam in EM NO; connectanturq; CE CM CN CO. Quoniam enim LE DM se inuicem secant in S; erit rectangulum LSE rectangulo DSM æquale. quare vt LS ad DS ita erit SM ad SE. maior autem est LS, quàm DS; & SM ipsa SE. ergo LS SE simul sumptæ ipsis DS SM maiores erunt. eademque ratione KN minorem esse DM ostendetur. rursus quoniam rectangulum OSH æquale est rectangulo KSN; ob eandem causam HO maior erit KN. eodemque prorsus modo KN omnibus alijs per punctum S transeuntibus minorem esse demonstrabitur. & quoniam æquicrurium triangulorum CLE DCM latera LC CE lateribus DC CM sunt æqualia; basis verò LE maior est DM: erit angulus LCE angulo DCM maior. quare ad basim anguli CLE CEL simul sumpti angulis CDM CMD minores erunt. & horum dimidij, angulus scilicet CLS angulo CDS minor erit. ergo pondus in L magis supra lineam LC, quàm in D supra DC grauitabit. magisq; centro innitetur in L, quàm in D. similiter ostendetur in D magis cẽtro C inniti, quàm in K. ergo pondus in K grauius erit, quàm in D; & in D, quàm in L. eademque prorsus ratione quoniam KN minor est HO, erit angulus CKS angulo CHS maior. quare pondus in H magis centro C innitetur, quàm in K. & hoc modo ostendetur, vbicunque in circumferentia FDG fuerit pondus, minus in K centro C inniti, quàm in alio situ. & quò propius fuerit ipsi F, vel G, magis inniti. deinde quoniam angulus CKS maior est CDS, & CDK æqualis

35. tertij. 16. Sexti. 7. Tertij. 25. quinti. 25. primi

DK æqualis est CKH: erit reliquus SKH reliquo SDK minor. quare circumferentia KH propior erit motui naturali recto ponderis in K soluti.lineæ scilicet KS, quàm circumferentia DK motui DS. & ideo linea CD magis ipsi ponderi in D renititur, quàm CK ponderi in K constituto. hacque ratione ostendetur angulum SHG maiorem esse SKH: & per consequens lineam CH magis ponderi in H reniti, quàm CK ponderi in K. similiter demonstrabitur lineam CL magis pondus sustinere, quàm CD: ob easdemque causas ostendetur pondus in K minus supra lineam CK grauitare, quàm in quouis alio situ fuerit circumferentiæ FDG. & quò propius fuerit ipsi F, vel G, minus grauitare. grauius ergo erit in K, quàm in alio situ; minusque graue erit, quò propius fuerit ipsi F, vel G.

Si denique cētrum C esset in centro mundi, pondus vbicunque constitutum manere manifestum est. vt posito pondere in D, linea CD totum sustinebit pondus; cùm ipsius
1. huius. ponderis in D horizonti sit perpendicularis. pondus ergo manebit.



Quoniam autem in his hactenus demonstratis, nullam de grauitate brachij libræ mentionem fecimus, idcirco si brachij quoque grauitatem considerare voluerimus, centrum grauitatis magnitudinis ex pondere, brachioque compositæ inueniri poterit, circulorumque circumferentiæ secundum distantiam à centro libræ ad hoc ipsum grauitatis centrum describentur, ac si in ipso (vt re uera est) pondus constitutum fuerit; omnia, sicuti absque libræ brachij grauitate considerata inuenimus; hoc quoque modo eius considerata grauitate reperiemus.

Ex di-

Ex dictis igitur, considerando libram, vt longè a mundi centro abest, quemadmodum ipsi fecere, sicuti etiam actu est, apparet falsitas dicentium pondus in A grauius esse, quàm in alio situ. simulque falsum esse. quò pondus a linea FG magis distat grauius esse. nam punctum O propius est ipsi FG, quàm punctum A. est enim linea a puncto O ipsi FG perpendicularis ipsa CA minor. deinde ex puncto A pondus velocius moueri, quàm ab alio situ, est quoque falsum. ex puncto enim O pondus velocius mouebitur, quàm ex puncto A; cùm in O sit magis liberum, atque solutũ, quam in alio situ: descensusque ex puncto O propior sit motui naturali recto, quàm quilibet alius descensus.

Ex 15. tertij.

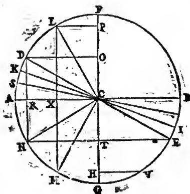
Præterea cùm ex rectiori, & obliquiori descensu ostendunt, pondus in A grauius esse, quàm in D; & in D, quàm in L; primùm quidem falsum existimant, si pondus aliquod collocatum fuerit quocunque situ circumferentiæ, vt in D, rectum eius descensum per rectam lineam DR ipsi FG parallelam, tamquàm secundùm motum naturalẽ fieri debere; sicuti prius dictum est. In quocunque enim situ pondus aliquod constituatur, si naturalẽ eius ad propium locũ motionem spectemus, cum recta ad eum suaptè natura moueatur, supposita totius vniuersi figura, eiusmodi erit; vt semper spatium, per quod naturaliter moue-

tur, rationem habere videatur lineæ à circumferentia ad centrum productæ. non igitur naturales deſcenſus recti cuiuſlibet ſoluti ponderis per lineas fieri poſſunt inter ſeſe parallelas; cùm omnes in centrum mundi conueniant. ſupponunt deinde ponderis ex D in A per rectam lineam verſus centrum mundi motum eiuſdem eſſe quantitatis, ac ſi fuiſſet ex O in C: ita vt punctum A æqualiter à centro mundi ſit diſtans, vt C. quod eſt etiam falſum; nam punctum
18.primi. A magis à centro mundi diſtat, quàm C: maior enim eſt linea à centro mundi vſque ad A, quàm a centro mundi vſque ad C: cum linea à centro mundi vſque ad A rectum ſubtendat angulum à lineis A C, & à punto C ad centrum mundi contentum. ex quibus non ſolum ſuppoſitio illa, qua libram D E in A B redire demonſtrant, verùm etiam omnes ferè ipſorum demonſtrationes ruunt. niſi fortaſſe dixerint, hæc omnia propter maximam à centro mundi vſque ad nos diſtantiam adeo inſenſibilia eſſe, vt propter inſenſibilitatem tanquam vera ſupponi poſſiut. cùm omnes quidem alij. qui hæc tractauerunt, tanquam nota ſuppoſuerint. præſertim quia ſenſibilitas illa non efficit, quin deſcenſus ponderis ex L in D (vt eorum verbis vtar) minus capiat de directo, quàm deſcenſus DA ſimiliter arcus D A magis de directo capiet, quàm circumferentia E V. quocirca vera erit ſuppoſitio; aliæque demonſtrationes in ſuo robore permanebunt. Concedamus etiam pondus in A grauius eſſe, quàm in alio ſitu; rectumque ponderis deſcenſum per rectam lineam ipſi F G parallelã fieri debere; & quælibet puncta in lineis horizonti æquidiſtantibus accepta æqualiter a centro mundi diſtare. non tamen propterea ſequetur, veram eſſe demonſtrationem, qua inferunt pondus in A grauius eſſe, quàm in alio ſitu, vt in L. ſi enim verum eſſet, quò pondus hoc modo rectius deſcendit, ibi grauius eſſe; ſequeretur etiam, quò idem pondus in æqualibus arcubus æqualiter rectè deſcenderet, vt in iiſdem locis æqualem haberet grauitatem, quod falſum eſſe ita demonſtratur.

Sint

Sint circumferentię AL AM inter se se æquales;& connectatur LM, quæ AB secet in X: erit LM ipsi FG æquidistans, ipsique AB perpendicularis.& XM ipsi XL æqualis erit.si igitur pondus ex L moueatur in A per circumferentiam LA, rectus eius motus erit secundùm lineam LX. si verò moueatur ex A in M per circumferentiam AM, secundùm rectam eius motus erit XM. quare descensus ex L in A æqualis erit descensui ex A in M; tum ob circumferentias æquales, tum propter rectas lineas ipsi AB perpendiculares æquales.ergo idem pondus in L æquè graue erit, vt in A, quod est falsum.cum longè grauius sit in A, quàm in L. Ex 3. tertij.

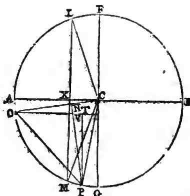
Quamuis autem AM LA æqualiter secundùm ipsos de directo capiant; dicent fortasse, quia tamen principium descensus ex L scilicet LD minus de directo capit, quàm principium descensus ex A, scilicet AN; pondus in A grauius erit, quàm in L. nam cùm circumferentia AN sit ipsi LD (vt supra positum est) æqualis, quæ secundùm ipsos de directo capit CT; LD verò de directo capit PO. ideo pondus grauius erit in A, quàm in L.quod si verum esset sequeretur idem pondus in eodem situ diuerso duntaxat modo considératum in habitudine ad eundem situm, tum grauius, tum leuius esse.quod est impossibile.hoc est, si descensum consideremus ponderis in L, quatenus ex L in A descendit, grauius erit, quàm si eiusdem ponderis descensum consideremus ex L in D tantùm. neque enim negare possunt ex eisdemmet dictis, quin descensus ponderis ex L in A de directo capiat LX, siue PC. descensus verò AM, quin similiter de directo capiat XM: cùm ipsi quoque hoc modo accipiant, atque ita accipere sit necesse. si enim libram DE in AB redire demonstrare volunt, comparando descensus ponderis in D cum descensu ponderis in E, necesse est, vt ostẽdant rectum descensum OC correspondentem circumferentię DA maiorem esse recto descensu TH circumferentiæ EV correspondente.si enim partem tantùm totius descensus



 ex D in

ex D in A acciperent, vt DK; ostenderentque magis capere de directo descensum DK, quàm æqualis portio descensus ex puncto E: sequetur pondus in D secundùm ipsos grauius esse pondere in E; & vsque ad K tantùm deorsum moueri: ita vt libra mota sit in K I similiter si libram K I in A B redire demonstrare volunt accipiẽdo portionem descensus ex K in A, hoc est K S; ostenderetque K S magis de directo capere quàm ex aduerso æqualis descensus ex puncto I: simili modo sequetur pondus in K grauius esse, quàm in I; & vsque ad S tantùm moueri. & si rursus ostenderent portionem descensus ex S in A, atque ita deinceps, rectiorem esse æquali descensu ponderis oppositi; semper sequetur libram S I ad A B propius accedere, nunquam tamen in A B peruenire demostrabunt. si igitur libram D E in A B redire demonstrare volunt, necesse est, vt descensum ponderis ex D in A de directo capere quantitatem lineæ ex pũcto D ipsi A B ad rectos angulos ductæ accipiant. atque ita, si æquales descensus D A A N inuicem comparemus, qui æqualiter de directo capient O C C T, eueniet idem pondus in D æquè graue esse, vt in A. si verò portiones tantum ex D A accipiamus; grauius erit in A, quàm in D. ergo ex diuersitate tantùm modi considerandi, idem pondus, & grauius, & leuis esse continget non autem ex ipsa natura rei. Insuper ipsorm suppositio non asserit, pondus secundùm situm grauius esse, quanto in eodem situ minus obliquum est principium ipsius descensus. Suppositio igitur superius allata, hoc est, secundùm situm pondus grauius esse, quantò in eodem situ minus obliquus est descensus; non solum ex his, quæ diximus, vllo modo concedi potest; sed quoniam huius oppositum ostendere quoque non est difficile: scilicet idem pondus in æqualibus circumferentijs, quò minus obliquus est descensus, ibi minus grauitare.

Sint enim vt prius circũfe rentiæ AL AM inter ſe ſe æquales; ſitque punctum L propè F. & connectatur LM quæ ipſi A B perpendicularis erit. & LX ipſi XM æqualis. deinde propè M inter MG quoduis accipiatur punctum P. fiatque circumferentia PO circumferentiæ AM æqualis. erit punctum O propè A. connectanturque CL, CO, CM, CP, OP. & à puncto P ipſi OC perpendicularis ducatur PN. & quoniam circumferentia AM circumferentiæ OP eſt æqualis; erit angulus ACM æqualis angulo OCP; & angulus CXM rectus recto CNP eſt æqualis: erit quoque reliquus XMC trianguli MCX reliquo NPC trianguli PCN æqualis. ſed, & latus CM lateri CP eſt æquale: ergo triangulum MCX triangulo PCN æquale erit. latuſque MX lateri NP æquale. quare linea PN ipſi LX æqualis erit. ducatur præterea à puncto O linea OT ipſi AC æquidiſtans, quæ NP ſecet in V. atque ipſi OT à puncto P perpendicularis ducatur, quæ quidem inter OV cadere non poteſt; nam cùm angulus ONV ſit rectus; erit OVN acutus. quare OVP obtuſus erit. non igitur linea à puncto P ipſi OT intra OV perpendicularis cadet. duo enim anguli vnius trianguli, vnus quidem rectus, alter verò obtuſus eſſet, quod eſt impoſſibile. cadat ergo in linea OT in parte VT. ſitque PT. erit PT ſecundùm ipſos rectus circũferentiæ OP deſcenſus. Quoniam igitur angulus ONV eſt rectus; erit linea OV ipſa ON maior. quare OT ipſa quoque ON maior exiſtet. Cùm itaque linea OP angulos ſubtendat rectos ONP OTP; erit quadratum ex OP quadratis ex ON NP ſimul ſumptis æquale. ſimiliter quadratis ex OT TP ſimul æquale. quare quadrata ſimul ex ON NP quadratis ex OT TP ſimul æqualia erunt. quadratum autem ex OT maius eſt quadrato ex ON; cùm linea OT ſit ipſi ON maior, ergo quadratum ex NP maius erit quadrato ex TP. ac propterea linea TP minor erit linea PN, & linea LX. minus obliquus igitur eſt deſcenſus arcus



Ex 27. tertij.

Ex 32. primi.

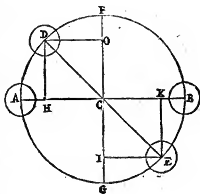
26. Primi

Ex 13. primi.

19. primi

47. primi.

ſus arcus L A. quàm arcus O P. ergo pondus in L, ex ipſorum dictis grauius erit, quàm in O. quod ex ijs, quæ ſupra diximus eſt manifeſtè falſum. cùm pondus in O grauius ſit, quàm in L. non igitur ex rectiori, & obliquiori motu ita accepto colligi poteſt, ſecundùm ſitum pondus grauius eſſe, quantò in eodem ſitu minus obliquus eſt
21. primi deſcenſus. Atque hinc oritur omnis fermè ipſorum error in hac re, atque deceptio: nam quamuis per accidens interdum ex falſis ſequatur verum, per ſe tamen ex falſis falſum ſequitur, quemadmodum ex veris ſemper verum, nil idcirco mirum, ſi dum falſa accipiunt; illiſque tanquam veriſſimis innituntur; falſiſſima omninò colligunt, atque concludunt. decipiuntur quinetiam, dùm libræ contemplationem mathematicè ſimpliciter aſſummunt; cùm eius conſideratio ſit prorſus mechanica: nec vllo modo abſque vero motu, ac ponderibus (entibus omninò naturalibus) de ipſa ſermo haberi poſſit: ſine quibus eorum, quæ libræ accidunt, veræ cauſæ reperiri nullo modo poſſint.



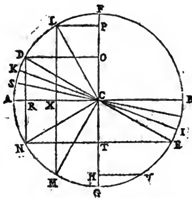
Præterea ſi adhuc ſuppoſitionem concedamus; à conſideratione libræ lõgè recedunt; dum eo pacto, vt libra D E in A B redire debeat, diſcurrunt. ſemper enim alterum pondus ſeorſum accipiunt, putà D, vel E; ac ſi modò vnum modò alterum in libra conſtitutũ eſſet, nec vllo modo ambo connexa; cuius tamen oppoſitum omninò fieri oportet; neque alterum ſine altero rectè conſiderari poteſt; cùm de ipſis in libra conſtitutis ſermo habeatur. cùm enim dicunt, deſcenſum ponderis in D minus obliquum eſſe deſcenſu ponderis in E; erit pondus in D per ſuppoſitionem grauius pondere in E: quare cùm ſit grauius, neceſſe eſt deorſum moueri, libramque D E in A B redire: diſcurſus iſte nullius prorſus momenti eſt. Primùm quidem ſemper argumentantur, ac ſi pondera in D E deſcendere debeãt, vnius tantùm ſine alterius connexione conſiderando deſcenſum. poſtremò tamen ob ponderum

deſcentuum

descensuum comparationem colligentes inferunt, pondus in D deorsum mouere, & pondus in E sursum, vtraque simul in libra inuicē connexa accipientes. verùm ex ijsdemmet, quibus vtuntur, principijs, ac demonstrationibus, oppositum eius, quod defendere conantur, facillimè colligi potest. Nam si comparetur descensus ponderis in D cum ascensu ponderis in E, vt ductis EK DH ipsi AB perpendicularibus; cùm angulus DCH sit æqualis angulo ECK; & angulus DHC rectus æqualis est recto EKC; & latus DC lateri CE æquale: erit triangulum CDH triangulo CEK æquale, & latus DH lateri EK æquale. cùm autem angulus DCA sit angulo ECB æqualis: erit quoque circumferentia DA circumferentiæ BE æqualis, dum itaque pondus in D descendit per circumferentiam DA, pondus in E per circumferentiam EB ipsi DA æqualē ascendit. & descensus ponderis in D de directo (more ipsorum capiet DH; ascensus verò ponderis in E de directo capiet EK ipsi DH æqualem, erit itaque descensus ponderis in D ascensui ponderis in E æqualis. & qualis erit propensio vnius ad motum deorsum, talis etiam erit resistentia alterius ad motum sursum. resistentia scilicet violentiæ ponderis in E in ascensu naturali potentiæ ponderis in D in descensu contra nitendo opponitur; cùm sit ipsi æqualis. quò enim pondus in D naturali potentia deorsum velocius descendit: eò tardius pondus in E violenter ascendit. quare neutrum ipsorum alteri præponderabit, cùm ab æquali non proueniat actio. Non igitur pondus in D pondus in E sursum mouebit. si enim moueret; necesse esset, pondus in D maiorem habere virtutem descendendo, quàm pondus in E ascendendo; sed hæc sunt æqualia ergo pondera manebunt. & grauitas ponderis in D grauitati ponderis in E æqualis erit. Præterea quoniam supponunt, quò pondus à linea directionis FG magis distat, eò grauius esse: Idcirco ductis quoque à punctis DE ipsi FG perpendicularibus DO EI; simili modo demonstrabitur, triangulum CDO triangulo CEI æqualem esse: &

15. primi

26. primi.



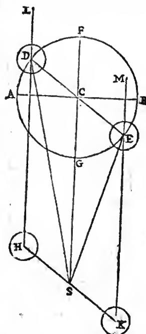
esse, & lineam D O ipsi E I æqualem. tam igitur distat à linea F G pondus in D, quàm pondus in E. ex ipsorum igitur rationibus, atq; suppositionibus, pondera in D E æquè grauia erunt. Amplius quid prohibet, quin libram D E ex necessitate in F G moueri simili ratione ostendatur? Primùm quidem ex eorummet demonstrationibus colligi potest, ascensum ponderis in E versus B rectiorem esse ascensu ponderis in D versus F; hoc est minus capere de directo ascensum ponderis in D in arcubus æqualibus ascensu ponderis in E. supponatur ergo secundùm situm pondus leuius esse, quantò in eodem situ minus rectus est ascensus: quæ quidem suppositio, adeò manifesta esse videtur, veluti ipsorum altera. Quoniam igitur ascensus ponderis in E rectior est ascensu ponderis in D; per suppositionem pondus in D leuius erit pondere in E. ergo pondus in D sursum à pondere in E mouebitur, ita vt libra in F G perueniat. atque ita demonstrari poterit, libram D E in F G moueri. quæ quidem demonstratio inutilis est prorsus, easdemque patitur difficultates. licet enim tanquàm verum admittatur pondus in E ascendendo grauius esse pondere in D similiter ascendendo, non tamen ex hoc sequitur, pondus in E descendendo grauius esse pondere in D ascendendo. Neutra igitur harum demonstrationum libram D E, vel in A B redire, vel in F G moueri, ostendentium, vera est.

Præterea si ipsorum suppositionem, eorumque verborum vim rectè perpendamus; alium certè habere sensum conspiciemus. nam cùm semper spatium, per quod naturaliter pondus mouetur, à centro grauitatis ipsius ponderis ad centrum mundi, instat rectæ lineæ à centro grauitatis ad centrum mundi productæ, sit sumendum; tantò huiusmodi ponderis descensus, magis minusuè obliquus dicetur quantò secundùm spatium instar prædictæ lineæ designatum, magis aut minus (naturalem tamen locum petens, semperque magis ipsi appropinquans) mouebitur; ita vt tantò obliquior descensus dicatur, quantò recedit ab eiusmodi spatio: rectior verò, quanto ad idem accedit. & in hoc sensu suppositio illa nemini difficultatem parere debet, adeò enim veritas eius conspicua est; rationique consentanea: vt nulla prorsus manifestatione egere videatur.

Si itaque

Si itaque pondus ſolutum in ſitu D collocatum ad propium locum moueri debeat; proculdubio poſito centro mũdi S, per lineam DS mouebitur. ſimiliter pondus in E ſolutum per lineam ES mouebitur. quare ſi (vt rei veritas eſt) ponderis deſcenſus magis, minuſuè obliquus dicetur ſecundùm receſſum, & acceſſum ad ſpatia per lineas DS ES deſignata, iuxta naturales ipſorum ad propria loca lationes: conſpicuum eſt, minus obliquum eſſe deſcenſum ipſius E per EG, quàm ipſius D per DA: cùm angulum SEG angulo SDA minorem eſſe ſupra oſtenſum ſit. quare in E pondus magis grauitabit, quàm in D. quod eſt penitus oppoſitum eius, quod ipſi oſtendere conati ſunt. Inſurgent autem fortaſſe contra nos, ſi igitur (dicent) pondus in E grauius eſt pondere in D, libra DE in hoc ſitu minimè perſiſtet, quod equidem tueri propoſuimus; ſed in FG mouebitur. quibus reſpondemus, plurimum referre, ſiue conſideremus pondera, quatenus ſunt inuicem diſiuncta, ſiue quatenus ſunt ſibi inuicem connexa. alia eſt enim ratio ponderis in E ſine connexione ponderis in D, alia verò eiuſdem alteri ponderi connexi; ita vt alterum ſine altero moueri nõ poſſit. nam ponderis in E, quatenus eſt ſine alterius ponderis connexione, rectus naturalis deſcenſus eſt per lineam ES; quatenus verò connexum eſt ponderi in D, eius naturalis deſcenſus non erit amplius per lineam ES, ſed per lineam ipſi CS parallelam. magnitudo enim ex ponderibus ED, & libra DE compoſita, cuius grauitatis centrum eſt C, ſi nullibi ſuſtineatur, deorſum eo modo, quo reperitur, ſecundùm grauitatis centrum per rectam à centro grauitatis C ad centrum mundi S ductam naturaliter mouebitur, donec cẽtrum C in centrum S perueniat libra igitur DE vnà cum ponderibus eo modo, quo reperitur, deorſum mouebitur, ita vt punctum C per lineã CS moueatur, donec C in S, libraq; DE in HK perueniat;

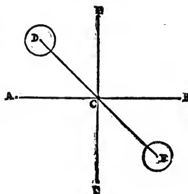
habeatque libra HK eandem, quam prius habebat positionem; hoceſt HK ſitipſi DE æquidiſtans. connectantur igitur DH
33.primi EK. manifeſtum eſt, dum libra DE in HK mouetur puncta DE per lineas DH EK moueri, quippe exiſtentibus inter ſe ſe, ipſiſque CS æqualibus, & æquidiſtantibus. Quare pondera in DE, quatenus ſunt ſibi inuicem connexa, ſi ipſorum naturalem motum ſpectemus, non ſecundùm lineas DS ES, ſed ſecundùm LDH MEK ipſi CS æquidiſtantes mouebuntur. ponderis verò in E liberi, ac ſoluti, naturalis propenſio erit per ES: ponderis autem in D ſimiliter ſoluti erit per DS. ac propterea non eſt inconueniens idem pondus modo in E, modò in D, grauius eſſe in E, quàm in D. ſi verò pondera in ED ſibi inuicem connexa, quatenusque ſunt connexa conſiderauerimus; erit ponderis in E naturalis propenſio per lineam MEK: grauitas enim alterius ponderis in D efficit, nè pondus in E per lineam ES grauitet, ſed per EK. quod ipſum quoque grauitas ponderis in E efficit, nè ſcilicet pondus in D per rectam DS degrauet; ſed ſecundùm DH: vtraque enim ſe impediunt, nè ad propria loca permeent. Cùm igitur naturalis deſcenſus rectus ponderum in DE ſit ſecundùm LDH MEK: erit ſimiliter rectus eorum aſcenſus ſecundùm eaſdem lineas HDL KEM, atque aſcenſus ponderis in E magis, minuſuè obliquus dicetur; quantò ſecundùm ſpatium magis, minuſuè iuxta lineam MK mouebitur. hocque prorſus modo iuxta lineam LH ſummendus eſt, tùm deſcenſus, tùm aſcenſus ponderis in D. ſi itaque pondus in E deorſum per EG; moueretur;



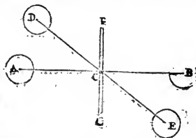
29.primi. pondus in D ſurſum per DF moueret. & quoniam angulus CEK æqualis eſt angulo CDL, & angulus CEG angulo CDF æqualis; erit reliquus GEK reliquo LDF æqualis. cùm autem ſuppoſitio illa, quæ ait, ſecundùm ſitum pondus grauius eſſe, quàtò in eodem ſitu minus obliquus eſt deſcenſus; tanquam clara, atque conſpicua admitta-

mittatur; proculdubio hæc quoque accipienda erit; nempè, secundùm situm pondus grauius esse, quantò in eodem situ minus obliquus est ascensus. cùm non minus manifesta, rationique sit consentanea. æqualis igitur erit descensus ponderis in E ascensui ponderis in D. eandem enim obliquitatem habet descensus ponderis in E, quam habet ascensus ponderis in D; & qualis erit propensio vnius ad motum deorsum, talis quoque erit resistentia alterius ad motum sursum. non ergo pondus in E pondus in D sursum mouebit. neque pondus in D deorsum mouebitur, ita vt sursum moueat pondus in E. nam cum angulus C E B sit ipsi C D A æqualis, & Angulus C E M sit angulo C D H æqualis; erit reliquus M E B reliquo H D A æqualis. descensus igitur ponderis in D ascensui ponderis in E æqualis erit. non ergo pondus in D pondus in E sursum mouebit. ex quibus sequitur pondera in D E, quatenus sunt sibi inuicem connexa, æquè grauia esse. 29. Primi

Alia deinde ratio, libram similiter D E in A B redire ostendens, cùm inquiunt, existente trutina in C F meta est C G. & quoniam angulus D C G maior est angulo E C G; pondus in D grauius erit ponderc in E; ergo libra D E in A B redibit, nihil meo iudicio cōcludit. figmentumque hoc de trutina, & meta potius omittendum, ac silentio prætereundum esset, quàm verbum vllum in eius cōfutatione sumendum; cùm sit prorsus voluntarium necessitas enim cur pōdus in D ex maiore angulo sit grauius; curq; maior angulus maioris sit causa grauitatis; nusquam apparet. si autem comparentur inuicem anguli, cùm angulus G C D sit æqualis angulo F C E: si angulus G C D est causa grauitatis; quare angulus F C E similiter grauitatis non est causa? Huius autem rei eam in me-



dium rationem afferre videntur, quoniam CG est meta, & CF trutina. si (inquiunt) CG esset trutina, & CF meta, tunc angulus FCE grauitatis esset causa; non autem DCG ipsi æqualis. quæ quidem ratio immaginaria prorsus, ac voluntaria esse videtur. quid enim refert, siue trutina sit in CF, siue in CG, cùm libra DE in eodem semper puncto C sustineatur? Vt autem eorum deceptio clarius appareat.



Sit eadem libra AB, cuius medium C. sit deinde tota FG trutina. eaque immobilis existat; quæ libram AB in puncto C sustineat. moueaturque libra in DE. & quoniam trutina est, & supra, & infra libram, quis nã angulus erit causa grauitatis, cũ libra DE in eodem semper puncto sustineatur? dicent forsan, si trutina à potentia in F sustineatur, tunc CG erit tanquam meta, & angulus DCG grauitatis erit causa. si verò sustineatur in G, tunc FCE erit causa grauitatis, CF verò tanquam meta erit. cuius quidem rei nulla videtur esse causa, nisi immaginaria. meta enim (quod aiunt) nullam prorsus vim attractiuam, quandoque ex maioris anguli parte, quandoque ex parte minoris habere videtur. Verùm à duabus potentijs sustineatur trutina, in F scilicet, & in G, quod præ necessitate fieri potest, veluti si potentia in F sit adeò debilis, vt ex se ipsa medietate tantùm ponderis sustinere queat: sitque potentia in G ipsi potentiæ in F æqualis, vtræque autem simul libram vnà cum ponderibus sustineant. tũc quis nam angulus erit causa grauitatis? non FCE, quia trutina est in CF, & in F sustinetur. neque DCG, cùm trutina sit in CG, & in G quoque sustineatur; non igitur anguli grauitatis causa erunt. ergo neque libra DE ab hoc situ ob hanc causam mouebitur. Hanc autem eorum sententiam dupliciter confirmare videntur

Cardan°. primùm quidem asserunt Aristotelem in quæstionibus mechanicis has duas tantùm quæstiones proposuisse; eiusque demonstrationes, tùm maiori, & minori angulo, tùm trutinæ positioni inniti. Affirmãt deinde experientiam hoc idem docere; hoc est libram DE trutina existente in CF, in AB horizonti æquidistantem redire. quando autem trutina est in CG, in FG moueri. Verùm neque Aristoteles, neque experientia huic eorum opinioni fauent, quin potius aduersantur. quantùm enim attinet ad experientiam decipiuntur,

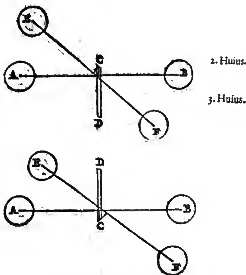
ipsa

ipsa quidem experientia manifestum est hoc accidere, quando libræ quoque centrum, vel supra, vel infra libram fuerit collocatum: non autem trutina duntaxat supra, vel infra existente, id contingere.

Nam si libra AB habeat centrum C supra libram; sitque trutina CD infra libram; moueaturque libra in EF; tunc EF rursus in AB horizonti æquidistantem redibit. similiter si libra centrum C habeat infra libram sitque trutina CD supra libram, & moueatur libra in EF; patet libram ex parte F deorsum moueri, trutina supra libram existente. & in quocunque alio situ fuerit trutina, idem semper eueniet non igitur trutina, sed centrum libræ harum diuersitatum causa erit.

2. Huius.

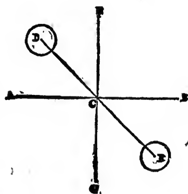
3. Huius.



Animaduertẽdum est itaque in hac parte difficulter materialem libram constitui posse, quæ in vno tantùm puncto sustineatur; quemadmodum mente concipimus. brachiaque ab eiusmodi centro adeò æqualia habeat, nõ solum in longitudine, verùm etiam in latitudine, & profunditate, vt omnes partes hinc indè ad vnguem æqueponderent. hoc enim materia difficilimè patitur. quocirca si centrum in ipsa libra esse considerauerimus, ad sensum confugiẽdum non est: cùm artificialia ad summum illud perfectionis gradum ab artifice deduci minimè possint. In alijs verò experientia quidem apparentia docere poterit; proptereaquod quamquam centrum libræ sit semper punctum, quando tamen supra libram fuerit, parùm refert, si libra in eo puncto adamussim minimè sustineatur; quia cùm sit semper supra libram, idem semper eueniet. simili quoque modo quando est infra libram; quod tamen non accidit centro in ipsa libra existente. si enim ad vnguem semper in illo medio non sustineatur, diuersitatem efficiet; cùm facillimum sit centrum illud, dùm libra mouetur, proprium mutare situm.

Quòd autem Aristoteles duas tantùm quæstiones proposuerit, cur

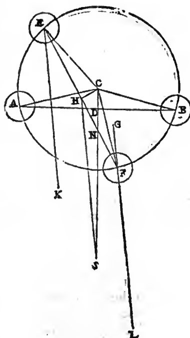
cur scilicet trutina superius existente, si libra non sit horizonti æquidistans in æquilibrium, hoc est horizonti æquidistans redit: si autem trutina deorsum fuerit constituta, non redit, sed adhuc secundùm partem depressam mouetur: verum quidem est. non tamen eius demonstrationes maiori, & minori angulo, positioniquè trutinæ (vt ipsi dicunt) innituntur. in hoc enim mentem philosophi assignantis rationem diuersitatis motuū libræ minimè attingunt. tantùm enim abest philosphum has diuersitates in angulos referre, vt potius in causa esse dicat magnitudinis alterius brachij libræ excessum à perpendiculo, modò ex vna, modò ex altera parte contingentem.



Vt trutina superius in C F existente, perpédiculum erit F C G, quod secundùm ipsum in centrum mundi semper vergit; quod quidem libram motam in DE in partes diuidit inæquales; & maior pars est versus D, id autem, quod plus est, deorsum fertur; ergo ex parte D deorsum libra mouebitur, donec in A B redeat. si verò trutina sit in CG deorsum, erit G C F perpendiculum, quod libram D E in partes inæquales similiter diuidit, maior autem pars erit versus E; quare ex parte E deorsum libra mouebitur. quod vt rectè intelligatur, cùm trutina est supra libram, libræ quoque centrum supra libram esse intelligendum est; & si deorsum, centrum quoque deorsum: vt infra patebit. Aliter ipsa Aristotelis demonstratio nihil concluderet. existente enim centro in ipsa libra, vt in C; quocunque modo moueatur libra, nunquam perpendiculum F G libram, nisi in puncto C, & in partes diuidet æquales. quare Aristotelis sententia ipsis non solum non fauet, verùm etiam maximè aduersatur. quòd non solum ex secunda, & tertia huius liquet; verùm quia existente centro supra libram pondus eleuatum maiorem propter situm acquirit grauitatem. ex quò contingit redditus libræ ad æqualem horizonti distantiam. è contra verò, quando centrum est infra libram. Quæ omnia hoc modo ostendentur; supponendo

ea, quæ

ea, quæ supra declarata sunt. scilicet pondus ex quò loco rectius descendit, grauius fieri. & ex quo rectius ascẽdit, grauius quoq; reddi.

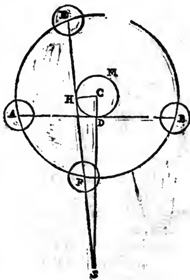


Sit libra A B horizonti æquidistans, cuius centrum C sit supra libram, perpendiculumque sit C D. sintque in A B ponderum æqualium centra grauitatis posita: motaque sit libra in E F. Dico pondus in E maiorem habere grauitatẽ, quàm pondus in F. & ob id libram E F in A B redire. Producatur primùm C D vsque ad mundi centrum, quod sit S. deinde A C C B E C C F H S connectantur, à punctisq; E F ipsi H S æquidistantes ducantur E K G F L. Quoniam igitur naturalis descensus rectus totius magnitudinis, libræ scilicet E F sic constitutæ vnà cum ponderibus, est secũdùm grauitatis centrum H per rectam H S; erit quoque ponderum in E F ita positorum descensus secundùm rectas E K F L ipsi H S parallelas; sicuti supra demonstrauimus. Descensus igitur, & ascensus ponderum in E F magis, minusuè obliquus dicetur secundùm accessum, & recessum iuxta lineas E K F L designatum. Quoniam autem duo latera A D D C duobus lateribus B D D C sunt æqualia, angulique ad D sunt recti; erit latus A C lateri C B ęquale. & cùm punctum C (4. Primi.) sit immobile; dum puncta A B mouentur, circuli circumferẽtiam describent, cuius semidiameter erit A C. quare centro C, circulus describatur A E B F. puncta A B E F in circuli circumferentia erunt, sed cùm E F sit ipsi A B æqualis; erit circumferentia E A F circumferentiæ A F B æqualis. quare dempta communi A F, erit circumferentia E A circumferentiæ F B æqualis. (Ex 28. tertij.)

Quoniam

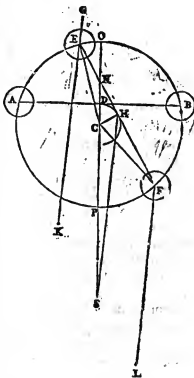
Quoniam autem mixtus angulus CEA est æqualis mixto CFB; & HFB ipso CFB est maior; angulus verò HEA ipso CEA
29 primi. minor; erit angulus HFB angulo HEA maior. à quibus si auferantur anguli HFG HEK æquales; erit angulus GFB angulo KEA maior. ergo descensus ponderis in E minus obliquus erit ascensu ponderis in F. & quamquam pondus in E descendendo, & pondus in F ascendendo per circumferentias moueantur æquales; quia tamen pondus in E ex hoc loco rectius descendit, quàm pondus in F ascendit: idcirco naturalis potentia ponderis in E resistentiam violentiæ ponderis F superabit. quare maiorem grauitatem habebit pondus in E, quàm pondus in F. ergo pondus in E deorsum, pondus verò in F sursum mouebitur: donec libra EF in AB redeat. quod demonstrare oportebat.

Huius autem effectus ratio ab Aristotele posita, hic manifesta intueri potest. sit enim punctum N vbi CS EF se inuicem secant. & quoniam HE est ipsi HE æqualis; erit NE maior NF. linea ergo CS, quam perpendiculum vocat, libram EF in partes diuidet inæquales. cùm itaque pars libræ NE sit maior NF; atq; id, quod plus est, necesse est, deorsum ferri: libra ergo EF ex parte E deorsum mouebitur, donec in AB redeat.



Ex ijs prætereà, quę hactenus dicta sunt inferre licet, libram EF velocius ab eo situ in AB moueri; vndè linea EF in directum protracta in centrum mundi perueniat. vt sit EFS recta linea. & quoniam CD CH, sunt inter se se æquales. si igiur centro C, spatioque CD, circulus describatur DHM; erunt puncta D K in circuli circumferẽtia. Quoniam autem CH ipsi EF est perpendicularis; contingetlinea EHS circulum DHM in puncto H. pondus igitur in H (sicuti supra demostraui-

mus) grauius erit, quàm in alio situ circuli DHM. ergo magnitudo ex E F ponderibus, & libra EF composita, cuius centrum grauitatis est in H, in hoc situ magis grauitabit, quàm in quocũque alio situ circuli fuerit punctum H. ab hoc igitur situ velocius, quàm à quocunque alio mouebitur. & si H propius fuerit ipsi D minus grauitabit, minusque ab eo situ mouebitur. semper enim descensus obliquior est, & minus rectus. libra ergo E F velocius ab hoc situ mouebitur, quàm ab alio situ. & si propius ad A B accedet, inde minus mouebitur. Deinde quò longius punctum H à puncto C distabit, velocius mouebitur; quod non solum ex Aristotele in principio quæstionum mechanicarum, & ex superius dictis patet; verùm etiam ex ijs, quæ infra in sexta propositione dicemus, manifestum erit. libra igitur E F, quò magis ab eius centro distabit, adhuc velocius mouebitur.

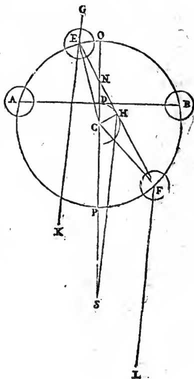


Sit deinde libra AB, cuius centrum C sit infra libram; sintque in AB pondera æqualia; libraque sit mota in EF. Dico maiorem habere grauitatem pondus in F, quàm põdus in E. atque ideo libram E F deorsum ex parte F moueri. Producatur D C ex vtraque parte vsque ad mundi cẽtrum S, & vsque ad O, lineaque H S ducatur, cui à punctis E F æquidistantes ducantur G E K F L; connectanturque C E CF: atque centro C, spatioque CE circulus describatur A E O B F. similiter demonstrabitur puncta A B E F in circuli circumferentia esse; descensumque libræ E F vnà cum ponderibus rectum secundùm lineam H S fieri; ponderumq; in E F secundùm lineas G K F L ipsi H S æquidistantes. Quoniam autem angulus CFP æqualis

F est angulo

eſt angulo C E O: erit angulus H F P angulo H E O maior. angulus verò H F L æqualis eſt angulo H E G. à quibus igitur ſi deman-
39.Pr mi. tur anguli H F P H E O, erit angulus L F P angulo G E O minor. quare deſcenſus ponderis in F rectior erit aſcenſu ponderis in E. ergo naturalis potentia ponderis in F reſiſtentiam violentiæ ponderis in E ſuperabit.& ideo maiorem habebit grauitatem pondus in F, quàm pondus in E. Pondus igitur in F deorſum, pondus verò in E ſurſum mouebitur.

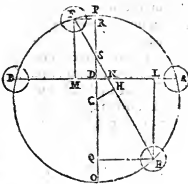
Arist. rō. Ariſtotelis quoque ratio hic perſpicua erit. ſit enim punctum N vbi C O E F ſe inuicem ſecant; erit N F maior N E. & quoniam C O perpendiculũ (ſecundùm ipſum) libram E F in partes inæquales diuidit,& maior pars eſt verſus F, hoc eſt N F; libra E F ex parte F deorſum mouebitur: cùm id, quod plus eſt, deorſum feratur.



Similiter, ex dictis quoque eliciemus libram E F cẽtrum habens infra libram, quò magis à ſitu A B diſtabit, velocius moueri. centrum enim grauitatis H, quò magis à pũcto D diſtat, eò velocius pondus ex E F ponderibus libraque E F compoſitum mouebitur, donec angulus C H S rectus euadat. adhuc inſuper velocius mouebitur, quò libram à centro C magis diſtabit.

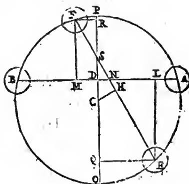
Ex ipſorum quinetiam rationibus, ac falſis ſuppoſitionibus iam declaratos libræ effectus, ac motus deducere, ac manifeſtare libet; vt quanta ſit veritatis efficacia appareat, quippè ex falſis etiam eluceſcere contendit.

Exponan-



Exponatur eadem, scilicet
sit circulus A E B F; libra-
que A B, cuius centrum C
sit supra libram, moueatur in
E F. dico pondus in E ma-
iorem ibi habere grauitatem,
quàm pondus in F; libram-
que E F in A B redire. Du-
cantur à punctis E F ipsi A
B perpendiculares EL FM,
quæ inter se æquidistantes e- 28.primi.
runt; sitque punctum N, vbi
A B E F se inuicem secant. Quoniam igitur angulus F N M est 15.primi
æqualis angulo E N L, & angulus F M N rectus recto E L N æ-
qualis, ac reliquus N F M reliquo N E L est etiam æqualis; erit 29.primi.
triangulum NLE triangulo N M F simile. vt igitur N E ad E
L, ita N F ad F M; & permutando vt E N ad N F, ita E L ad 4.Sexti.
F M. sed cùm sit H E ipsi H F æqualis, erit E N maior N F;
quare & E L maior erit F M. & quoniam dum pondus in E per
circumferentiam E A descendit, pondus in F per circumferen- 16.Quinti
tiam F B ipsi circumferentiæ E A æqualem ascendit; descensúsque
ponderis in E de directo (vt ipsi dicunt) capit E L: ascensus verò
ponderis in F de directo capit F M; minus de directo capiet ascē-
sus ponderis in F, quam descensus ponderis in E. maiorem igi-
tur grauitatem habebit pondus in E, quàm pondus in F.

Producatur C D ex vtraque parte in O P, quæ lineam E F in puncto S secet. & quoniam (vt aiunt) quò magis pondus à linea directionis O P distat, eò fit grauius; idcirco hoc quoque medio pōdus in E maiorem habere grauitatem pondere in F ostendetur. Ducantur à punctis E F ipsi O P perpendiculares E Q F R. simili ratione ostendetur, triangulum Q E S triangulo R F S simile esse; lineamque E Q ipsa R F maiorem esse. pondus itaque in E magis à linea O P distabit, quàm pondus in F; ac propterea pōdus in E maiorem habebit grauitatem pondere in F. ex quibus reditus libræ E F in A B manifestus apparet.

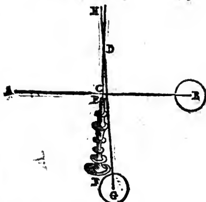


Si autem centrum libræ sit infra libram, tunc pondus depressum maiorem habere grauitatem eleuato ijsdem medijs ostendetur. ducantur à pũctis E F ipsi A B perpendiculares E L F M. similiter demonstrabitur E L maiorem esse F M; & ob id descensus ponderis in F minus de directo capiet, quàm ascensus ponderis in E: quocirca resistentia violentiæ ponderis in E superabit naturalem propensionem põderis in F. ergo pondus in E pondere in F grauius erit.

Producatur etiam C D ex vtraque parte in O P; ipsique à punctis E F perpendiculares ducantur E Q F R. eodem prorsus modo ostendetur, lineam E Q maiorem esse F R. pondus ideò in E magis à linea directionis O P distabit, quàm pondus in F. maiorem igitur grauitatem habebit pondus in E, quam pondus in F. ex quibus sequitur, libram E F ex parte E deorsum moueri.

Aristoteles itaque has duas tantùm quæstiones proposuit, tertiamque reliquit; scilicet cùm centrum libræ in ipsa est libra: hanc autem ommissit, vt notam, quemadmodum res valde notas prętermittere solet. nam cui dubium, si pondus in eius centro grauitatis sustineatur, quin maneat? Ea verò, quæ ex ipsius sententia attulimus, aliquis reprehendere posset, nos integram eius sententiam minimè protulisse affimans. nam cùm in secunda parte secundæ quæstionis proponit, cur libra, trutina deorsum constituta, quando deorsum lato pondere quispiam id amouet, non ascendit, sed manet? non asserit adhuc libram deorsum moueri; sed manere. quod in vltima quoque conclusione colligisse videtur. Verùm hoc non solum nobis non repugnat, sed si rectè intelligitur, maximè suffragatur.

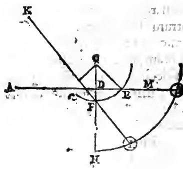
Sit



Sit enim libra AB horizonti æquidiſtans, cuius centrum E ſit infra libram. quia verò Ariſtoteles libram, ſicuti actu eſt, conſiderat; ideò neceſſe eſt trutinam, vel aliquid aliud infra cẽtrum E collocare, vt EF (quod quidem trutina erit) ita vt centrum E ſuſtineat, ſitque perpendiculum ECD. & vt libra AB ab hoc moueatur ſitu; dicit Ariſtoteles, ponatur pondus in B, quod cùm ſit graue, libram ex parte B deorſum mouebit; putà in G. ita vt propter impedimentum deorſum amplius moueri non poterit. non enim dicit Ariſtoteles, moueatur libra ex parte B deorſum, quouſq; libuerit; deinde relinquatur, vt nos diximus: ſed præcipit, vt in ipſo B ponatur pondus, quod ex ipſius natura deorſum ſemper mouebitur; donec libra trutinæ, ſiue alicui alij adhæreat. & quando B erit in G, erit libra in GH; in quo ſitu, ablato pondere, manebit: cùm maior pars libræ à perpendiculo ſit verſus G, quæ eſt DG, quàm DH. nec deorſum amplius mouebitur; nam libra, vel trutinæ, vel alteri cuipiam, quod cẽtrum libræ ſuſtineat, incumbet. ſi enim huic non adhæreret, libra ex parte G deorſum ex ipſius ſententia moueretur; cùm id, quod plus eſt, ſcilicet DG, deorſum ferri ſit neceſſe.

Cæterum quis adhuc dicere poterit, ſi paruum imponatur pondus in B, mouebitur quidem libra deorſum, non autem vſque ad G. in quò ſitu ſecundùm Ariſtotelem, ablato pondere, manere deberet. quod experimento patet; cùm in vna tantùm libræ extremitate, impoſito onere, hocque vel maiore, vel minore, libra plus, minuſuè inclinetur. Quod eſt quidem veriſſimum, centro ſupra libram, non autem infra, neque in ipſa libra collocato. Vt exempli gratia.

Sit



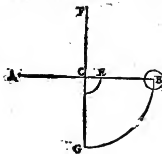
Sit libra horizonti æquidistans A B, cuius centrum C sit supra libram, perpendiculumque C D horizonti perpendiculare, quod ex parte D producatur in H. Quoniam enim considerata libræ grauitate, erit pũctum D libræ centrum grauitatis, si ergo in B paruum imponatur pondus, cuius centrum grauitatis sit in puncto B; magnitudinis ex libra A B, & pondere in B compositæ nõ erit amplius centrum grauitatis D; sed erit in linea D B, vt in E: ita vt D E ad E B sit, vt pondus in B ad grauitatem libræ A B. Connectatur; C E. Quoniam autem punctum C est immobile, dum libra mouetur, punctum E circuli circumferentiam E F G describet, cuius semidiameter C E, & centrum C. quia verò C D horizonti est perpendicularis, linea C E horizonti perpendicularis nequaquam erit. quare magnitudo ex A B, & pondere in B composita minimè in hoc situ manebit: sed deorsum secundùm eius grauitatis centrum E per circumferentiam E F G mouebitur; donec C E horizonti perpendicularis euadat; hoc est, donec C E in C D F perueniat. atque tunc libra A B mota erit in K L, in quo situ libra vnà cum pondere manebit. nec deorsum amplius mouebitur. Si verò in B ponatur pondus grauius; centrum grauitatis totius magnitudinis erit ipsi B propius, vt in M. & tunc libra deorsum, donec iuncta C M in linea C D H perueniat, mouebitur. Ex maiore igitur, & minore põdere in B posito, libra plus, minusuè inclinabitur. ex quo sequitur pondus B quarta circuli parte minorem semper circumferentiam describere, cùm angulus F C E sit semper acutus. nunquam enim punctum B vsque ad lineam C H perueniet, cùm cẽtrum grauitatis ponderis, & libræ simul semper inter D B existat. quò tamen pondus in B grauius fuerit, maiorem quoque circumferentiam describet. eò enim magis punctum B ad lineam C H accedet.

6. primi Archimedis de æquepõde.

1. Huius.

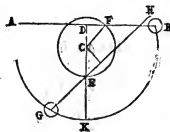
Habeat

Habeat autem libra A B centrum C in ipsa libra, atque in eius medio: erit C libræ cētrum quoque grauitatis; à quo ipsi A B, horizontique perpendicularis ducatur F C G. ponatur deinde in B quoduis pondus; erit totius magnitudinis centrum grauitatis purè in E; ita vt C E ad E B sit, vt pondus in B



ad libræ grauitatem. & quoniam C E non est horizonti perpendicularis, libra A B, atque pondus in B in hoc situ nunquam manebunt; sed deorsum ex parte B mouebuntur, donec C E horizonti fiat perpendicularis. hoc est donec libra A B in F G perueniat. ex quo patet. quolibet pondus in B circuli quartam semper describere.

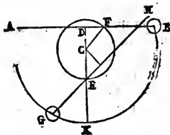
Sit autem centrum C infra libram A B. sitque D C E perpendiculum. similiter posito in B pondere, centrum grauitatis magnitudinis ex A B libra, & pondere in B compositæ in linea D B erit; vt in F; ita vt D F ad F B sit, vt pondus in B ad libræ pondus. Iungatur C F, & quoniam C D horizonti est



perpendicularis; linea C F horizonti nequaquam perpendicularis existet. quare magnitudo ex A B libra, ac pondere in B composita in hoc situ nunquam persistet; sed deorsum, nisi aliquid impediat, mouebitur, donec C F in D C E perueniat: in quo situ libra vnà cum pondere manebit. & punctum B erit vt in G, atque punctum A in H, libraque G H non amplius centrum infra, sed supra ipsam habebit. quod idem semper eueniet, quamuis minimum imponatur pondus in B. ergo priusquam B perueniat ad G; necesse est libram, siue trutinæ deorsum positæ, vel alicui

alteri,

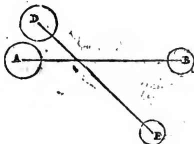
alteri, quod centrum C sustineat, occurrere, ibique adhærere. ex hoc sequitur, pondus in B vltra lineam D K semper moueri, ac circuli quarta maiorem semper circumferentiam describere, est enim angulus F C E semper obtusus, cùm angulus D C F semper sit acutus. quò autem pondus in B fuerit leuius, maiorem tamen adhuc circumferentiam describet. nam quò pondus in G leuius fuerit, eò magis pondus in G eleuabitur, libraque G H ad situm horizonti æquidistantem propius accedet. quæ omnia ex ijs, quæ supra diximus, manifesta sunt.



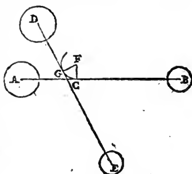
His demonstratis. Manifestum est, centrum libræ causam esse diuersitatis effectuum in libra. atque patet omnes Archimedis de æque ponderantibus propositiones ad hoc pertinentes in omni situ veras esse. hoc est siue libra sit horizonti æquidistans, siue non: dummodo centrum libræ in ipsa sit libra, quemadmodum ipse considerat. & quamquam libra brachia habeat inæqualia, idem eueniet, eodemque prosus modo ostendetur, centrum libræ diuersimodè colocatũ varios producere effectus.

Sit enim libra A B horizonti æquidistans; & in A B sint pondera inęqualia, quorum grauitatis centrum sit C: suspendaturque libra in eodem puncto C. & moueatur libra in D E. manifestum est libram non solum in D E, sed in quouis alio situ manere.

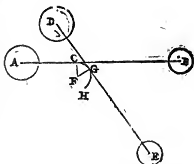
Per def. centri grauitatis.



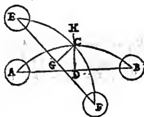
Sit autem centrum libræ AB ſupra C in F; ſitque FC ipſi AB, & horizonti perpendicularis: & ſi moueatur libra in DE, linea CF mota erit in FG; quæ cùm non ſit horizonti perpendicularis, libra DE deorſum ex parte D mouebitur, donec FG in FC redeat: atque tũc libra DE in AB erit, in quò ſitu quoque manebit. 1. Huius.



Et ſi centrum libræ F ſit infra libram; ſitque mota libra in DE; primùm quidem manifeſtum eſt libram in AB manere; in DE verò deorſum ex parte E moueri: cũ linea FG non ſit horizonti perpendicularis. 1. Huius.

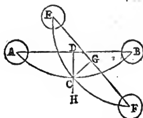


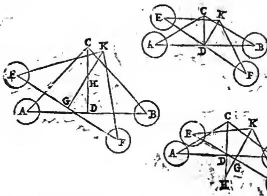
Ex his determinatis ſi libra ſit arcuata, vel libræ brachia angulum conſtituant; centrumque diuerſimodè collocetur (quamquam hæc propriè non ſit libra) varios tamen huius quoque effectus oſtendere poterimus. Vt ſit libra ACB, cuius centrum, circa quod vertitur, ſit C. ductaque AB, ſit arcus ſiue angulus ACB ſupra lineam AB; & in AB grauitatis centra ponderum ponantur, quæ in hoc ſitu maneant. moueatur deinde libra ab hoc ſitu, putà in ECF. Dico libram ECF in ACB redire. totius magnitudinis cẽtrum grauitatis inueniatur D. & CD iungatur. Quoniam. n. pondera AB manent, linea CD horizonti perpendicularis erit. quãdo 1. Huius.



igitur libra erit in ECF, linea CD erit putà in CG; quæ cùm non sit horizonti perpendicularis; libra ECF in ACB redibit. quod idem eueniet, si centrum C supra libram constituatur, vt in H.

Si verò arcus, siue angulus ACB, sit infra lineam AB; eodem modo libram ECF, cuius centrum, siue sit in C, siue in H, deorsum ex parte F moueri ostendemus.



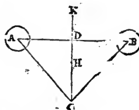


Sit autem angulus ACB supra lineam AB; ac libræ centrum sit H; lineaque CH libram sustineat; & moueatur libra in EKF: libra EKF in ACB redibit.

Si verò centrum libræ sit D, quocunque modo moueatur libra; vbi relinquetur, manebit.

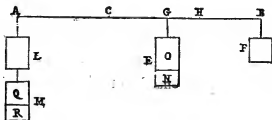
Si deinde punctum H sit infra lineam A B, tunc libra E K F deorsum ex parte F mouebitur.

Similique prorsus ratione, si angulus A C B sit infra lineam A B, sitque libræ centrum H, sustineaturque libra linea C H, si libra ab hoc moueatur situ, deorsum ex parte ponderis inferioris mouebitur. & si centrum libræ sit D, vbi relinquetur, manebit. si verò sit in K, si ab eiusmodi moueatur situ, in eundem prosus redibit. quæ omnia ex ijs, quæ in principio diximus, sunt manifesta. similiter si centrum libræ, vel in altero brachiorum, vel intra, vel extra vtcunque ponatur, eadem inueniemus.



PROPOSITIO V.

Duo pondera in libra appensa, si libra inter hæc ita diuidatur, vt partes ponderibus permutatim respondeant; tàm in punctis appensis. ponderabunt, quàm si vtraque ex diuisionis puncto suspendantur.

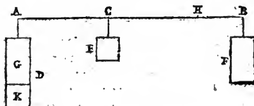


Sit A B libra, cuius centrum C; sintque duo pondera E F ex pun
ctis B G suspensa: diuidaturque B G in H, ita vt B H ad H G ean-
dem habeat proportionem, quam pondus E ad pondus F. Dico
pondera E F tàm in B G ponderare, quàm si vtraque ex puncto H
suspendantur. fiat A C ipsi C H æqualis; & vt A C ad C G, ita fiat
pondus E ad pondus L. similiter vt A C ad C B, ita fiat pondus
F ad pondus M. ponderaque L M ex puncto A suspendantur. Quo
niam enim A C est æqualis C H, erit B C ad C H vt pondus M ad
pondus F. & quoniam maior est B C, quàm C H; erit, & pon-
dus M ipso F maius. diuidatur igitur pondus M in duas partes Q
1.7. Quinti. R, sitque pars Q ipsi F æqualis; erit B C ad C H, vt R Q ad Q: &
diuidendo, vt B H ad H C, ita R ad Q. deinde conuertendo, vt C
Cor. 4. quinti. H ad H B, ita Q ad R. Præterea quoniam C H est æqualis ipsi C
A, erit H C ad C G, vt pondus E ad pondus L: maior autem est
H C, quàm C G; erit & pondus E pondere L maius. diuidatur ita-
17. Quin. que pondus E in duas partes N O ita, vt pars O sit ipsi L æqualis,
Cor. 4. quinti. erit H C ad C G, vt totum N O ad O; & diuidendo, vt H G ad G
18. Quinti. C, ita N ad O: conuertendoque vt C G ad G H, ita O ad N. &
23. Quinti. iterum componendo, vt C H ad H G, ita O N ad N. vt autem G
H ad H B, ita est F ad O N. quare ex æquali, vt C H ad H B, ita F
11. Quinti. ad N. sed vt C H ad H B ita est Q ad R; erit igitur Q ad R, vt
16. Quinti. F ad N; & permutando, vt Q ad F, ita R ad N. est autem pars Q
ipsi F æqualis; quare & pars R ipsi N æqualis erit. Itaque cùm pon-
dus L sit ipsi O æquale, & pondus F ipsi Q etiã æquale, atque pars

R ipsi

R ipsi N æqualis; erunt pondera LM ipsis EF ponderibus æqualia. & quoniam est, vt AC ad CG, ita pondus E ad pondus L; pondera EL æqueponderabunt. similiter quoniam est, vt AC ad CB, ita pundus F ad pondus M; pondera quoque FM æqueponderabunt. Pondera igitur LM ponderibus EF in BG appensis æqueponderabunt. cùm autem distantia CA æqualis sit distantiæ CH; si igitur vtraque pondera EF in H appendantur, pondera LM ipsis EF ponderibus in H appensis æqueponderabunt. sed LM ipsis EF in GB quoque æqueponderant: æquè igitur grauia erunt pondera EF in GB, vt in H appensa. tàm igitur ponderabunt in BG, quã in H appensa.

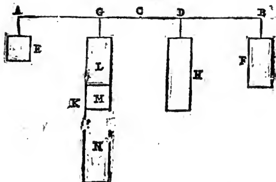
6. Primi. Archim. de æque.
2. Com. not. huius.
3. Com. not. huius.



Sint autem pondera EF in CB appensa; sitque C libræ centrũ; & diuidatur CB in H, ita vt CH ad HB sit, vt pondus in F ad E. Dico pondera EF tàm in CB ponderare, quàm in puncto H. fiat CA ipsi CH æqualis, & vt CA ad CB, ita fiat pondus F ad aliud D, quod appendantur in A. Quoniam enim CH est æqualis CA, erit CH ad CB, vt F ad D; & maior quidem est CB, quàm CH, idcirco D pondere F maius erit. Diuidatur ergo D in duas partes GK, sitque G ipsi F æqualis; erit vt BC ad CH, vt GK ad G; & diuidendo, vt BH ad HC, ita K ad G; & conuertendo, vt CH ad HB, ita G ad K. Vt autem CH ad HB, ita est F ad E. vt igitur G ad K, ita est F ad E; & permutando vt G ad F, ita K ad E. sunt autem GF æqualia; erunt & KE inter se sequalia. cùm itaque pars G sit ipsi F æqualis, & K ipsi E; erit totum GK ipsis EF ponderibus æquale. & quoniam AC est ipsi CH æqualis: si igitur pondera EF ex puncto H suspendantur, pondus D ipsis EF in H appensis æqueponderabit. sed & ipsis æquepõderat in CB, hoc est F in B, & E in C; cùm sit vt AC ad CB, ita F ad D. pondus enim E ex centro libræ C suspensum non efficit; vt libra in alterutram moueatur partem. tàm igitur grauia erunt pondera EF in CB, quàm in H appensa.

17. Quinti.
Cor. 4. quinti.
11. Quinti.
16. Quinti.

Sit



Sit denique libra A B, & ex punctis A B suspensa sint pondera E F: sitque centrum libræ C intra pondera; diuidaturque A B in D, ita vt A D ad D B sit, vt pondus F ad pondus E. Dico pondera E F tàm in A B ponderare, quàm si vtraque ex puncto D suspendantur fiat C G æqualis ipsi C D; & vt D C ad C A, ita fiat pondus E ad aliud H; quod appendatur in D. vt autem G C ad C B, ita fiat pondus F ad aliud K; appendaturque K in G. Quoniam enim est, vt B C ad C G, hoc est ad C D, ita pondus K ad F; erit K maius pondere F. quare diuidatur pondus K in L, & M N; fiatque pars L ipsi F æqualis; erit vt B C ad C D, vt totum L M N ad L; & diuidendo, vt B D
17.Quinti ad D C, ita pars M N ad partem L. vt igitur B D ad D C, ita pars M N
23.quinti ad F. vt autem A D ad D B, ita F ad E: quare ex æquali, vt A D ad D C, ita M N ad E. cùm verò A D sit ipsa C D maior; erit & pars M N
17.quinti. pondere E maior: diuidatur ergo M N in duas partes M N, sitque M
Cor. 4. quinti. æqualis ipsi E. erit vt A D ad D C, vt N M ad M; & diuidendo, vt A
11.quinti. C ad C D, ita N ad M: conuertendoque vt D C ad C A, ita M ad N. vt
16.quinti. 6. Primi autem D C ad C A, ita est E ad H; erit igitur M ad N vt E ad H; & per
Archi. de æquep. mutando, vt M ad E, ita N ad H. sed M E sunt inter se æqualia, erũt N H inter se se quoque æqualia. & quoniam ita est A C ad C D, vt H ad E: pondera H E æqueponderabunt, similiter quoniam est vt G C
2.Com. ad C B, ita F ad K, pondera etiam K F æqueponderabunt. pondera
no. huius. igitur E K H F in libra A B, cuius centrum C, æqueponderabunt. cũ autem G C ipsi C D sit æqualis, & pondus H sit ipsi N æquale: pondera N H æqueponderabunt. & quoniam omnia æqueponderant,
1. Com. demptis H N ponderibus, quæ æqueponderant, reliqua æquepon-
no. huius. derabunt, hoc est pondera E F & pondus L M ex centro libræ C suspensa.

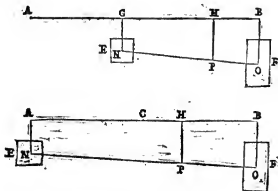
ſpenſa.quia verò pars L ipſi F eſt æqualis,& pars M ipſi E æqualis;erit totum LM ipſis FE ponderibus ſimul ſumptis æquale.& cùm ſit CG ipſi CD æqualis,ſi igitur pondera EF ex pūcto D ſuſpendantur,pondera EF in D appenſa ipſi LM ęqueponderabunt.quare LM tàm ipſis EF in AB appenſis æqueponderant,quàm in puncto D appenſis. libra enim ſemper eodem modo manet.Pondera ergo EF tàm in AB ponderabunt, quàm in puncto D. quod demonſtre oportebat. 3. Com. not. huius.

Hæc autem omnia (mechanicè tamen magis) aliter oſtendemus.

Sit libra AB, cuius centrum C; ſintque vt in primo caſu duo pondera EF ex punctis BG ſuſpenſa:ſitque GH ad HB, vt pondus F ad pondus E. Dico pondera EF tàm in GB ponderare,quàm ſi vtraque ex diuiſionis puncto H ſuſpendantur. Conſtruantur eadem,hoc eſt fiat AC ipſi CH æqualis, & ex puncto A duo appendantur pondera LM, ita vt pondus E ad pondus L, ſit vt CA ad CG; vt autem CB ad CA, ita ſit pondus M ad pondus F. pondera LM ipſis EF in GB appenſis(vt ſupra dictum eſt)æqueponderabunt.Sint deinde puncta NO centra grauitatis ponderum EF; connectanturque GN BO; iungaturque NO,quæ tanquam libra erit;quæ etiam efficiat lineas GN BO inter ſe ſe æquidiſtantes eſſe; à punctoque H horizonti perpendicularis ducatur HP, quæ NO ſecet in P, atque ipſis GN BO ſit æquidiſtans. denique connectatur GO, quæ HP ſecet in R. Quoniam igitur HR eſt lateri BO trianguli GBO æquidiſtans;erit GH ad HB, vt GR ad RO. ſimiliter quoniam RP eſt lateri GH trianguli OGN ęquidiſtans;erit GR ad RO, vt NP ad PO. quare vt GH ad HB, ita eſt NP ad PO. 2. Sexti.

vt autem

11. Quinti. vt autem GH ad HB, ita est pondus F ad pondus E; vt igitur NP ad PO, ita est pondus F ad pondus E. punctum ergo P centrum erit grauitatis magnitudinis ex vtrisque EF ponderibus compositæ. 6. Primi Archim. de æque. Intelligantur itaque pondera EF ita esse à libra NO connexa, ac si vna tantùm esset magnitudo ex vtrisque EF composita, in punctisque BG appensa. si igitur ponderum suspensiones BG 3. Huius. soluantur, manebunt pondera EF ex HP suspensa; sicuti in GB prius manebant. pondera verò EF in GB appensa ipsis LM ponderibus æqueponderant, & pondera EF ex puncto H suspensa, eandem habent constitutionem ad libram AB, quam in BG appensa: eadem ergo pondera EF ex H suspensa eisdem ponderibus LM æqueponderabunt. æquè igitur sunt grauia pondera EF in GB, vt in H appensa.

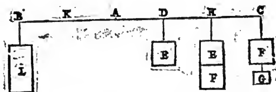


Similiter demonstrabitur, pondera EF in quibuscunque alijs punctis appensa tàm ponderare, quàm si vtraque ex diuisionis puncto H suspendantur. si enim (vt supra docuimus) in libra pondera inueniantur, quibus pondera EF æqueponderent; eadem pondera EF ex H suspensa eisdem inuentis ponderibus æqueponderabunt; cùm punctum P sit semper eorum centrum grauitatis; & HP horizonti perpendicularis.

PRO-

PROPOSITIO. VI.

Pondera æqualia in libra appensa eam in grauitate proportionem habent; quam distantiæ, ex quibus appenduntur.



Sit libra B A C suspensa ex puncto A; & secetur A C vtcunque in D: ex punctis autem D C appendantur æqualia pondera E F. Dico pondus F ad pondus E eã in grauitate proportionem habere, quam habet distantia C A ad distantiam A D. fiat enim vt C A ad A D, ita pondus F ad aliud pondus, quod sit G. Dico primum pondera G F ex puncto C suspensa tantùm ponderare, quantùm pondera E F ex punctis D C. Secetur D C bifariam in H, & ex H appendantur vtraque pondera E F. ponderabunt E F simul sumpta in eo situ, quantùm ponderant in D C. ponatur B A æqualis A H, seceturque B A in K, ita vt sit K A æqualis A D: deinde ex puncto B appendatur pondus L duplum ponderis F, hoc est æquale duobus ponderibus E F, quod quidem æqueponderabit ponderibus E F in H appensis, hoc est appensis in D C. Quoniam igitur, vt C A ad A D, ita est pondus F ad pondus G; erit componendo vt C A A D ad A D, hoc est vt C K ad A D, ita pondera F G ad pondus G. sed cùm sit, vt C A ad A D, ita F pondus ad pondus G; erit conuertendo, vt D A ad A C, ita pōdus G ad pondus F; & consequentium dupla, vt D A ad duplam ipsius A C, ita pondus G ad duplum ponderis F, hoc est ad pondus L. Quare vt C K ad D A, ita pondera F G ad pondus G; & vt A D ad duplam ipsius A C, ita pondus G ad pondus L; ergo ex æquali, vt C K ad duplam ipsius A C, ita pondera F G ad pondus L. sed vt C K ad duplam A C, ita dimidia C K, videlicet A H, hoc est B A, ad A C. Vt igitur B A ad A C, ita F G pondera ad pondus L. Quare ex sexta eiusdem primi Archimedis, duo pondera F G ex puncto C suspensa tantùm ponderabunt, quantùm pondus L ex B; hoc est quantùm

5. Huius.

18 Quinti.

Cor. 4. quinti.

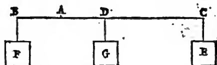
22. Quinti.

H pondera

pondera E F ex punctis D C suspensa. Itaque quoniam pondera F G tantùm ponderant, quantùm pondera E F; sublato communi ponde re F, tam ponderabit pondus G in C appensum, quàm pondus E in D. ac propterea pondus F ad pondus E eam in grauitate proportionem habet, quam habet ad pondus G. sed pondus F ad G erat, vt C A ad A D; ergo & F pondus ad pondus E eam in grauitate proportionem habebit, quam habet C A ad A D. quod demonstrare oportebat.

7. Quinti.

Si verò in libra B A C pōdera E F ęqualia ex punctis B C suspendantur; similiter dico pondus E ad pondus F eam in grauitate proportionem habere, quàm habet distantia C A ad distantiam A B. fiat A D ipsi A B æqualis, & ex puncto D suspendatur pondus G æquale ponderi F; quod etiam ipsi E erit ęquale. & quoniam A D est æqualis ipsi A B; pondera F G æqueponderabunt, eandemque habebunt grauitatem. cùm autem grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis G sit, vt C A ad A D; erit grauitas ponderis E ad grauitatē ponderis F, vt C A ad A D, hoc est C A ad A B. quod erat quoque ostendendum.



ALITER.

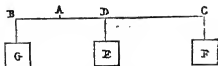
Sit libra B A C, cuius cētrum A; in punctis verò B C pondera appendantur æqualia G F; sitque primū centrum A vtcunque inter B C. Dico pondus F ad pondus G eam in grauitate proportionem habere, quam habet distantia C A ad distantiam A B. fiat vt B A ad A C, ita pondus F ad aliud H, quod appendatur in B: pondera H F ex A æqueponderabunt. sed cùm pondera F G sint æqualia, habebit pondus H ad pondus G eandem proportionem, quam habet ad F. vt igitur C A ad A B, ita est H ad G. vt autem H ad G, ita est grauitas ipsius H ad grauitatem ipsius G; cùm in eodem puncto B sint appensa. quare vt C A



6. Primi Archim. de æque.
7. Quinti.

vt C A ad A B, ita grauitas ponderis H ad grauitatem ponderis G. cùm autem grauitas ponderis F in C appensi sit æqualis grauitati ponderis H in B, erit grauitas ponderis F ad grauitatem ponderis G, vt C A ad A B, videlicet vt distantia ad distantiam. quod demonstrare oportebat.

Si verò libra B A C secetur vtcunque in D. & in D C appendantur pondera æqualia E F. Dico similiter ita esse grauitatem ponderis F ad grauitatem pōderis E, vt distantia C A ad distantiam A D. fiat A B æqualis ipsi A D, & in B appendatur pondus G æquale ponderi E, & ponderi F. Quoniam enim A B est ęqualis A D; pondera G E æqueponderabunt. sed cùm grauitas ponderis F ad grauitatem ponderis G sit, vt C A ad A B, & grauitas ponderis E sit æqualis grauitati ponderis G; erit gauitas ponderis F ad grauitatem ponderis E, vt C A ad A B, hoc est vt C A ad A D. quod demonstrare oportebat.

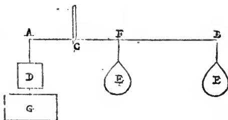


COROLLARIVM.

Ex hoc manifestum est, quò pondus à centro libræ magis distat, eò grauius esse; & per consequens velocius moueri.

Hinc præterea Stateræ quoque ratio facilè ostendetur. Stateræ ratio.

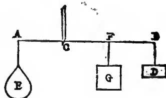
Sit enim ſtateræ ſcapus A B, cuius trutina ſit in C; ſitque ſtateræ appendiculum E. appendatur in A pondus D, quod æqueponderet appẽdiculo E in F appenſo, aliud quoque appendatur pondus G in A, quod etiam appendiculo E in B appenſo æqueponderet. Dico grauitatem ponderis D ad grauitatem ponderis G ita eſſe, vt CF ad CB. Quoniam enim grauitas ponderis D eſt æqualis grauitati ponderis E in F appenſi, & grauitas ponderis G eſt æqualis grauitati ponderis E in B; erit grauitas ponderis D ad grauitatem ponderis E in F, vt grauitas ponderis G ad grauitatem põderis E in B; & permutando, vt grauitas ponderis D ad grauitatẽ ponderis G, ita grauitas ipſius E in F, ad grauitatem ipſius E in B; grauitas autem ponderis E in F ad grauitatem ponderis E in B eſt, vt CF ad CB; vt igitur grauitas ponderis D ad grauitatem ponderis G, ita eſt CF ad CB. ſi ergo pars ſcapi C B in partes diuidatur æquales, ſolo pondere E, & propius, & longius à puncto C poſito; ponderum grauitates, quæ ex puncto A ſuſpenduntur inter ſeſe notæ erũt. Vt ſi diſtantia C B tripla ſit diſtantiæ CF, erit quoque grauitas ipſius G grauitatis ipſius D tripla. quod demonſtrare oportebat.



14. Quinti. — 6. Huius.

Alio quoque modo ſtatera vti poſſumus, vt ponderum grauitates notæ reddantur.

Sit ſcapus A B, cuius trutina ſit in C; ſitque ſtateræ appendiculum E, quod appendatur in A; ſintquè pondera D G inæqualia, quorum inter ſe ſe grauitatum proportiones quærimus: appendatur pondus D in B, ita vt ipſi E æqueponderet. ſimiliter pondus G appendatur in F, quod eidem ponderi E æqueponderet. dico D ad G ita eſſe, vt CF ad CB. Quoniam enim pondera DE æqueponderant, erit D ad E, vt CA ad CB. cũm autem pondera quo



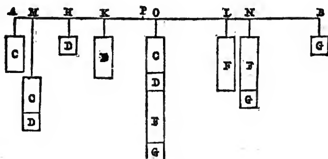
6. Primi Archim. de æquep.

que G E æqueponderent,erit pondus E ad pondus G, vt F C ad C A; quare ex æquali pondus D ad pondus G ita erit, vt C F ad C B, quod ostendere quoque oportebat. 37. Quinti.

PROPOSITIO VII.

PROBLEMA.

Quotcunque datis in libra ponderibus vbicunque appensis, centrum libræ inuenire, ex quo si suspendatur libra, data pondera maneant.



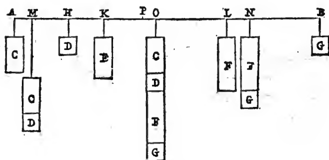
Sit libra A B, sintque data quotcunque pondera C D E F G. accipiantur in libra vtcunque puncta A H K L B, ex quibus data pondera suspendantur. Centrum libræ inuenire oportet, ex quo si fiat suspensio, data pondera maneant. Diuidatur A H in M, ita vt H M ad M A, sit vt grauitas ponderis C ad grauitatem ponderis D. deinde diuidatur B L in N, ita vt L N ad N B, sit vt grauitas ponderis G ad grauitatem ponderis F. diuidaturque M N in O, ita vt M O ad O N sit, vt grauitas ponderum F G ad grauitatem ponderum C D. tandemquè diuidatur K O in P, ita vt K P ad P O, sit vt grauitas pōderum C D F G ad grauitatem ponderis E. Quoniam igitur pondera C D F G tàm ponderant in O, quàm C D in M, & F G in N; æqueponderabunt pondera C D in M, & F G in N, & pondus E in K, si ex puncto P suspendantur. cùm verò pondera C D tantùm ponderent in M, quantùm in A H, & F G in N, quantùm in L B; pondera C D F G ex A H L B punctis suspensa, & pondus E ex K, si ex P suspendantur, æqueponderabunt, atque manebunt. Inuentum est er- 5. Huius.

go

go centrum libræ P, ex quo data põdera manent. quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

Ex hoc manifestum est, si ponderum C D E F G centra grauitatis essent in A H K L B punctis; esset punctum P magnitudinis ex omnibus C D E F G ponderibus compositæ centrum grauitatis.



Hoc enim ex definitione centri grauitatis patet, cùm pondera, si ex puncto P suspendantur, maneant.

DE VECTE.

LEMMA.



INT quatuor magnitudines A B C D; ſitque A maior B, & C maior D. Dico A ad D maiorem habere proportionem; quàm habet B ad C.

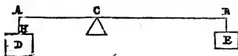


Quoniam enim A ad C maiorem habet proportionem, quàm B ad C; & A ad D maiorem quoque habet proportionem, quam habet ad C: A igitur ad D maiorem habebit, quam B ad C. quod demonſtrare oportebat. 8.Quinti.

PROPOSITIO I.

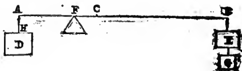
Potentia ſuſtinens pondus vecti appenſum; eandem ad ipſum pondus proportionem habebit, quam vectis diſtantia inter fulcimentum, ac ponderis ſuſpenſionem ad diſtantiam à fulcimento ad potentia interiectam.

Sit



Sit vectis A B, cuius fulcimentum C; sitque pondus D ex A suspensum A H, ita vt A H sit semper horizonti perpẽdicularis: sitque potentia sustinens pondus in B. Dico potentiam in B ad pondus D
6. Primi Archim. de æquep. ita esse, vt C A ad C B. fiat vt B C ad C A, ita pondus D ad aliud põdus E, quippè quod si in B appendatur; ipsi D æqueponderabit, existente C amborum grauitatis centro. quare potentia æqualis ipsi E ibidẽ constituta ipsi D æqueponderabit, vecte A B, eius fulcimento
Ex 7 quinti. in C collocato, hoc est prohibebit, ne pondus D deorsũ vergat, quẽadmodum prohibet pondus E. Potentia verò in B ad pondus D eãdem habet proportionem, quam pondus E ad idem pondus D: ergo potentia in B ad pondus D erit, vt C A ad C B; hoc est vectis distantia à fulcimento ad ponderis suspendium ad distantiam a fulcimento ad potentiam. quod demonstrare oportebat.

Hinc facilè ostendi potest, fulcimentum quò ponderi fuerit propius, minorem ad idem pondus sustinendum requiri potentiam.



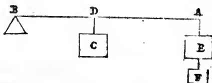
Iisdem positis, sit fulcimentum in F ipsi A propius, quàm C; fiatque vt B F ad F A, ita pondus D ad aliud G, quod si appenda-
Ex eadem Sexta. tur in B, pondera D G ex fulcimento F æqueponderabunt. quoniam autem B F maior est B C, & C A maior A F; maior erit proportio B F
Lemma. ad F A, quàm B C ad C A: & ideo maior quoque erit proportio ponderis D ad pondus G quàm idem D ad E: pondus igitur G minus erit
10. Quinti. pondere E. cùm autem potentia in B ipsi G æqalis ponderi D æqueponderet, minor potentia, quàm ea, quę ponderi E est æqualis, pondus D sustinebit; existente vecte A B, eius verò fulcimento vbi F, quã si fuerit vbi C. similiter quoque ostendetur, quò propius erit fulcimentum ponderi D, adhuc semper minorem requiri potentiam ad sustinendum pondus D.

COROL-

PROPOSITIO II.

Alio modo vecte vti possumus.

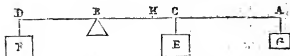
Sit vectis AB, cuius fulcimentum sit B, & pōdus C vtcunque in D inter AB appensum; sitque potentia in A sustinens pondus C. Dico vt BD ad BA, ita esse potentiā



in A ad pondus C. appendatur in A pondus F æquale ipsi C; & vt AB ad BD, ita fiat pondus E ad aliud F. & quonian pondera C E sunt inter se se æqualia, erit pondus C ad pondus F, vt AB ad BD. appendatur quoque pondus F in A. & quoniam pondus E ad pondus F est vt grauitas ipsius E ad grauitatem ipsius F; & pondus E ad F est, vt AB ad BD; vt igitur grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis F, ita est AB ab BD. vt autem AB ad BD, ita est grauitas ponderis E ad grauitatem quia fulcimentum A est tanquam centrum, & vt AB ad BD ita pondus E ad C, & secundum de libra ponderis C; quare grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis F ita erit, vt grauitas pōderis E ad grauitatem ponderis C. Pondera igitur CF eandem habent grauitatem. Ponatur itaque potentia in A sustinens pondus F; erit potentia in A æqualis ipsi ponderi F. & quoniam pondus F in A appensum æquè graue est, vt pondus C in D appensum; eandem proportionem habebit potentia in A ad grauitatem ponderis F in A appensi, quam habet ad grauitatem ponderis C in D appensi. Potentia verò in A ipsi F æqualis sustinet pondus F, ergo potentia in A pondus quoque C sustinebit. Itaque cùm potentia in A sit æqualis ponderi F, & pondus C ad pondus F sit, vt AB ad BD; erit pondus C ad potentiam in A, vt AB ad BD. & è conuerso, vt BD ad BA, ita potentia in A ad pondus C. potentia ergo ad pondus ita erit, vt distantia fulcimento, ac ponderis suspensioni intercepta ad distantiam à fulcimento ad potentiam. quod oportebat demonstrare.

In sexta huius de libra
Ex 11. quinti.
6. Huius. de libra.
Ex 9. quinti.
Ex 7. quinti.
Cor. 4. quinti.

ALITER.



Sit vectis A B, cuius fulcimentum sit B, & pondus E ex puncto C suspensum; sitque vis in A sustinens pondus E. Dico vt BC ad BA, ita esse potentiam in A ad pondus E. Producatur A B in D, & fiat B D æqualis B C; & ex puncto D appenndatur pondus F æquale ponderi E; itemque ex puncto A suspendatur pondus G ita, vt pondus F ad pondus G eandem habeat proportionem, quam A B ad B D. pondera F G æqueponderabunt. cùm autem sit C B æqualis B D, pondera quoque F E æqualia æqueponderabunt. pondera verò F E G in libra, seu vecte D B A appensa, cuius fulcimentum est B, non æqueponderabunt; sed ex parte A deorsum tendent. ponatur itaque in A tanta vis, vt pondera FEG æqueponderent; erit potentia in A æqualis ponderi G. pondera enim FE æque ponderant, & vis in A nihil aliud efficere debet, nisi sustinere pondus G, ne descendat. & quoniam pondera FEG, & potentia in A æqueponderant, demptis igitur FG ponderibus, quæ æqueponderant, reliqua æque ponderabunt; scilicet potentia in A ponderi E; hoc est potentia in A pondus E sustinebit, ita vt vectis AB maneat, vt prius erat. Cùm autem potentia in A sit æqualis ponderi G, & pondus E ponderi F æquale; habebit potentia in A ad pondus E eandem proportionem, quam habet BD, hoc est BC ad BA. quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM I.

Ex hoc etiam (vt prius) manifestum esse potest, si ponatur pondus E propius fulcimento B, vt in H, minorem potentiam in A sustinere posse ipsum pondus.

Minorem

Minorem enim proportionem habet H B ad B A, quam C B ad B A. & quò propius pondus erit fulcimento, adhuc semper minorē posse potentiam sustinere pondus E similiter ostendetur. 8.Quinti.

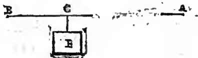
COROLLARIVM II.

Sequitur etiam potentiam in A semper minorem esse pondere E.

Sumatur enim inter A B quoduis punctum C, semper B C minor erit B A.

COROLLARIVM III.

Ex hoc quoque elici potest, si duæ fuerint potentiæ, vna in A, altera in B, & vtraq; sustentet pondus E, potentiam in A ad potentiam in B esse, vt B C ad C A.



Vectis enim B A fungitur officio duorū vectium: & A B sunt tanquam duo fulcimenta, hoc est quando A B est vectis, & potentia sustinens in A; erit eius fulcimentum B. Quando verò B A est vectis, & potentia in B; erit A fulcimentum: & pondus semper ex puncto C remanet suspensum. & quoniā potentia in A ad pondus E est, vt B C ad B A: vt autem pondus E ad potentiam, quę est in B, ita est B A ad A C; erit ex æquali, potentia in A ad potentiam in B, vt B C ad C A. & hoc modo facile etiam proportionem, quæ in Quæstionibus Mechanicis quæstione vigesima nona ab Aristotele ponitur, nouisse poterimus. 22.Quinti.

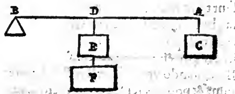
COROLLARIVM. IIII.

Est etiam manifestum, vtrasque potentias in A; & B simul sumptas æquales esse ponderi E.

Pondus enim E ad potentiam in A est, vt B A ad B C; & idem pōdus E ad potentiam in B est, vt B A ad A C; quare pondus E ad vtrasque potentias in A, & B simul sumptas est, vt A B ad B C C A simul, hoc est ad B A. pondus igitur E vtrisque potentijs simul sumptis æquale erit.

PROPOSITIO III.

Alio quoque modo vecte vti possumus.



Sit Vectis A B, cuius fulcimentum B; sitque ex puncto A pondus C appensum; sitque potentia in D vtcunque inter A B sustinens pōdus C. Dico vt A B ad B D, ita esse potentiam in D ad pondus C. Appendatur ex puncto D pondus E æquale ipsi C; & vt B D ad B A, ita fiat pondus E ad aliud F. & cùm pondera C E sint inter se se æqualia; erit pondus C ad pondus F, vt B D ad B A. appendatur pondus F quoque in D. & quoniam pondus E ad ipsum F est, vt grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis F; & pōdus E ad pondus F est, vt B D ad B A: vt igitur grauitas ponderis E
In sexta huius de libr. ad grauitatem ponderis F, ita est B D ad B A. vt autem B D ad B A, ita est grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis C; quare grauitas
6. Huius de libra. ponderis E ad grauitatem ponderis F eandem habet proportionem, quam habet ad grauitatem ponderis C. pondera ergo C F eandem habent grauitatem. sit igitur potentia in D sustinens pondus
9. Quinti. F erit potentia in D ipsi ponderi F æqualis. & quoniam pondus F in D æquè graue est, vt pondus C in A; habebit potentia in D eandem
7. Quinti. proportionem ad grauitatem ponderis F, quam habet ad grauitatem ponderis C. sed potentia in D pondus F sustinet; potentia igitur in D pondus quoque C sustinebit; & pondus C ad potentiam in D

ita

ita erit, vt pondus C ad pondus F; & C ad F est, vt B D ad B A; erit igitur pondus C ad potentiam in D, vt B D ad B A: & conuertendo, vt A B ad B D, ita potentia in D ad pondus C. potentia ergo ad pondus est, vt distantia à fulcimento ad ponderis suspendium ad distantiam à fulcimento ad potentiam. quod demonstrare oportebat.

ALITER.



Sit vectis A B, cuius fulcimentum B; & ex puncto A sit pondus C suspensum; sitque potentia in D sustinens pondus C. Dico vt A B ad B D, ita esse potentiam in D ad pondus C. Producatur A B in E, fiatque B E æqualis ipsi B A; & ex puncto E appendatur pondus F ęquale ponderi C; & vt B D ad B E, ita fiat pondus F ad aliud G, quod ex puncto D suspendatur. pondera F G æqueponderabunt. & quoniam A B est æqualis B E, & pondera F C æqualia; similiter pondera F C æqueponderabunt. pondera verò F G C suspensa in vecte E B A, cuius fulcimentum est B non æqueponderabunt; sed ex parte A deorsum tendent. Ponatur igitur in D tanta vis, vt pondera F G C æqueponderent; erit potentia in D ęqualis ponderi G: pondera enim F C æqueponderant, & potentia in D nil aliud efficere debet, nisi sustinere pondus G ne descendat. & quoniam pondera F G C, & potentia in D æqueponderant, demptis igitur F G ponderibus, quæ ęqueponderant, reliqua æqueponderabunt, scilicet potentia in D ponderi C hoc est potẽtia in D pondus C sustinebit, ita vt vectis A B maneat, vt prius. & cùm potentia in D sit æqualis ponderi G, & pondus C ęquale ponderi F; habebit potentia in D ad pondus C eandem proportionẽ, quam E B, hoc est AB ad BD. quod demonstrare oportebat.



COROL-

COROLLARIVM I.

Ex hoc etiam patet, vt prius, si constituatur pondus fulcimento B propius, vt in H; à minori potentia pondus ipsum sustineri debere.

8.Quinti. Minorem enim proportionem habet H B ad B D, quàm A B ad B D. & quò propius erit fulcimento, adhuc semper minorem requiri potentiam.

COROLLARIVM II.

Manifestum quoque est, potentiam in D semper maiorem esse pondere C.

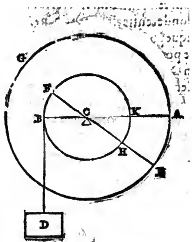
Si enim inter A B sumatur quoduis punctum D, semper A B maior erit B D.

Eraduertendum est hasce, quas attulimus demonstrationes non solum vectibus horizonti æquidistantibus, verùm etiam vectibus horizonti inclinatis ad hæc omnia ostendenda commodè aptari posse; quod ex ijs, quæ de libra diximus; patet.

PROPOSITIO IIII.

Si potentia pondus in vecte appensum moueat; erit spatium potentiæ motæ ad spatium moti ponderis, vt distantia à fulcimento ad potentiam ad distantiam ab eodem ad ponderis suspensionem.

Sit vectis A B, cuius fulcimentum C; & ex puncto B sit pondus D suspensum; sitque potentia in A mouens pondus D vecte A B. Dico spatium potētiæ in A ad spatium ponderis ita esse, vt C A ad C B. Moueatur vectis A B, & vt pōdus D sursum moueatur, oportet B sursum moueri, A verò deorsum. & quoniam C est punctū immobile; idcirco dum A, & B mouentur, circulorum circumferentias describent. Moueatur igitur A B in E F; erunt A E B F circulorum circumferentiæ, quorū



semidiametri

ſemidiametri ſunt C A C B. tota compleatur circumferentia A
G E, & tota B H F; ſintque K H puncta, vbi A B, & E F circu-
lum B H F ſecant. Quoniam enim angulus B C F eſt æqualis angulo 15. Primi.
H C K; erit circumferentia K H circumferentiæ B F æqualis. cùm au- Ex 26. tertij.
tem circumferentiæ A E K H ſint ſub eodem angulo A C F, & cir-
cumferentia A E ad totam circumferentiam A G E ſit, vt angulus A
C E ad quatuor rectos; vt autem idem angulus H C K ad quatuor re-
ctos, ita quoque eſt circumferentia H K ad totam circumferentiam
H B K; erit circumferentia A E ad totam circumferentiam A G E, vt
circumferentia, K H ad totam K F H. & permutando, vt circumfe- 16. Quinti.
rentia A E ad circumferentiam K H, hoc eſt B F, ita tota circumfe-
rentia A G E ad totam circumferentiam B H F. tota verò circumfe-
rentia A G E ita ſe habet ad totam B H F, vt diameter circuli A E G 23. Octaui Pappi.
ad diametrum circuli B H F. Vt igitur circumferentia A E ad circũ-
ferentiam B F, ita diameter circuli A G E ad diametrum circuli B H 11. Quinti.
F: vt autem diameter ad diametrum, ita ſemidiameter ad ſemidiame
trum, hoc eſt C A ad C B: quare vt circumferentia A E ad circumfe-
rentiam B F, ita C A ad C B, circumferentia verò A E ſpatium eſt po-
tentiæ motæ, & circumferentia B F eſt æqualis ſpatio ponderis D mo
ti. ſpatium enim motus ponderis D ſemper æquale eſt ſpatio motus
puncti B, cùm in B ſit appenſum; ſpatium ergo potentiæ motæ ad ſpa
tium moti ponderis eſt. vt diſtantia à fulcimento ad potentiam ad di,
ſtantiam ab eodem ad ponderis ſuſpenſionem. quod demonſtrare
oportebat.

Sit autem vectis A B, cuius fulcimentum B; potentia què mouens in A; & pondus in C. dico ſpatium potentiæ translatæ ad ſpatium tráslati ponderis ita eſſe, vt B A ad B C. Moueatur vectis, & vt pondus ſurſum attollatur, neceſſe eſt puncta C A ſurſum moueri. Moueatur igitur A ſurſum vſque ad D; ſitque vectis motus B D. eodemque modo (vt prius dictum eſt) oſtendemus puncta C A circulorum circumferentias deſcribere, quorum ſemidiametri ſunt B A, B C. ſimili-

terque

terque ostendemus ita esse A D ad C E, vt semidiameter A B ad semidiametrum B C. Eademque ratione, si potentia esset in C, & pondus in A, ostendetur ita esse C E ad A D, vt B C ad B A; hoc est distantia à fulcimento ad potentiam ad distantiam ab eodem ad ponderis suspensionem. quod oportebat demonstrare.

COROLLARIVM.

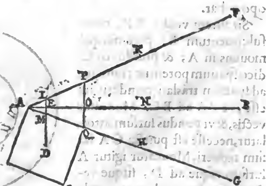
Ex his manifestum est maiorem habere proportionem spatium potentię mouentis ad spatium ponderis moti, quàm pondus ad eandem potentiam.

Spatium enim potentiæ ad spatium ponderis eandem habet, quam pondus ad potentiam pondus sustinentem; potentia verò sustinens
8. Quinti. minor est potentia mouente, quare minorem habebit proportionem pondus ad potentiam ipsum mouentem, quàm ad potentiam ipsum sustinentem. spatium igitur potentiæ mouentis ad spatium ponderis maiorem habebit proportionem, quàm pondus ad eandem potentiam.

PROPOSITIO V.

Potentia quomodocunque vecte pondus sustinens ad ipsum pondus eandem habebit proportionem, quam distantia à fulcimento ad punctum, vbi à centro grauitatis ponderis horizonti ducta perpendicularis vectem secat, intercepta, ad distantiam inter fulcimentum, & potentiam.

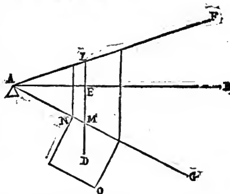
Sit vectis A B horizonti ęquidistans cuius fulcimentum N; sit deinde pondus A C, cuius centrum grauitatis sit D, quod primùm sit infra vectem; pondus verò sit ex punctis A O suspensum: & à puncto D horizonti, & ipsi A B perpendicularis ducatur D E. si verò alij sint quoque vectes A F A G, quorum fulcimenta sint H K; pondusque A C in vecte A G ex punctis A Q sit appensum; in vecte autem A F in punctis A P: lineaque D E producta secet A F in L,



in L, & AG in M. dico potentiam in E pondus AC sustinentem ad ipsum pondus eam habere proportionem, quam habet KL ad KF, & potentiam in B ad pondus eam habere, quam NE ad NB, & potentiam in G ad pondus eam, quam HM ad HG. Quoniam enim DL horizonti est perpendicularis, pondus AC vbicunque in linea DL fuerit appensum, eodem modo, quo reperitur, manebit quare in vecte AB si suspensiones, quæ sunt ad AO soluantur, pondus AC in E appensum eodem modo manebit, sicuti nunc manet: hoc est sublato puncto A, & linea QO, eodem modo pondus in E appensum manebit, vt ab ipsis AO punctis sustinebatur: ex commẽtario Federici Commandini in sextam Archimedis propositionẽ de quadratura parabolę, & ex prima huius de libra. Itaque quoniam pondus AC eandem ad libram habet constitutionem, siue in AO sustineatur, siue ex puncto E sit appensum, eadem potentia in B idem pondus AC, siue in E, siue in AO suspensum sustinebit. potentia verò in B sustinens pondus AC in E appensum ad ipsum pondus ita se habet, vt NE ad NB, potentia igitur in B sustinens pondus AC ex punctis AO suspensum ad ipsum pondus ita erit, 1. Huius vt NE ad NB. Non aliter ostendetur pondus AC ex puncto L suspensum manere, sicuti à punctis AP sustinetur, potentiamque in F ad ipsum pondus ita esse, vt KL ad KF. In vecte verò AG pondus AC in M appensum ita manere, vt à punctis AQ sustinetur, potentiamque in G ad pondus AC ita esse, vt HM ad HG, hoc est vt distantia à fulcimento ad punctum, vbi à centro grauitatis ponderis horizonti ducta perpẽdicularis vectem secat, ad distantiam à fulcimento ad potentiam. quod demonstrare oportebat.

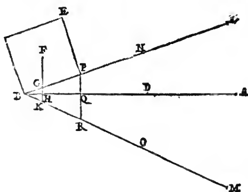
Si autem FBG essent vectium fulcimenta, potentiæque essent in KNH pondus sustinentes, simili modo ostendetur ita esse potẽtiam in H ad pondus, vt GM ad GH, & potentiam in N ad pondus, vt BE ad BN, ac potentia in K ad pondus, vt FL ad FK.

Et si vectes A B A F A G habeant fulcimenta in A, & pondus sit N O; deinde ab eius centro grauitatis D ducatur ipsi A B, & horizonti perpendicularis D M E L; sintque potentiæ in F B G: similiter ostendetur ita esse potentiam in G pondus



N O sustinentem ad ipsum pondus, vt A M ad A G; ac potentiam in B, vt A E ad A B; & potentiam in F, vt A L ad A F.

Sit deinde vectis A B horizonti æquidistans, cuius fulcimentum D; & sit B E pondus, cuius cẽtrum grauitatis sit F supra vectem; à puncto que F horizonti, & ipsi A B ducatur perpendicularis F H; pondusque à puncto



B, & PQ sustineatur. Sint deinde alii vectes B L B M, quorum fulcimenta sint N O; lineaque F H producta secet B M in K, & B L in G; pondus autem in vecte B L in punctis B P sustineatur; in vecte autem B M à puncto B, & P R. Dico potentiam in L pondus B E vecte B L sustinentem ad ipsum pondus eam habere proportionẽ, quam NG ad N L; & potentiam in A ad pondus eam habere, quã D H ad D A; potentiamque in M ad pondus eam, quam O K ad O M. Quoniam enim à centro grauitatis F ducta est K F horizonti perpendicularis, ex quocunque puncto lineæ K F sustineatur pondus, manebit; vt nunc se habet. si igitur sustineatur in H, manebit
1. Huius de libra. vt prius: scilicet sublato puncto B, & P Q, quæ pondus sustinent,

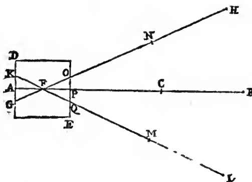
pondus

pondus BE manebit, sicuti ab ipsis sustinebatur. quare in vecte AB grauescet in H, & ad vectem eandem habebit constitutionem, quam prius: idcirco erit, ac si in H esset appensum. eadem igitur potentia idem pondus BE, siue in H, siue in B, & Q suffultum, sustinebit. Potentia verò in A sustinens pondus BE vecte AB in H appensum ad ipsum pondus eandem habet proportionem, quam DH ad DA: eadem ergo potentia in A sustinens pondus BE in punctis BQ sustentatum ad ipsum pondus erit, vt DH ad DA. Similiter ostendetur pondus BE si in G sustineatur, manere: sicuti à punctis BP sustinebatur; & in puncto K, vt à punctis BR. quare potentia in L sustinens pondus BE ad ipsum pondus ita erit, vt NG ad NL. potentia verò in M ad pondus, vt OK ad OM: hoc est vt distantia à fulcimento ad punctum, vbi à centro grauitatis ponderis horizonti ducta perpendicularis vectem secat, ad distantiam à fulcimento ad potentiam. quod demonstrare quoque oportebat. 1. Huius.

Si verò LAM essent fulcimenta, & potentiæ in NDO, similiter ostendetur ita esse potentiam in N ad pondus, vt LG ad LN: & potentiam in D, vt AH ad AD: & potentiam in O, vt MK ad MO.

Et si vectes BA BL BM habeant fulcimenta in B, & pondus supra vectem sit NO: & ab eius centro grauitatis F ducatur ipsi AB, & horizonti perpendicularis FD EG: sintquè potẽtiæ in LAM: similiter ostendetur ita esse potentiam in L pondus sustinentem ad ipsum pondus, vt BD ad BL: & potentiam in A ad pondus, vt BE ad BA, atque potentiam in M, vt BG ad BM.

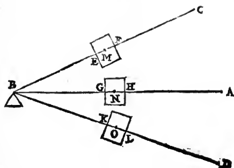
Sit deniquè vectis A B horizonti æquidistans, cuius fulcimentum C, & pondus D E habeat centrũ grauitatis F in ipso vecte A B; sintque denique alij vectes G H K L, quorum fulcimenta sint M N; pondusque in vecte GH sustineatur à punctis G O; in vecte autem A B à punctis A P; & in vecte K L à punctis K Q; & centrum grauitatis F sit quoque in vtroque vecte G H K L; sintque potentiæ in H B L. Dico potentiam in H ad pondus ita esse, vt N F ad N H; & potentiam in B ad pondus, vt C F ad CB; ac potentiam in L ad pondus, vt M F ad M L. Quoniam enim F centrum est grauitatis ponderis D E, si igitur in F sustineatur, pondus D E manebit sicut prius, per deffinitionem centri grauitatis, eritque ac si in F esset appensum; atque in vecte eodem modo manebit, siue à punctis A P, siue à puncto F sustineatur. quod idem in vectibus G H K L eueniet; scilicet pōdus eodem modo manere, siue in F, siue in G O, vel in K Q sustineatur. eadem igitur potentia in B idem pondus D E, vel in F, vel in A P appensum sustinebit: & quando appensum est in F ad ipsum pondus est, vt C F ad C B, ergo potentia sustinens pondus D E in A P appensum ad ipsum pondus erit, vt C F ad C B. eodemq; modo potentia in H ad pondus in G O appensum ita erit, vt N F ad N H. potentiaque in L ad pondus in K Q appensum erit, vt M F ad M L. quod ostendere quoque oportebat.



Si verò H B L essent fulcimenta, & potentiæ essent in N C M; similiter ostendetur potentiã in N ad pondus ita esse, vt H F ad HN; & potentiam in C, vt B F ad B C, & potentiam in M, vt L F ad LM,

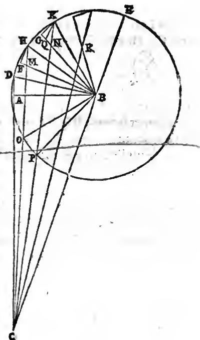
Et si

Et si vectes BAB CBD habeant fulcimenta in B, sintque pondera in EFGH KL, ita vt eorum centra MNO grauitatis sint in vectibus; sintq; potentiæ in CAD: similiter ostendetur potentiam in C ad pondus EF ita esse, vt BM ad BC, & potentiam in A ad pondus GH, vt BN ad BA, potentiamque in D ad pondus KL, vt BO ad BD.



PROPOSITIO VI.

Sit AB recta linea, cui ad angulos sit rectos AD, quæ ex parte A producatur vtcunque vsque ad C; connectaturque CB, quæ ex parte B quoque producatur vsque ad E. ducantur deinde à puncto B vtcunque inter AB BE lineæ BF BG ipsi AB æquales; à punctisque FG ipsis perpendiculares ducantur FH GK, quæ & inter se se, & ipsi AD constituantur æquales, ac si BA AD motæ sint in BF FH, & in BG GK; connectanturque CH CK, quæ lineas BF BG in punctis MN secent. Dico BN minorem esse BM & BM ipsa BA.



Connectantur BD BH BK. & quoniam duæ lineæ DA AB duabus HF FB sunt æquales, & angulus DAB rectus

recto

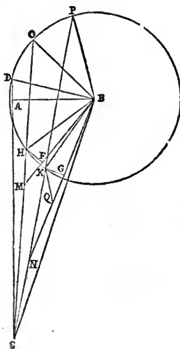
recto HFB est etiam æqualis; erunt reliqui anguli reliquis æquales, & HB ipsi DB æqualis. similiter ostendetur triangulum BKG triangulo BHF æqualem esse. quare centro B, interuallo quidem vna ipsarum circulus describatur DHKE, qui lineas CH CK secet in punctis OP; connectanturque OB PB. Quoniam igitur
8. Tertij. punctum K propius est ipsi E, quàm H: erit linea CK maior ipsa CH, & CP ipsa CO minor: ergo PK ipsa OH maior erit. Quoniam autem triangulum BKP æquicrure latera BK BP lateribus BHBO trianguli BHO æquicruris æqualia habet, basim
25. Primi verò KP basi HO maiorem, erit angulus KBP angulo HBO
5. Primi. maior. ergo reliqui ad basim anguli, hoc est KPB PKB simul sumpti, qui inter se sunt æquales, reliquis ad basim angulis, nempè OHB HOB, qui etiam inter se sunt æquales, minores erunt; cùm omnes anguli cuiuscunque trianguli duobus sint rectis æquales. quare & horum dimidij, scilicet NKB minor MHB. Cùm autem angulus BKG æqualis sit angulo BHF, erit NKG ipso MHF maior. si igitur à puncto K constituatur angulus GKQ ipsi FHM æqualis, fiet triangulum GKQ triangulo FHM æquale; nam duo anguli ad FH vnius duobus ad GK alterius sunt æquales, & latus FH la
26. Primi teri GK est æquale, erit GQ ipsi FM æquale. ergo GN maior erit ipsa FM. Cùm itaque BG ipsi BF sit æqualis, erit BN minor ipsa BM. Quòd autem BM sit ipsa BA minor, est manifestum; cùm BM ipsa BF, quæ ipsi BA est æqualis, sit minor. quod demonstrare oportebat.

Insuper si intra BG BE alia vtcunque ducatur linea ipsi BG æqualis; fiatque operatio, quemadmodum supra dictum est; similiter ostendetur lineam BR minorem esse BN. & quò proprius fuerit ipsi BE, adhuc minorem semper esse.

Si verò æqualia triangula BFH BGK sint deorsum inter BC BA constituta; connectanturque HC KC, quæ lineas BF BG ex parte FG productas in punctis MN secent, erit BN maior BM, & BM ipsa BA.

Nam

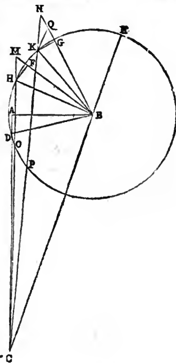
Nam producatur C H CK vſque ad circumferentiam in O P, Connectanturque B O B P: ſimili modo oſtendetur lineam P K maiorem eſſe O H, angulumque P K B minorem eſſe anlo O H B. & quoniam angulus B H F eſt æqualis angulo B K G erit totus P K G angulus angulo O H F minor; quare reliquus G K N reliquo F H M maior erit. ſi itaque conſtituatur angulus G K Q ipſi F H M æqualis, linea K Q ipſam G N ita ſecabit, vt G Q ipſi F M æqualis euadat: quare maior erit G N, quam F M: quibus ſi æquales adiiciantur B F B G, erit B N ipſa B M maior. & cùm B M ſit ipſa F B maior, erit quoque ipſa B A maior. ſimiliter oſtẽdetur, quò propius fuerit B G ipſi B C, lineam B N ſemper maiorem eſſe.



PRO-

PROPOSITIO. VII.

Sit recta linea AB, cui perpendicularis existat AD, quæ ex parte D producatur vtcunque vsque ad C; connectaturque CB, quæ producatur etiã vsque ad E; inter AB BE lineæ similiter vtcunque ducatur BF BG ipsi AB æquales; à punctisque FG lineæ FH GK ipsi AD æquales ipsis vero BF BG perpendiculares ducantur; ac si BA AD motæ sint in BF FH BG GK: Connectanturque CH CK, quæ lineas BF BG productas secent in punctis M N. Dico BN maiorem esse BM, & BM ipsa BA.

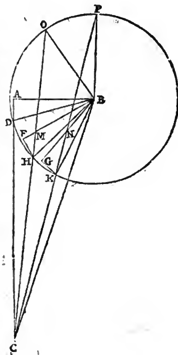


Connectantur BD BH BK, & centro B, interuallo quidem BD, circulus describatur. similiter vt in præcedenti demonstrabimus puncta K H D O P in circuli circũferentia esse, triangulaque ABD FBH GBK inter se æqualia esse, atque lineam PK maiorem OH, angulumque PKB minorem esse angulo OHB. Quoniã igitur angulus BHF æqualis est angulo BKG, erit totus angulus PKG angulo OHF minor: quare reliquus GKN reliquo FHM maior erit. si igitur fiat angulus GKQ ipsi FHM æqualis, erit triangulum GKQ triangulo FHM æquale, & latus GQ lateri FM æquale, ergo maior erit GN ipsa FM, ac propterea BN maior erit BM autem maior erit BA, nam BM maior est ipsa BF. quod demonstrare oportebat.

Eodemque prorsus modo, quo propius fuerit BG ipsi BE, lineam BN semper maiorem esse ostendetur.

Si

Si autem triangula BFH BGK deorsum inter AB BC constituantur, ducanturque CHO CKP, quæ lineas BF BG secent in punctis MN; erit linea BN minor ipsa BM, & BM ipsa BA.

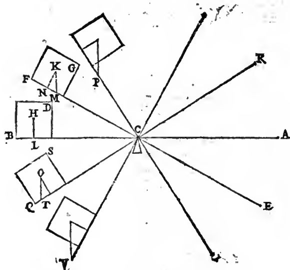


Connectantur enim BO BP, similiter ostendetur angulum PKB minorem esse OHB, & quoniam angulus FHB æqualis est angulo GKB; erit angulus GKN angulo FHM maior: quare & linea GN maior erit ipsa FM. ideoque linea BN minor erit linea BM. Cùm autem maior sit BF ipsa BM; erit BM ipsa BA minor. Similique modo ostendetur, quò propius fuerit BG ipsi BC, lineam BN semper minorem esse.

PROPOSITIO. VIII.

Potentia pondus sustinens cẽtrum grauitatis supra vectem horizonti æquidistantem habens, quò magis pondus ab hoc situ vecte eleuabitur; minori semper, vt sustineatur, egebit potentia: si verò deprimetur, maiori.

L Sit



Sit vectis AB horizonti æquidistans, cuius fulcimentum C; põdus autem BD, eiusdem verò grauitatis centrum sit supra vectem vbi H: sitque potentia sustinens in A. moueatur deinde vectis AB in EF, sitque pondus motum in FG. Dico primùm minorem potentiam in E sustinere pondus FG vecte EF, quàm potentia in A pondus BD vecte AB. sit K centrum grauitatis ponderis FG; deinde tũ ex H, tùm ex K ducantur HL KM ipsorum horizontibus perpendiculares, quę in centrum mundi conuenient; sitque HL ipsi quoque AB perpendicularis. ducatur deinde KN ipsi EF perpendicularis, quæ ipsi HL æquali, erit, & CN ipsi CL æqualis. Quo-
5. Huius niam enim HL horizonti est perpendicularis, potentia in A sustinens pondus BD ad ipsum pondus eam habebit proportionem, quam CL ad CA. rursus quoniam KM horizonti est perpendicularis, potentia in E pondus FG sustinens ita erit ad pondus, vt CM ad CE. Cùm autẽ CN NK ipsis CL LH sint æquales, angulosq;
6. Huius. rectos contineant; erit CM minor ipsa CL; ergo CM ad CA mi-
8. quinti. norem habebit proportionem, quam CL ad CA; & CA ipsi CE est æqualis, minorem igitur proportionem habebit CM ad CE, quàm CL ad CA: & cùm pondera BD FG sint æqualia, est enim idem pondus; ergo minor erit proportio potentiæ in E pondus FG

sustinen-

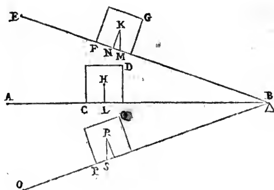
ſuſtinentis ad ipſum pondus, quàm potentiæ in A pondus B D ſuſtinentis ad ipſum pondus. Quare minor potentia in E ſuſtinebit pondus F G, quàm potentia in A pondus B D. & quò pōdus magis eleuabitur; ſemper oſtendetur minorem adhuc potentiam pondus ſuſtinere; cùm linea PC minor ſit linea CM. ſit deinde vectis in QR, & pōdus in QS, cuius cētrum grauitatis ſit O. dico maiorem requiri potentiā in R ad ſuſtinendū pondus QS, quàm in A ad pōdus BD. ducatur à centro grauitatis O linea O T horizonti perpendicularis. & quoniam H L O T, ſi ex parte, L, atq; T producantur, in centrū mundi conuenient; erit C T maior C L; eſt autem C A ipſi C R æqualis habebit ergo T C ad C R maiorem proportionem, quàm L C ad C A. Maior igitur erit potentia in R ſuſtinens pondus QS, quàm in A ſuſtinens B D. ſimiliter oſtendetur, quò vectis R Q magis à vecte A B diſtabit deorſum vergens, ſemper maiorem potentiam requiri ad ſuſtinendum pondus: diſtantia enim C V longior eſt C T. Quò igitur pondus à ſitu horizonti æquidiſtante magis eleuabitur à minori ſemper potentia pondus ſubſtinebitur; quò verò magis deprimetur, maiori, vt ſuſtineatur, egebit potentia. quod demonſtrare oportebat.

10 Quinti
6 Huius.
6 Huius. 8 Quinti. Ex 10 quinti.
6 Huius.

Hinc facile elicitur potentiam in A ad potentiam in E ita eſſe, vt C L ad C M.

Nam ita eſt L C ad C A, vt potentia in A ad pondus; vt autem C A, hoc eſt C E ad C M, ita eſt pondus ad potentiam in E; quare ex æquali potentia in A ad potentiam in E ita erit, vt C L ad C M. 22 Quinti

Similique ratione non ſolum oſtendetur, potentiam in A ad potētiam in R ita eſſe, vt C L ad C T; ſed & potentiam quoque in E ad potentiam in R ita eſſe, vt C M ad C T. & ita in reliquis.



Sit deinde uectis A B horizonti æquidistans, cuius fulcimentum B; & centrum grauitatis H ponderis C D sit supra vectem; moueaturque vectis in B E, pondusque in F G. dico minorem potentiam in E sustinere pondus F G vecte E B, quàm potentia in A pondus C D vecte A B. sit K centrum grauitatis ponderis F G, & à cētris grauitatum H K ipsorum horizontibus perpendiculares ducan-
6 Huius. 8 Quinti. tur B L K M. Quoniam enim (ex supra demonstratis) B M minor est B L, & B E ipsi B A æqualis; minorem habebit proportionem
5 Huius. B M ad B E: quàm B L ad B A. sed vt B M ad B E, ita potentia in E sustinens pondus F G ad ipsum pondus; & vt B L ad B A, ita potentia in A ad pondus C D; minorem habebit proportionem potentia in E ad pondus F G, quàm potentia in A ad pondus C D.
10 Quin. Ergo potentia in E minor erit potentia in A. similiter ostendetur, quò magis pondus eleuabitur, semper minorem potentiam pondus sustinere. Sit autem vectis in B O, & pondus in P Q, cuius centrum grauitatis sit R. dico maiorem potentiam in O requiri ad sustinendum pondus P Q vecte B O, quàm pondus C D vecte B A. ducatur à puncto R horizonti perpendicularis R S. & quoniam B S
6 Huius. maior est B L, habebit B S ad B O maiorem proportionem, quàm B L ad B A; quare maior erit potentia in O sustinens pondus P Q, quàm potentia in A sustinens pondus C D. & hoc modo ostendetur, quò vectis B O magis à vecte A B deorsum tendens distabit, semper maiorem ponderi sustinendo requiri potententiam.

Hinc quoque vt supra patet potentiam in A ad potentiam in E esse, vt B L ad B M: potentiamque in A ad potentiam in O, vt B L ad

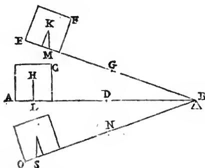
L ad BS. atque potentiam in E ad potentiam in O, vt BM ad BS.

Præterea si in B alia intelligatur potentia, ita vt duæ sint potentiæ pondus sustinentes; minor erit potentia in B sustinens pondus PQ vecte BO, quàm pondus CD vecte BA. ex aduerso autem maior requiritur potentia in B ad sustinendum pondus FG vecte BE, quàm pondus CD vecte AB. ducta enim KN ipsi EB perpendicularis, erit EN ipsi AL æqualis; quare EM ipsa LA maior erit. ergo maiorem habebit proportionem EM ad EB, quàm LA ad AB; & LA ad AB maiorem, quàm SO ad OB; quæ sunt proportiones potentiæ ad pondus. 8. Quinti. 5. Huius.

Similiter ostendetur potentiam in B pondus vecte AB sustinentem ad potentiam in eodem puncto B vecte EB sustinentem esse ut LA ad EM ad potentiam autem in B pondus uecte OB sustinentem ita esse, vt AL ad OS. quæ uerò uectibus EB OB sustinent inter se se esse, ut EM ad OS.

Deinde ut in iis, quæ superius dicta sunt, demonstrabimus potentiam in B ad potentiam in E eam habere proportionem, quam EM ad MB; & potentiam in B ad potentiam in A ita esse, vt AL ad LB, potentiamque in B ad potentiam in O, vt OS ad SB. 3. Cor. 2. Huius.

Sit autem vectis AB horizonti æquidistans, cuius fulcimentum B, grauitatisque centrum H põderis AC sit supra vectẽ: moueaturque vectis in BE, ac pondus in EF, potentiaque in G. similiter vt supra ostendetur potentiam in G pondus EF sustinentem minorẽ esse potentia in D pondus AC



sustinente. cùm enim minor sit BM ipsa BL, minorem habebit proportionem MB ad BG, quàm LB ad BD. atque hoc modo ostendetur, quò pondus vecte magis eleuabitur, minorem semper ad pondus sustinendum requiri potentiam. Similiter si moueatur vectis in BO, potentiaque sustinens in N, ostendetur potentiam in N maiorem esse potentia in D. maiorem enim habet proportionem SB ad BN,

ad BN, quàm LB ad BD. oſtendetur etiam, quò magis pondus deprimetur; maiorem ſemper (vt ſuſtineatur) requiri potentiam. quod demonſtrare oportebat.

Hinc quoq; liquet potentias in GDN inter ſe ſe ita eſſe, vt BM ad BL, atque vt BL ad BS, denique vt BM ad BS.

COROLLARIVM.

Ex his manifeſtum eſt, ſi potentia vecte ſurſum moueat pondus, cuius centrum grauitatis ſit ſupra vectem, quò magis pondus eleuabitur; ſemper minorem potentiam requiri vt pondus moueatur.

Vbi enim potentia pondus ſuſtinens eſt ſemper minor, erit quoq; ipſum mouens ſemper minor.

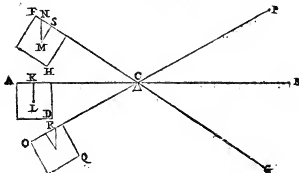
Ex ijs etiam demonſtrabitur, ſi centrum grauitatis eiuſdem ponderis, ſiue propinquius, ſiue remotius fuerit à vecte AB horizonti æquidiſtante, eandem potentiam in A pondus nihilominus ſuſtinere; vt ſi centrum grauitatis H ponderis BD longius abſit à vecte BA, quàm centrum grauitatis N ponderis PV, dummodo ducta à puncto H perpendicularis HL horizonti, vectique AB tranſeat per N; ſitque pondus PV ponderi BD æquale; erit tùm pondus BD, tùm pondus PV, ac ſi ambo in L eſſent appenſa; atque ſunt æqualia,

qualia, cùm loco vnius ponderis accipiantur, eadem igitur potentia in A sustinens pondus BD, pondus quoque PV sustinebit. Vecte autem EF, quò centrum grauitatis longius fuerit à vecte, eò facilius potentia idem pondus sustinebit: vt si centrum grauitatis K ponderis FG longius sit à vecte EF, quàm centrum grauitatis X ponderis YZ; ita tamen vt ducta à puncto K vecti FE perpendicularis transeat per X; sitque pondus FG ponderi YZ æquale; & à punctis KX ipsorum horizontibus perpendiculares ducantur KM X9; erit C9 maior CM; ac propterea pondus FG in vecte erit, ac si in M esset appensum, & pondus YZ, ac si in 9 esset appēsum. quoniam autem maiorem habet proportionem C9 ad CE, quàm CM ad CE, maior potentia in E sustinebit pondus YZ, quàm FG. In vecte autem QR è conuerso demonstrabitur, scilicet quò centrum grauitatis eiusdem ponderis sit longius à vecte, eò maiorem esse potentiam pondus sustinentem. maior enim est CT, quàm CI; & ob id maiorem habebit proportionem CT ad CR, quàm CI ad CR. Similiter demonstrabitur, si pondus intra potentiam, & fulcimentum fuerit collocatum; vel potentia intra fulcimentum, & pondus. Quod idem etiam potentiæ eueniet mouenti. vbi enim minor potentia sustinet pondus, ibi minor potentia mouebit; & vbi maior in sustinendo, ibi maior quoque in mouendo requiretur. 8 Quinti.

PROPOSITIO. VIIII.

Potentia pondus sustinens infra vectem horizonti æquidistantem ipsius centrum grauitatis habens, quò magis ab hoc situ vecte pondus eleuabitur maiori semper potentia, vt sustineatur, egebit. si verò deprimetur, minori.

Sit



Sit vectis A B horizonti æquidistans, cuius fulcimentum C; sitq; pondus A D, cuius centrum grauitatis L sit infra vectem; sitque potentia in B sustinens pondus A D: moueatur deinde vectis in F G, & pondus in F H. Dico primum maiorem requiri potentiam in G ad sustinendum pondus F H vecte F G, quàm sit potentia in B pondere existente A D vecte autem A B. sit M grauitatis centrum ponderis F H, & à punctis L M ipsorum horizontibus perpendiculares du cantur L K M N: ipsi verò F G perpẽdicularis ducatur M S, quæ æqualis erit L K, & C K ipsi C S erit etiam ęqualis. Quoniam igitur
7 Huius. C N maior est C K, habebit N C ad C G maiorem proportionem,
8 Quinti. quàm C K ad C B; potentia uerò in B ad pondus A D eandem ha
5 Huius. bet, quam K C ad C B: & vt potentia in G ad pondus F H, ita est N C ad C G; ergo maiorem habebit proportionem potentia
10. quinti in G ad pondus F H, quàm potentia in B ad pondus A D. maior igitur est potentia in G ipsa potentia in B. si verò vectis sit in O P, & pondus in O Q; erit potentia in B maior, quàm in P.
7 Huius. eodem enim modo ostendetur C R minorem esse C K, & C R ad C P minorem habere proportionem, quàm C K ad C B; & ob id potentiam in B maiorem esse potentia in P. & hoc modo ostendetur, quò magis à situ A B pondus eleuabitur, semper maiorem potentiam ad pondus sustinendum requiri. è contra verò si deprimetur quod demonstrare oportebat.

Hinc quoque facilè elici potest potentias in P B G inter se se ita esse, vt C R ad C K: & vt C K ad C N; atque vt C N ad C R.

Sit deinde vectis A B horizonti æquidistans, cuius fulcimentum B; pondusque C D habèat centrum grauitatis O infra vectem; sitq; potentia in A sustinens pondus C D. Moueatur deinde vectis in B E B F, pondusque transferatur in G H K L. Dico maiorem requiri potentiam in E, vt pondus sustineatur, quàm in A; & maiorem in A, quàm in F. ducantur à cētris grauitatum horizontibus perpendiculares N M O P Q R, quæ ex parte N O Q protractæ in centrum mūdi conuenient. similiter vt supra ostendetur B M maiorem esse B P, & B P maiorem B R; & B M ad B E maiorem habere proportionē, quàm B P ad B A; & B P ad B A maiorem, quam B R ad B F: & propter hoc potentiam in E maiorem esse potentia in A; & potentiam in A maiorem potentia in F. & quò vectis magis à situ A B eleuabitur, semper ostendetur, maiorem requiri potentiam ponderi sustinendo. si verò deprimetur, minorem. 7 Huius.

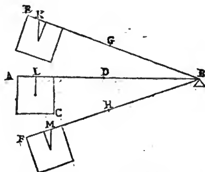
Hinc patet etiam potentias in E A F inter se se ita esse, vt B M ad B P; & vt B P ad B R; ac vt B M ad B R.

Insuper si in B altera sit potentia, ita vt duæ sint potentiæ pondus sustinentes, maiore opus est potentia in B pondus K L sustinente vecte B F, quàm pondus C D vecte A B. & adhuc maiore vecte A B, quàm vecte B E. maiorem enim habet proportionem R F ad F B, quàm P A ad A B; & P A ad A B maiorem habet, quàm E M ad E B.

Similiterque oſtendetur potentias in B pondus vectibus ſuſtinẽtes inter ſe ſe ita eſſe, vt EM ad AP; & ut AP ad FR; atque ut EM ad FR.

3. Cor. 2. Huius. Præterea potentia in B ad potentiam in F ita erit, vt RF ad RB; & potentia in B ad potentiam in A, ut PA ad PB, & potentia in B ad potentiam in E, vt EM ad MB.

Sit autẽ vectis AB horizonti æquidiſtans, cuius fulcimentũ B; & pondus AC, cuius centrum grauitatis ſit infra vectẽ: ſitque potentia in D pondus ſuſtinens, moueaturque vectis in BE BF, & potentia in G H: ſimiliter oſtendetur potentiã in G maiorem eſſe debere potentia in D; & potentiam in D maiorem potentia in H. maiorem enim proportionem habet KB ad BG, quàm BL ad BD, & BL ad BD maiorem. quàm MB ad BH. & hoc modo oſtendetur, quò vectis magis à ſitu AB eleuabitur, adhuc ſemper maiorem eſſe debere potentiam pondus ſuſtinentem. quò autem magis deprimetur; minorem quod demonſtrare oportebat.



Similiter in his potentię in GDH inter ſe ſe ita erunt, vt BK ad BL, & vt BL ad BM, denique vt BK ad BM.

COROLLARIVM.

Ex his patet etiam, ſi potentia vecte ſurſum moueat pondus, cuius centrum grauitatis ſit infra vectem; quò magis pondus eleuabitur, ſemper maiorem requiri potentiam, vt pondus moueatur.

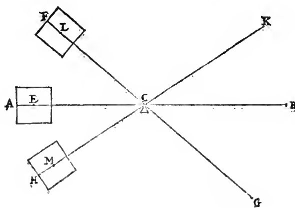
Nam ſi potentia pondus ſuſtinens ſemper eſt maior: erit quoque potentia mouens ſemper maior.

Et his

Et his etiam facilè elicietur, si centrum grauitatis eiusdem ponderis, siue propius, siue remotius fuerit à vecte A B horizonti æquidistante; eandem potentiam in B pondus sustinere. vt si centrum grauitatis L ponderis A D sit remotius à vecte B A, quàm centrum grauitatis N ponderis P V; dummodo ducta à puncto L perpendicularis L K horizonti, vectique A B transeat per N: similiter vt in præcedenti ostendetur, eandem potentiam in B, & pondus A D, & pondus P V sustinere. In vecte autem E F, quò centrum grauitatis longius aberit à vecte, eò maiori opus erit potentia ponderi sustinendo. vt centrum grauitatis M ponderis F H remotius sit à vecte E F, quàm S centrum grauitatis ponderis X Z; ducantur à punctis M S horizontibus perpendiculares M I S G; erit C I maior C G: ea propterea maior esse debet potentia in E pondus F H sustinens, quàm pondus X Z. Contra verò in vecte O R ostendetur, quò scilicet centrum grauitatis eiusdem ponderis longius absit à vecte, à minori potentia pondus sustineri. minor enim est C Y, quàm C T. Similiquoque modo demonstrabitur, si pondus sit intra potentiam, & fulcimentum; vel potentia intra fulcimentum, & pondus. Quod idē potentiæ eueniet mouenti: vbi enim minor potentia sustinet pondus ibi minor potentia mouebit. & vbi maior potentia in sustinendo; ibi quoque maior in mouendo aderit.

PROPOSITIO X.

Potentia pondus sustinens in ipso vecte centrum grauitatis habens, quomodocunque vecte transferatur pondus; eadem semper, vt sustineatur, potentia opus erit.



Sit vectis A B horizonti æquidistás, cuius fulcimentum C. E verò centrum grauitatis ponderis in ipso sit vecte. Moueatur deinde vectis in F G, H K; & centrum grauitatis in L M. dico eandem potentiam in K B G idemmet semper sustinere pondus. Quoniam enim pō- 5 Huius. dus in vecte A B perinde se habet, ac si esset appensum in E; & in vecte G F, ac si esset appensum in L; & in uecte H K, ac si in M esset appensum; distantiæ verò C L C E C M sunt inter se se æquales; nec non C K C B C G inter se æquales; erit potentia in B ad pondus, vt C E ad C B; atque potentia in K ad pondus, vt C M ad C K; & potentia in G ad pondus, vt C L ad C G. eadem igitur potentia in K B G idem translatum pondus sustinebit. quod demonstrare oportebat.

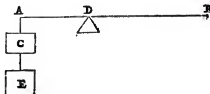
Similiter ostendetur, si pondus esset intra potentiam, & fulcimentum, vel potentia inter fulcimentum, & pondus. quod idem potentiæ mouenti eueniet.

PRO-

PROPOSITIO. XI.

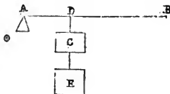
Si vectis distantia inter fulcimentum, & potentiam ad distantiam fulcimẽto, punctumque, vbi à centro grauitatis ponderis horizonti ducta perpendicularis vectem secat, interiectam maiorem habuerit proportionem, quàm pondus ad potentiam; pondus vtique à potentia mouebitur.

Sit vectis A B, ex pũctoque A suspendatur pondus c; hoc est punctum A semper sit punctum, vbi perpendicularis à grauitatis centro ponderis ducta vectem secat; sitq; potentia in



B, ac fulcimentum sit D; & D B ad D A maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam in B. Dico pondus c à potentia in B moueri. fiat vt B D ad D A, ita pondus E ad potentiam in B atque pondus E quoque appendatur in A: patet potentiam in B æqueponderare ipsi E, hoc est pondus E sustinere. & quoniam B D ad D A maiorem habet proportionem, quàm c ad potentiam in B; & vt B D ad D A, ita est pondus E ad potentiam: igitur E ad potentiam maiorem habebit proportionem, quàm pondus C ad eandem potentiam. quare pondus E maius erit pondere C. & cum potentia ipsi E æqueponderet, potentia igitur ipsi c non æqueponderabit, sed sua ui deorsum verget. pondus igitur c à potentia in B mouebitur vecte A B, cuius fulcimentum est D. 3 Huius. 10. Quinti.

Si verò sit vectis AB, & fulcimentum A, pondusque c in D appensum, & potentia in B; & B A ad A D maiorem habeat proportionem, quàm pondus c ad potentiam in B. dico pondus c à potentia in B moueri. fiat vt B A ad A D; ita pondus E ad potentiam in B: & si E appendatur in D, potentia in B pondus E sustinebit. sed cùm B A ad A D maiorem habeat proportionem, quã pondus 2 Huius.



pondus C ad potentiam in B; & vt B A ad A D, ita est pondus E ad potentiam in B: pondus igitur E ad potentiam, quæ est in B, maiorem habebit proportionem, quàm pondus C ad eandem potentiam. & ideo pondus E maius erit pondere C. potentia verò in B sustinet pondus E; ergo potentia in B pondus C minus pondere E in D appensum mouebit vecte A B, cuius fulcimentum est A.

2 Huius. 10 Quinti.

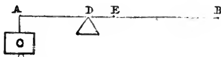
Sit rursus uectis A B, cuius fulcimentum A; & pondus C in B sit appensum; sitque potentia in D: & D A ad A B maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam, quę est in D. dico pondus C à potentia in D moueri. fiat vt D A ad A B, ita pondus E ad potentiam in D; & sit pondus E ex puncto B suspensum: potentia in D pondus E sustinebit. sed D A ad A B maiorem habet proportionem, quàm C ad potentiam in D; & vt D A ad A B, ita est pondus E ad potentiam in D; pondus igitur E ad potentiã, quæ est in D, maiorem habebit proportionem, quàm pondus C ad eandem potentiam. quare pondus E maius est pondere C. & cùm potentia in D pondus E sustineat, potentia igitur in D pondus C in B appensum vecte A B, cuius fulcimentum est A, mouebit, quod demonstrare oportebat.



ALITER.

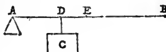
Sit vectis AB, & pondus C in A appensum & potentia in B; sitque fulcimentum D; & D B ad DA maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam in B. dico pondus C à potentia in B moueri. fiat B E ad E A, vt pondus C ad potentiam erit punctum E inter B D. oportet enim B E ad E A minorem proportionem, quàm D B ad D A, & ideo B E minor erit B D. & quoniam potentia in B sustinet pondus C in A appensum vecte AB, cuius fulcimentum E; minor igitur potentia in B, quàm data, idem pondus

3 Huius.



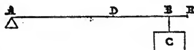
dus sustinebit fulcimento D. data ergo potentia in B pondus C mouebit uecte A B, cuius fulcimentum est D.

Sit deinde vectis A B, & fulcimentum A, & pondus C in D appensum, sitque potentia in B; & A B ad A D maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam



in B. dico pondus C à potentia in B moueri. Fiat A B ad A E, vt pondus C ad potentiam; erit similiter punctum E inter B D. necesse est enim A E maiorem esse A D. & si pondus C esset in E appensum, potentia in B illud sustineret. minor autem potentia in B, quã data, sustinet pondus C in D appensum; data ergo potentia in B pondus C in D appensum vecte A B, cuius fulcimentum est A, mouebit. 8. quinti. 2 Huius. 1. Cor. 2. Huius.

Sit rursus vectis A B, cuius fulcimentum A, & pondus C in B sit appensum; sitque potentia in D; & D A ad A B maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam in C. dico pondus C à potentia in D moueri, fiat vt pondus C ad potentiam, ita D A ad A E; erit A E maior A B: cùm maior sit proportio D A ad A B, quàm D A ad A E. & si pondus C appendatur in E, patet potentiam in D sustinere pondus C in E appensum. minor autem potentia, quàm data, sustinet idem pondus C in B: data igitur potentia in D pōdus C in B appensum mouebit vecte A B, cuius fulcimantum est A quod oportebat demonstrare. 8. Quinti 3 Huius. 1. Cor. 3. Huius.



PROPOSITIO. XII.

PROBLEMA.

Datum pondus à data potentia dato vecte moueri.

Sit



Sit pondus A vt centum, potentia verò mouens sit vt decem; sitque datus vectis BC. oportet potentiam, quæ est decem pondus A centum vecte BC mouere. diuidatur BC in D, ita vt CD ad DB eandem habeat proportionem, quàm habet centum ad decem, hoc est decem ad vnum: etenim si D fieret fulcimentum, constat potentiam vt decem in C æqueponderare ponderi A in B appenso: hoc est pondus A sustinere. accipiatur inter BD quoduis punctum E, & fiat E fulcimentum. Quoniam.n. maior est proportio CE ad EB, quā CD ad DB; maiorem habebit proportionem CE ad EB, quàm pondus A ad potentiam decem in C: potentia igitur decem in C pondus A centum in B appensum vecte BC, cuius fulcimentum sit E, mouebit.

1. Huius. *Lemma huius.* *11. Huius.*

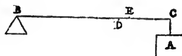
Si verò sit vectis BC, & fulcimentum B. diuidatur CB in D, ita vt CB ad BD eandem habeat proportionem, quam habet centum ad decem: & si pondus A in D suspendatur, & potentia in C, potentia vt decem in C pondus A in D appensum sustinebit. accipiatur inter DB quoduis punctum E, ponaturque pondus A in E; & cùm sit maior proportio CB ad BE, quàm BC ad BD; maiorem habebit proportionem CB ad BE, quàm pondus A cētum ad potentiam decem. potentia igitur decem in C pondus A centum in E appensum mouebit vecte BC, cuius fulcimentum est B. quod facere oportebat.



2. Huius. *8. Quinti.* *11. Huius.*

Hoc autem fieri non potest existente vecte BC, cuius fulcimentum sit B, & pondus A centū in C appensum: ponatur enim potentia sustinens pondus A vtcunque inter BC, vt in D, semper potentia maior erit pondere A. quare oportet datam potentiam maiorem esse pondere A. sit igitur

1. Cor. 3. Huius.



tur

tur potentia data vt centum quinquaginta. diuidatur B C in D, ita vt C B ad B D sit, vt centum quinquaginta ad cẽtum; hoc est tria ad duo: & si ponatur potentia in D, patet potentiam in D sustinere pondus A in C appensum. accipiatur itaque inter D C quoduis punctũ E, ponaturque potentia mouens in E; & cùm maior sit proportio E B ad B C, quàm D B ad B C; habebit E B ad B C maiorem proportionem, quàm pondus A ad potentiam in E. potentia igitur vt centum quinquaginta in E pondus A centum in C appensum vecte B C, cuius fulcimentum est B, mouebit. quod facere oportebat.

3 Huius. 8. quinti. 11. huius

COROLLARIVM.

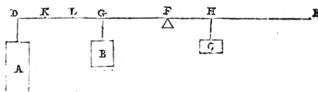
Hinc manifestum est si data potentia sit dato pondere maior; hoc fieri posse, siue ita existente vecte, vt eius fulcimentum sit inter pondus, & potentiam; siue pondus inter fulcimentum, & potentiam habente; siue demum potentia inter pondus, & fulcimentum constituta.

Sin autem data potentia minor, vel æqualis dato pondere fuerit; palam quoque est id ipsum dumtaxat assequi posse vecte ita existente, vt eius fulcimentum sit inter pondus, & potentiam; vel pondus intra fulcimentum, & potentiam habente.

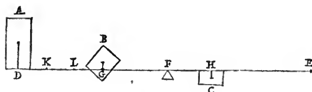
PROPOSITIO. XIII.

PROBLEMA.

Quotcunque datis in vecte ponderibus vbicunque appensis, cuius fulcimentum sit quoque datum, potentiam inuenire, quæ in dato puncto data pondera sustineat.



Sint data pondera ABC in vecte DE, cuius fulcimentum F, vbicunque in punctis DGH appensa: collocandaque sit potentia in puncto E. potentiam inuenire oportet, quæ in E data pondera ABC vecte DE sustineat. diuidatur DG in K, ita vt DK ad KG sit, vt pondus B ad pondus A; deinde diuidatur KH in L, ita vt KL ad LH, sit vt pondus C ad pondera BA; atque vt FE ad FL, ita fiant pondera ABC simul ad potentiam, quæ ponatur in E. dico potentiam in E data pondera ABC in DGH appensa vecte DE, cuius fulcimentum est F, sustinere. Quoniam
1. Huius. enim si pondera ABC simul essent in L appensa, potentia in E
5. Huius. de libra. data pondera in L appensa sustineret; pondera verò ABC tàm in L ponderant, quàm si C in H, & BA simul in K essent appensa; & AB in K tàm ponderant, quàm si A in D, & B in G appensa essent; ergo potentia in E data pondera ABC in DGH appensa vecte DE, cuius fulcimentum est F, sustinebit. Si autem potentia in quouis alio puncto vectis DE (præterquàm in F) constituenda
elset, vt in K; fiat vt FK ad FL, ita pondera ABC ad potentiã:
2. Huius. similiter demonstrabimus potentiam in K pondera ABC in punctis DGH appensa sustinere. quod facere oportebat.

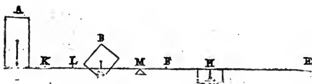


Ex hac, & ex quinta huius, si pondera A B C sint in vecte D E quomodocunque posita; oporteatque potentiam inuenire, quæ in E data pondera sustinere debeat: ducantur à centris grauitatum ponderum A B C horizontibus perpendiculares, quæ vectem D E in D G H punctis secent; cæteraque eodem modo fiant: manifestum est, potentiam in E, vel in K data pondera sustinere. idem enim est, ac si pondera in D G H essent appensa.

PROPOSITIO. XIIII.

PROBLEMA.

Data quotcunque pondera in dato vecte vbicunque; & quomodocunque posita à data potentia moueri.



Sit datus vectis D E, & sint data pondera vt in præcedenti corollario, sitque A vt centum, B vt quinquaginta, C vt triginta; dataq; potentia sit vt triginta. exponantur eadem, inueniaturque punctum L; deinde diuidatur L E in F, ita vt F E ad F L sit, vt centum octoginta ad triginta, hoc est sex ad vnam: & si F fieret fulcimentum, potentia vt triginta in E sustineret pondera A B C. accipiatur igitur inter L F quoduis punctum M, fiatque M fulcimentum; manifestum est potentiam in E vt triginta pondera A B C vt centum octoginta vecte D E mouere. quod facere oportebat. 13. Huius. 11. Huius.

Hoc autem vniuersè assequi minimè poterimus, si in extremitate vectis fulcimentum esset, vt in D; quia proportio D E, ad D L hoc est proportio ponderum A B C ad potentiam, quæ pondera sustinere debeat, semper est data. quod multo quoque minus fieri posset, si ponenda esset potentia inter D L.

PROPOSITIO. XV.

PROBLEMA.

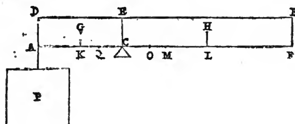
Quia verò dum pondera vecte mouentur, vectis quoque grauitatem habet, cuius nulla hactenus mentio facta est: idcirco primùm quomodo inueniatur potentia, quæ in dato puncto datum vectem, cuius fulcimentum sit quoque datũ, sustineat, ostendamus.

Sit datus vectis A B, cuius fulcimentum sit datum C; sitque pũctum D, in quo collocanda sit potentia, quæ vectem A B sustinere debeat, ita vt immobilis persistat. ducatur à puncto C linea C E horizonti perpendicularis, quę vectem A B in duas diuidat partes A E E F, sitque partis A E centrum grauitatis G, & partis E F centrum grauitatis H; à punctisque G H horizontibus perpendiculares ducantur G K H L, quæ lineam A F in punctis K L secent. quoniam enim vectis A B à linea C E in duas diuiditur partes A E E F; ideo vectis A B nihil aliud erit, nisi duo pondera A E E F in vecte, siue libra A F posita, cuius suspensio, siue fulcimentum est C. quare pondera A E E F ita erunt posita, ac si in K L essent appensa. diuidatur ergo K L in M, ita vt K M ad M L, sit vt grauitas partis E F ad grauitatem partis A E; & vt C A ad C M, ita fiat grauitas totius vectis A B ad potentiam, quæ si collocetur in D (dummodo D A horizonti perpendicularis existat) vecti æqueponderabit; hoc est vectę
13 Huius. A B deorsum premendo sustinebit. quod inuenire oportebat.

Si verò potentia in puncto B ponenda esset. fiat vt C F ad C M ita pondus A B ad potentiam. simili modo ostendetur potentiam in B vectem A B sustinere. similiterque demonstrabitur in quocunque alio situ (præterquàm in E) ponenda fuerit potentia, vt in N. fiat enim vt C O ad C M, ita A B ad potentiam; quæ si ponatur in N, vectem A B sustinebit.

Adijcia-

Adijciatur autem pondus in vecte appensum, siue positum; vt iisdem positis sit pondus P in A appensum; potentiaque sit ponenda in B, ita vt vectem A B vna cum pondere P sustineat.



Diuidatur A M in Q, ita vt A Q ad Q M sit, ut grauitas vectis A B ad grauitatem ponderis P; deinde vt C F ad C Q, ita fiat grauitas A B, & P simul ad potentiam, quæ ponatur in B: patet potentiam in B vectem A B vnà cum pondere P sustinere. Si uerò esset C A ad C M, vt A B ad P; esset punctum C eorum centrum grauitatis, & ideo vectis A B vnà cum pōdere P absque potentia in B manebit. sed si ponderum grauitatis centrum esset inter C F, vt in O; fiat vt C F ad C O, ita A B & P simul ad potentiam, quæ in B, & vectem A B, & pondus P sustinebit. 13 Huius. Ex sexta. 1. Arch. de æquep.

Similiter ostendetur, si plura essent pondera in vecte A B ubicūq; & quomodocunque posita.

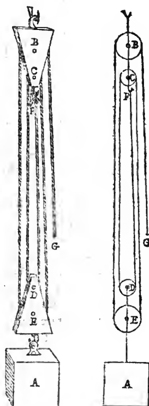
Insuper ex his nō solum, vt in decimaquarta huius docuimus, quo modo scilicet data pondera vbicunque in vecte posita data potentia dato vecte mouere possumus, eodem modo grauitate vectis considerata idem facere poterimus; verùm etiam accidentia reliqua, quæ supra absque vectis grauitatis consideratione demonstrata sunt; simili modo vectis grauitate considerata vnà cum ponderibus, vel sine ponderibus ostendentur.

DE TROCHLEA.



ROCHLEAE instrumento pondus multipliciter moueri potest; quia verò in omnibus est eadem ratio: ideo (vt res euidentior appareat) in ijs, quæ dicenda sunt, intelligatur pondus sursum ad rectos horizontis plani angulos hoc modo semper moueri.

Sit pondus A, quod ipsi horizontis plano sursum ad rectos angulos sit attollendum; & vt fieri solet, trochlea duos habens orbiculos, quorum axiculi sint in BC, supernè appendatur; trochlea verò duos similiter habens orbiculos, quorum axiculi sint in DE, pōderi alligetur: ac per omnes vtriusque trochleæ orbiculos circunducatur ductarius funis, quē in altero eius extremo, putà in F, oportet esse religatum. potentia autem mouēs ponatur in G, quæ dum descendit, pondus A sursum ex aduerso attolletur; quemadmodū Pappus in octauo libro Mathematicarum collectionum afferit; nec non Vitruuius in decimo de Architectura, & alij.



Quo-

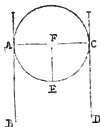
Quomodo autem hoc trochleæ instrumentum reducatur ad vectem; cur magnum pondus ab exigua virtute, & quomodo, quantoque in tempore moueatur; cur funis in vno capite debeat esse religatus; quodque superioris, inferiorisque trochleæ fuerit officium; & quomodo omnis in numeris data proportio inter potentiam, & pondus inueniri possit; dicamus.

LEMMA.

Sint rectæ lineæ A B C D parallelæ, quæ in punctis A C circulum A C E contingant, cuius centrum F. & F A F C connectantur. Dico A F C rectam lineam esse.

Ducatur F E ipsis A B C D æquidistans. & quoniam A B, & F E sunt parallelæ, & angulus B A F est rectus; erit & A F E rectus. eodemque modo C F E rectus erit. linea igitur A F C recta est. quod erat demonstrandum.

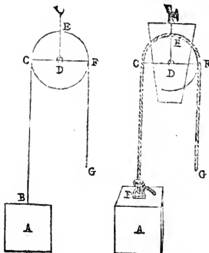
18.Tertij.
29.Primi.
14.Primi.



PROPOSITIO. I.

Si funis trochleæ supernè appensæ orbiculo circunducatur, alterumque eius extremum ponderi alligetur, altero interim à potentia pondus sustinente apprehenso: erit potentia ponderi æqualis.

Sit



Sit pondus A, cui alligatus sit funis in B; trochleaque habens orbiculum CEF, cuius centrum D, sursum appendatur; sitque D quoque centrum axiculi; & circa orbiculũ voluatur funis BCEFG; sitque potentia in G sustinens pondus A. dico potentiam in G ponderi A æqualem esse. Sit FG æquidistans CB. Quoniam igitur pondus A manet; erit CB horizõti plano perpendicularis: quare FG eidem plano perpendicularis erit. Sint CF pũcta in orbiculo, à quibus funes CB FG in horizontis planum ad rectos angulos descendunt; tangent BC FG orbiculum CEF in punctis C F. orbiculum enim secare nõ possunt, connectantur DC DF; erit CF recta linea, & anguli DCB DFG recti. Quoniam autem BC tũ horizonti, cùm ipsi CF est perpendicularis; erit linea CF horizonti æquidistans. cùm verò pondus appensum sit in BC, & potentia sit in G; quod idem est, ac si esset in F; erit CF tanquam libra, siue vectis, cuius centrum, siue fulcimentum est D; nam in axiculo orbiculus sustinetur; atque punctum D, cùm sit centrum axiculi, & orbiculi, etiam vtrisque circumuolutis immobile remanet Itaq, cùm distantia DC sit æqualis distantiæ DF, potentiaque in F ponderi A in C appenso æqueponderet, cùm pondus sustineat, ne deorsum vergat; erit potentia in F, siue in G (nam idem est) constituta ponderi A æqualis. Idem enim efficit potentia in G; ac si in G aliud esset appensum pondus æquale ponderi A; quæ pondera in CF appensa æquæponderabunt. Præterea, cùm in neutram fiat motus partem, idem erit vnico existente fune BCEFG hoc modo orbiculo circumuoluto, ac si duo essent funes BC FG alligati in vecte, siue libra CF.

1. Huius. de libra. 8. Vndecimi.

18. Tertij.

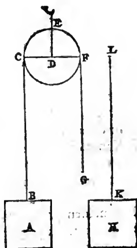
Ex 28. Primi.

1. Primi. Archim. de æquepond.

CO-

COROLLARIVM.

Ex hoc manifestum esse potest, idem pondus ab eadem potentia absque vllo huius trochleæ auxilio nihilominus sustineri posse.

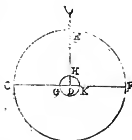


Sit enim pondus H æquale ponderi A, cui alligatus sit funis KL; sitq; potentia in L sustinents pondus H. cùm autem pondus absque vllo adminiculo sustinere volentes tanta vi opus sit, quanta ponderi est æqualis; erit potentia in L ponderi H ęqualis pondus verò H ipsi ponderi A est æquale, cui potentia in G est æqualis; erit igitur potentia in G potentiæ in L æqualis, quod idem est, ac si eadem potentia idem pondus sustineret.

Præterea si potentiæ in G, & in L inuicem fuerint ęquales, seorsum autē ponderibus minores; patet potentias ponderibus sustinendis non sufficere. si verò maiores, manifestum est pondera à pontentijs moueri. & sic in eadem esse proportione potentiā in L ad pondus H, veluti potentia in G ad pondus A.

Sed quoniam in demonstratione assumptum fuit axiculum circumuerti, qui vt plurimum immobilis manet; idcirco immobili quoque manente axiculo idem ostendatur.

Sit orbiculus trochleæ CEF, cuius centrum D; sitque axiculus GHK cuius idem sit centrum D. Ducatur CGDKF diameter horizonti æquidistans. & quoniam dũ orbiculus circumuertitur, circumferentia circuli CEF semper est æquidistãs circumferentiæ axiculi GHK; circa enim axiculum circumuertitur; & circulorum æquidistãtes circumferentiæ idem habent centrum; erit punctum D semper & orbiculi, & axiculi centrum. Itaque cùm DC sit æqualis DF, & DG ipsi DK; erit GC ipsi KF æqualis. si igitur in vecte, siue libra CF pondera pendantur æqualia, æqueponderabunt. distantia enim CG æqualis est distantiæ KF; axiculusque GHK immobilis gerit vicem centri, siue fulciméti. immobili igitur manente axiculo, si ponatur in F potentia sustinens pondus in C appensum; erit potentia in F ipsi ponderi æqualis. quod erat ostendendum.

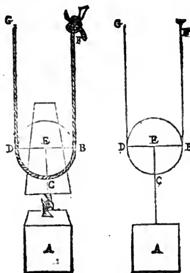


Et cùm idem prorsus sit, siue axiculus circumuertatur, siue minus liceat propterea in ijs, quæ dicenda sunt, loco axiculi centrum tantùm accipere.

PROPOSITIO. II.

Si funis orbiculo trochleæ ponderi alligatæ circumducatur, altero eius extremo alicubi religato, altero verò à potentia pondus sustinente apprehenso; erit potentia ponderis subdupla.

Sit



Sit pondus A; sit BCD orbiculus trochleæ ponderi A alligatæ, cuius centrum E; funis deinde FBCDG circa orbiculum voluatur, qui religetur in F; sitque potentia in G sustinens pondus A. dico potentiam in G subduplam esse ponderis A. sint funes FB GD puncti E horizonti perpẽdiculares, qui inter se se æquidistantes erunt; tangãtque funes FB GD circulum BCD in BD punctis. connectantur BD; erit BD per centrum E ducta, ipsiusq; centri horizonti æquidistans. Cùm autem potẽtia in G trochlea pondus A sustinere debeat, funem ex altero extremo religatũ esse oportet, putà in F; ita vt F æqualiter saltem potentiæ in G resistat, alioquin potentia in G nullatenus pondus sustinere posset. Et quoniam potentia fune sustinet orbiculum, qui reliquam trochleæ partem, cui appensum est pondus, sustinet axiculo; grauitabit hæc trochleæ pars in axiculo, hoc est in centro E. quare pondus A in eodem quoque centro E ponderabit, ac si in E esset appensum. posita igitur potentia, quæ in G, vbi D (idem enim prorsus est) erit BD tãquam vectis, cuius fulcimentum erit B, pondus in E appensum, & potentia in D. conuenienter enim fulcimenti rationem ipsum B subire potest, existente fune FB immobili. cæterum hoc posterius magis elucescet. Quoniam autem potentia ad pondus eãdem habet proportionem, quàm BE ad BD; & BE in subdupla est proportione ad BD: potentia igitur in G ponderis A subdupla erit. quod demonstrare oportebat.

6. Vndecimi.

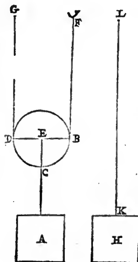
Ex præcedenti.

2. Huius de vecte.

Hoc igitur ita se habet vnico existente fune FBCDG ipsi orbiculo circumducto, ac si duo essent funes BF GD vecti BD alligati, cuius fulcimentum erit B, pondus in E appensum, & potentia sustinens in D, vel quod idem est in G.

COROLLARIVM. I.

Ex hoc itaque manifestum est, pondus hoc modo à minori in subdupla proportione potentia sustineri, quàm sine vllo huiusmodi trochleæ auxilio.



Veluti sit pondus H ponderi A æquale, cui religatus sit funis K L; potentiaque in L sustineat pondus H; erit potentia in L seorsum ponderi H, & ponderi A æqualis; sed potentia in G subdupla est ponderis A, quare potentia in G subdupla erit potentiæ, quæ est in L. & hoc modo in huiuscemodi reliquis omnibus proportio inueniri poterit.

COROLLARIVM. II.

Manifestum est etiam, si duæ fuerint potentiæ vna in G, altera in F; pondus A sustinentes; vtrasque simul ponderi A æquales esse: & vnam quamque sustinere dimidium ponderis A.

Hoc autem ex tertio, & quarto corollario secundæ huius in tractatu de vecte patet.

COROLLARIVM. III.

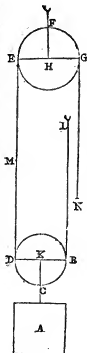
Illud quoque præterea innotescit, cur scilicet funis ex altero religatus esse debeat extremo.

PRO-

PROPOSITIO. III.

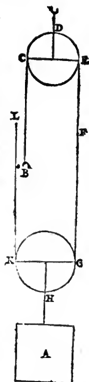
Si vtrisque; duarum trochlearum singulis orbiculis, quarum altera supernè altera verò inferne constituta, ponderique; alligata fuerit, circunducatur funis; altero eius extremo alicubi religato, altero verò à potentia pondus sustinente detento; erit potentia ponderis subdupla.

Sit pondus A sit BCD orbiculus trochleæ põderi A alligatæ, cuius centrum K; EFG verò sit trochleæ sursum appensæ, cuius centrum H deinde LBCDMEFGN funis circa orbiculos ducatur, qui religetur in L; sitque potentia in N sustinens pondus A. dico potentiam in N subduplam esse ponderis A. si enim potentia sustinens pondus A vbi M collocata foret, esset vtique potentia in M subdupla ponderis A. potentiæ verò in M æqualis est vis in N. est enim ac si potentia in M dimidium ponderis A sine trochlea sustineret, cui æqueponderati pondus in N ponderis A dimidio æquale. quare vis in N æqualis dimidio ponderis A ipsum A sustinebit. Potentia igitur in N sustinens pondus A subdupla est ipsius A. quod demonstrare oportebat. 2 Huius. 1. Huius.



Si

Si verò vt in secunda figura sit funis B C D E F G H K L orbiculis circumuolutus, & religatus in B; potentiaque in L pondus A sustineat; erit potentia in L similiter ponderis subdupla: orbiculus enim trochleæ superioris, ipsaque trochlea penitus sunt inutiles: & idem est, ac si funis religatus esset in F, & potentia in L sustineret pondus sola trochlea ponderi alligata, quæ potentia ponderis A ostensa est subdupla.



COROLLARIVM.

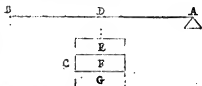
Ex his sequitur, si duæ sint potentiæ in B L; vtrasque inter se se æquales esse.

Vtraque enim seorsum est ipsius A subdupla.

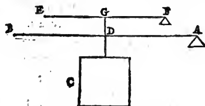
PROPOSITIO. IIII.

Sit vectis A B, cuius fulcimentum sit A; qui bifariam diuidatur in D: sitque pondus C in D appensum; duæque sint potentiæ æquales in B D pondus C sustinentes. Dico vnamquamque potentiam in B D ponderis C subtriplam esse.

Quo-



Quoniam enim altera potentia est in D collocata, & pondus C in eodem puncto D est appensum, potentia in D partem ponderis C sustinebit ipsi potentiæ D æqualem. quare potentia in B partem sustinebit reliquam, quæ pars dupla erit ipsius potentiæ in B; cùm pondus ad potentiam eandem habeat proportionom, quam A B ad A D: & potentiæ in B D sunt æquales; ergo potentia in B duplam sustinebit partem eius, quam sustinet potentia in D. diuidatur ergo pondus C in duas partes, quarum vna sit reliquæ dupla; quod fiet, si in tres partes æquales E F G diuiserimus: tunc enim F G dupla erit ipsius E. Itaque potentia in D partem E sustinebit, & potentiam in B reliquas F G. vtreque igitur inter se se æquales potentiæ in B D simul totum sustinebunt pondus C. & quoniam potentia in D partem E sustinet, quæ tertia est pars ponderis C, ipsiq; est æqualis; erit potentia in D subtripla ponderis C. & cùm potentia in B sustineat partes F G, quarum potentia in B est subdupla; erit in B potentia vni partium F G, putà G æqualis. G vero tertia est pars ponderis C; potentia igitur in B subtripla erit ponderis C. Vnaquæque ergo potentia in B D subtripla est ponderis C. quod demonstrare oportebat.



Et si duo esset vectes A B E F bifariam in G D diuisi, quorum fulcimenta essent A F, & pondus C in D G vtrique vecti appensum, ita tamen vt in vtroque æqualiter ponderet; duæque essent æquales potentiæ in B G: eadem prorsus ratione ostendetur, vnamquamque potentiam in B, & G ponderis C subtriclam esse.

PROPOSITIO. V.

Si vtrisque duarum trochlearum singulis orbiculis, quarum altera supernè, altero verò inferne constituta, ponderique alligata fuerit, circumducatur funis; altero eius extremo inferiori trochleæ religato, altero verò à potentia pondus sustinente detento: erit potentia ponderis subtripla.



Sit pondus A; sit BCD orbiculus trochleę ponderi A alligatæ, cuius centrum E; & FGH trochleæ sursum appensæ, cuius centrum K; & LFGHBCDM funis orbiculis circumducatur, qui religetur in L trochleæ inferiori; sitque potentia in M sustinens pondus A. dico potentiam in M subtriplam esse ponderis A. ducantur FH BD per centra KE horizonti æquidistantes, sicut in præcedentibus dictũ est. Quoniam enim funis FL trochleam sustinet inferiorem, quæ sustinet orbiculum in eius centro E; erit funis in L vt potentia sustinens orbiculum, ac si in ipso E centro esset; potentia verò in M est, ac si esset in D; efficietur igitur DB tanquam vectis, cuius fulcimentum erit B; põdus verò A (vt supra ostensum est) ex E suspensum à duabus potentijs altera in D, altera in E sustentatum. Cùm autem in põdere sustinendo vectes FH BD immobiles maneant, si in funibus FL HB appendantur põdera, erunt hæc ipsa æqualia; cùm vectis FH habeat fulcimentum in medio; alioquin ex altera parte deorsum fieret motus, quod tamen non contingit. tam igitur sustinet funis FL, quàm HB. deinde quoniam ex medio vecte BD pondus suspenditur, idcirco si duæ fuerint potentiæ in BD pondus sustinentes, erunt inuicem æquales. & quamquam funis FL ipse quoque pondus sustineat, cùm potentiæ in E vicem gerat; quia tamen ex eodemmet puncto sustinet, vbi appensum est pondus, nõ efficiet propterea, quin potentiæ in BD sint inter se æquales; opitulatur enim tam vni, quàm alteri potentiæ verò

In 2. Huius.

1. Huius.

Ex 3 Cor. 2. Huius vecte.

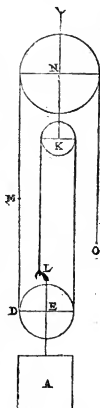
verò in B D eędem ſunt, ac ſi eſſent in H M; quare tàm ſuſtinebit funis M D, quàm H B. ita verò ſuſtinet H B, atque F L; funis igitur M D ita ſuſtinebit, ſicut F L, hoc eſt, ac ſi in D, & L appenſa eſſent pondera ęqualia. Cùm itaque æqualia pondera à potentijs ſuſtineātur æqualibus, potentiæ in M L æquales erunt: quarum eadem prorſus eſt ratio, ac ſi eſſent ambæ in D E. Itaque cùm pondus A in medio vectis B D ſit appenſum, duęque potentiæ ſint æquales in D E pondus ſuſtinentes: erit B fulcimentum, ac vnaquæque potentia, ſiue in D E, ſiue in M L ſubtripla ponderis A. ergo potentia in M ſuſtinens pondus ſubtripla erit ponderis A. quod oſtendere oportebat. 4. Huius.

COROLLARIVM.

Ex hoc manifeſtum eſt, vnumquemque funem M D F L H B tertiam ſuſtinere partem ponderis A.

Præterea, si funis ex M per alium adhuc deferatur orbiculum superiorem in trochlea sursun similiter appensa cõstitutum, cuius centrum N: ita vt perueniat in O: ibique à potentia detineatur: erit potentia in O sustinens pondus A itidem subtripla ipsius ponderis. funis enim M D tantũ ponderis sustinet, ac si in D appensum esset pondus æquale tertię parti ponderis A, cui æquiualet potentia in O ipsi æqualis, hoc est subtripla ponderis A. Potentia igitur in O subtripla est ponderis A.

1. Huius.



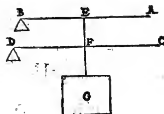
Et ne idem sæpius repetatur, nouisse oportet potentiam in O semper ęqualem esse ei, quæ est in M: hoc est si potentia in M esset subquadrupla, subquintupla, vel huiusmodi aliter ipsius ponderis: potentia quoque in O erit itidem subquadrupla, subquintupla, atque ita deinceps eiusdemmet ponderis, quemadmodum se habet potentia in M.

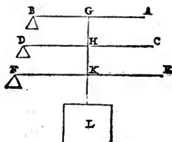
PROPOSITIO VI.

Sint duo vectes A B C D bifariam diuisi in E F, quorum fulcimenta sint in B D; sitque pondus G in E F vtrique vecti appensum, ita vt ex vtroque æqualiter ponderet; duæque sint potentiæ in A C æquales pondus sustinentes. Dico vnam quamque potentiam in A C subquadruplam esse ponderis G.

Cùm enim potentiæ in A C totum sustineant pondus G, potentiaque in A ad partem ponderis, quod sustinet, sit vt B E ad B A; potentia verò in C ad partem ipsius G, quod sustinet, ita sit vt DF ad D C; & vt B E ad B A, ita est DF ad DC; erit potentia in A ad partem ponderis, quod sustinet, vt potẽtia in C ad ipsius ponderis, quod sustinet, partem; & potentiæ in A C sunt æquales; æquales igitur erunt partes ponderis G, quæ à potentijs sustinentur. quare vnaquęque potẽtia in A C dimidium sustinebit ponderis G. Potentia verò in A subdupla est ponderis, quod sustinet: ergo potentia in A dimidio dimidij, hoc est quartæ portioni ponderis G æqualis erit; ideoque subquadrupla erit ponderis G neque aliter demonstrabitur potentiam in C subquadruplam esse eiusdem ponderis G. quod demonstrare oportebat.

2. Huius de vecte.



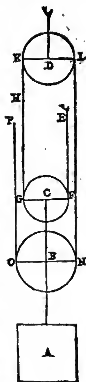


Si verò tres ſint vectes AB CD EF bifariam diuiſi in GHK, quorum fulcimenta ſint BDF; & pondus L eodem modo in GHK appenſum: ſintq; tres potentiæ in ACE æquales pondus ſuſtinentes; ſimiliter oſtendetur vnamquamque potentiam ſubſexcuſpam eſſe ponderis L. atq; hoc ordine ſi quatuor eſſent vectes, & quatuor potentiæ; erit vnaquęque potentia ſuboctupla ponderis. atque ita deinceps in infinitum.

PROPOSITIO. VII.

Si tribus duarum trochlearum orbiculis, quarum altera ſuperne vnico dũtaxat, altera verò infernè duobus autem inſignita orbiculis, ponderique alligata conſtituta fuerit, funis circumponatur; altero eius extremo alicubi religato, altero vero à potentia pondus ſuſtinente retento; erit potentia ponderis ſubquadrupla.

Sit



Sit pondus A; sint tres orbiculi, quorum centra B C D, orbiculusque, cuius centrum D, sit trochleæ sursum appensæ; quorum verò sunt centra B C, sint trochleæ ponderi A alligatæ, funisque E F G H K L N O P per omnes circumducatur orbiculos, qui religetur in E, sitque vis in P sustinens pondus A, dico potentiã in P subquadruplam esse ponderis A. ducantur K L G F O N per rotularum centra, & horizonti æquidistantes, quæ (ex ijs, quę dicta sunt) tanquam vectes erunt. & quoniam propter vectem, siue libram K L, cuius fulcimentum, siue centrum est in medio, tàm sustinet funis K G, quàm L N, cùm in neutram partem fiat motus. nec non propter vectem G F, è cuius medio veluti suspensum dependet onus: si duæ essent in G F potentię, seu in H E (est enim par vtriusq; situs ratio, vt iam sepius dictum est) essent vtiq; huiusmodi potentiæ inuicem æquales. quare ita sustinet funis H G, vt E F. similiter ostendetur funem P O tàm sustinere, quàm L N: quare funes P O K G E F L N æqualiter sustinent. æqualiter igitur funis P O sustinet, vt K G. si ergo duæ intelligantur esse potentiæ in O G, seu in P H, quod idem est, pondus nihilominus sustinentes, quemadmodum funes sustinent, æquales vtique essent, & G F O N duorum vectium vires gerent: quorum fulcimenta erunt F N, & pondus A in B C medio vectium appensum. & quoniam omnes funes æqualiter sustinent, tàm sustinebunt duo P O L N, quàm duo K G E F; tàm igitur sustinebit vectis O N, quàm vectis G F. quare in vtroque vecte O N G F æqualiter pondus ponderabit. erit ergo vnaquæque potentia in P H subquadrupla ponderis A. & cùm funis K G potentiæ loco sumatur, quippè qui haud secus sustinet, quàm P O; erit potentia in P sustinens pondus A ipsius ponderis subquadrupla. quod demonstrare oportebat.

1. Huius.

Ex 2 Cor. 2. Huius

6. Huius.

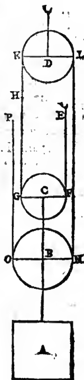
COROLLARIVM. I.

Hinc manifestum est vnumquemque funem E F G K L N O P quartam sustinere partem ponderis A.

COROLLARIVM. II.

Patet etiam orbiculum, cuius centrum C, non minus eo, cuius centrum est B, sustinere.

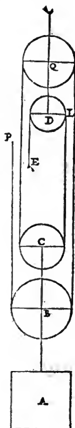
ALITER.



Adhuc ijsdem positis, si duę essent potentiæ
Ex 4. Huius. æquales pondus A sustinentes, vna in O altera in C; esset vnaquæque dictarum potentiarum ponderis A subtripla. sed quoniam vectis GF, cuius fulcimentum est F bifariam diuisus est in C: igitur ponatur In G potentia idem pondus sustinens, vt potentia in C: erit potentia in G subdupla potentiæ, quæ esset in C, nā si potentia in C se ipsa pondus in C appēsum sustineret, esset vtique ipsi ponderi æqualis: &
2. Huius. de vecte. idem pondus, si à potentia in G sustineretur, esset ipsius potentiæ in G duplum; potentia verò in C subtripla esset ponderis A, ergo potentia in G subsexcupla esset ponderis A. Cū itaque potentia in O subtripla sit pōderis A, & potentia in G subsexcupla, erunt vtræque simul potentiæ in OG ipsius ponderis A subduplæ. tertia enim pars cum sexta dimidium efficit. quoniam autem potentiæ in OG, siue in PH (vt prius dictum est) sunt inter se æquales, ac vtræque simul subduplæ sunt ponderis A. erit vnaquæque potentia in PH ipsius subquadrupla. Potentia igitur in P sustinens pondus A ipsius ponderis A subquadrupla erit. quod erat ostendendum.

Si

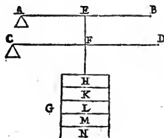
Si verò funis religetur in E, & secundum quatuor adhuc circumuoluatur orbiculos, perueniatque ad P. similiter ostendetur potentiam in P subquadruplam esse ponderis A. idem enim est, ac si funis religatus esset in L, potentiaque sustineret pondus fune tribus tantum orbiculis circumducto, quorum cētra essent BCQ. orbiculus enim cuius centrum D est pœnitus inutilis.



PROPOSITIO. VIII.

Sint duo vectes AB CD bifariam diuisi in EF, quorum fulcimenta sint AC, & pondus G in punctis EF vtrique vecti sit appensum, ita vt ex vtroque æqualiter ponderet; tresque sint potentiæ æquales in BDE pondus G sustinentes. Dico vnamquamque seorsum ex dictis potentijs subquintuplam esse ponderis G.

Quo-

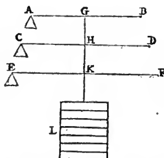


Quoniam enim pondus G appenſum eſt in EF, & tres ſunt potentiæ in EBD ęquales; ideo potentia in E partem tantùm ponderis G ſuſtinebit ipſi potentiæ in E ęqualem: potentiæ verò in BD partem ſuſtinebunt reliquã; & pars, quam ſuſtinet B, erit ipſius dupla; pars autem, quam ſuſtinet D, erit ſimiliter ipſius D dupla; propter proportionem BA ad AE, & DC ad CF. Cùm itaque potentiæ in BD ſint æquales, erunt (ex ijs, quæ ſupra dictum eſt) partes ponderis G, quæ à potentijs BD ſuſtinentur, inter ſe ſe æquales; & vnaquæque dupla eius partis, quæ à potentia in E ſuſtinetur. diuidatur ergo pondus G in tres partes, quarum duæ ſint inter ſe ſe æquales, nec non vnaquæque ſeorſum alterius tertiæ partis dupla. quod fiet, ſi in quinque partes æquales HKLMN diuidatur; pars enim compoſita ex duabus partibus KL dupla eſt partis H; pars quoque MN eiuſdem partis H eſt ſimiliter dupla. quare & pars KL parti MN erit æqualis. Suſtineat autem potentia in E partem H; & potentia in B partes KL; potentia verò in D partes MN; tres igitur potentiæ æquales in BDE totum ſuſtinebunt pondus G; & vnaquæque potentia in BD duplum ſuſtinebit eius, quod ſuſtinet potentia in E. Cùm itaque potentia in E partem H ſuſtineat, quæ quinta eſt pars ponderis G, ipſique ſit æqualis; erit potentia in E ſubquintupla ponderis G. & quoniam potentia in B partes KL ſuſtinet, quæ quidem duplæ ſunt potentiæ B, & partis H; erit quoque potentia in B ipſi H æqualis: quare ſubquintupla erit ponderis G. Non aliter oſtendetur potenuiam in D ſubquintuplam eſſe ponderis G. vnaquæque igitur potentia in BDE ſubquintupla eſt ponderis G, quod demonſtrare oportebat.

2. Huius de vecte.

In 6. Huius.

Si verò sint tres vectes A B C D E F bifariam diuisi in G H K, quorum fulcimenta sint A C E; & pondus L eodem modo in G H K sit appensum; quatuorque sint potentiæ æquales in B D F G pondus L sustinentes; simili modo ostẽdetur vnamquamque potentiam in B D F G subseptuplam esse ponderis L. & si quatuor essent vectes, & quinque potentiæ æquales pondus sustinentes, eodem quoque modo ostẽdetur vnamquamque potentiam subnonuplam esse ponderis. atque ita deinceps.

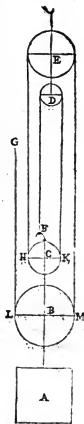


PROPOSITIO VIIII.

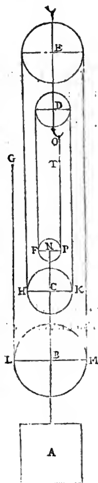
Si quatuor duarum trochlearum binis orbiculis, quarum altera supernè, altera verò infernè, ponderique alligata, disposita fuerit, circumducatur funis; altero eius extremo inferiori trochleæ religato, altero verò à potentia pondus sustinente retento: erit potentia ponderis subquintupla.

Sit pondus A, cui alligata sit trochlea duos habens orbiculos, quorum centra sint BC, sitque trochlea sursum appensa duos alios habens orbiculos, quorum centra sint DE, funisque per omnes circumducatur orbiculos, qui trochleæ inferiori religetur in F: sitque potentia in G sustinens pondus A. dico potentiam in G subquintuplam esse ponderis A. ducantur HK LM per centra BC horizonti æquidistantes, quas eodem modo, quo supra dictum est, esse tanquam vectes ostendemus, quorum fulcimenta KM, & pondus A ex medio vtriusque vectis BC suspensum, & tres potentiæ in LHC pondus sustinentes, quas simili modo æquales esse demonstrabimus: funes enim idem efficiunt, ac si essent potentiæ. & quoniam pondus æqualiter ex vtroque vecte HK LM ponderat, quod quidem ostendetur quoque, vt in præcedentibus demonstratum est: erit vnaquæque potentia, tùm in L, seu in G, quod idem est: tùm in H, atque in C, hoc est in F, subquintupla ponderis A. Potentia ergo in G sustinens pondus A ipsius A subquintupla erit, quod ostendere oportebat.

8. Huius



Si verò funis in F adhuc deferatur circa aliũ orbiculum. cuius centrum N, qui religetur in O; similiter duplici medio (vt in septima huius) demonstrabitur potentiam in G pondus A sustinentem subsexcuplam esse ponderis A. Primùm quidem ex tribus vectibus L M H K F P, quorum fulcimenta sunt M K P, & pondus in medio vectium appensum; & tres potentiæ in L H F æquales pondus sustinentes; deinde ex potentiis in L H N, quarum vnaquæque subquintupla esset ponderis A. essent enim ambæ simul potentiæ in L H subduplæ sesquialteræ ipsius ponderis, potentia verò in F subdecupla esset, cùm sit ipsius N subdupla: sed duæ quintæ cùm decima dimidium efficiunt, quòd si per terna diuidatur, sexta pars ponderis respondebit vnicuique potentiæ in L H F. ex quibus patet potentiam in G subsexcuplam esse ponderis A. similiterque demonstrabitur vnumquemque orbiculum æqualem sustinere portionem.



Ex 6. Huius.

Ex 8. Huius.

hic autem minor adhuc eo, cuius centrum B; ac denique si plures fuerint orbiculi in trochlea inferiori ponderi alligata, semper cæteris maior esse debet, qui annexo ponderi est propinquior. opposito autem modo disponendi sunt in trochlea superiori. quod fieri consueuit, ne funes inuicem complicentur; nam quantùm ad orbiculos attinet, siue magni fuerint, siue parui, nihil refert; cùm semper idem sequatur.

Præterea notandam est, quod etiam ex dictis facilè patet, si funis, siue eligetur in R trochleæ inferiori, siue in S, maximam indè oriri differentiam inter potentiam, & pondus: nam si religetur in S, erit potentia in G ponderis subsexcupla. si verò in R, subseptupla. quod trochleæ superiori non contingit, quia siue religetur funis (vt in præcedenti figura) in T, siue in O; semper potentia in G subsexcupla erit ipsius ponderis.

Post hæc considerandum est, quonam modo vis moueat pondus; nec non potentiæ mouentis, ponderisque moti spatium, atque tempus.

PROPOSITIO. X.

Si funis orbiculo trochleæ sursum appensæ fuerit circumuolutus, cuius altero extremo sit alligatum pondus; alteri autem mouens collocata sit potentia: mouebit hæc vecte horizonti semper æquidistante.

Sit pōdus A, sit orbiculus trochleæ sursum appensæ, cuius centrum K; sit deinde funis H B C D E F alligatus ponderi A in H, orbiculoque circumductus; sitque trochlea ita in L appensa, & nullum alium habeat motum præter liberam orbiculi circa axem versionem; sitque potentia in F mouens pondus A. Dico potentiam in F semper mouere pondus A vecte horizonti æquidistante. ducatur B K E horizonti æquidistans; sintque B E puncta, vbi funes B H, & E F circulum tangant; erit B K E vectis, cuius fulcimentum est in eius medio K. sicut supra ostensum est. dum itaque vis in F deorsum tendit versus M, vectis E B mouebitur, cùm totus orbiculus moueatur, hoc est 1. Huius

cir-

circumuertatur. dum igitur F est in M, sit punctum E vectis usque ad I motum; B autem usque ad C. ita ut vectis sit in C I. fiat deinde NM æqualis ipsi FE: & quando punctum E erit in I, tunc funis punctum, quod erat in E, erit in N: quod autem erat in B erit in C; ita ut ducta CI per centrum K transeat. dum autem B est in C, sit punctum H in G; eritque BH ipsi CBG æqualis; cùm sit idem funis. & quoniam dum EF tendit in NM, adhuc semper remanet EFM horizonti perpendicularis, circulumque tangens in puncto E; ita ut ducta à puncto E per centrum K, sit semper horizonti æquidistans. quod idem euenit funi BG, & puncto B. dum igitur circulus, siue orbiculus circumuertitur, semper mouetur vectis EB, semperque adhuc remanet alius vectis in EB. siquidem ex ipsius rotulæ natura, in qua semper dum mouetur, remanet diameter ex B in E (quæ vectis vicem gerit) euenit, ut recedente vna, semper altera succedat; eiusmodi durante circumductione; atque ita fit, ut potétia semper moueat pondus vecte EB horizonti æquidistante. quod demonstrare oportebat.

Iisdem positis, spatium potentiæ pondus mouentis est æquale spatio eiusdem ponderis moti.

Quoniam enim ostensum est, dum F est in M, pondus A, hoc est punctum H esse in G; & cùm funis HBCDEF sit æqualis GBCDENFM, est enim idem funis; dempto igitur communi GBCDENF, erit HG ipsi FM æqualis. similiterque ostendetur, descésum F semper æqualem esse ascensui H. ergo spatium potentiæ æquale est spatio ponderis. quod erat demonstrandum.

Præterea potentia idem pondus per æquale spatium in æquali tempore mouet, tam fune hoc modo orbiculo trochleæ sursum appensæ circumuoluto, quàm sine trochlea: dummodo ipsius potentiæ lationes in velocitate sint æquales.

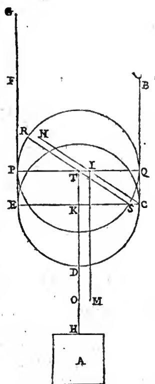
Iisdem

Iisdem positis sit aliud pondus P æquale ponderi A, cui alligatus sit funis T Q horizonti perpendicularis: & sit T Q ipsi H B æqualis: moueatque potentia in Q pondus P sursum ad rectos angulos horizonti, quemadmodum mouetur pondus A. dico per æquale spatium in eodē tempore potentiam in Q pondus P, & potentiam in F pondus A mouere. quod idem est, ac si esset idem pondus in æquali tempore motum: sicut proposuimus. Producatur E F in S, & T Q in R, fiantque Q R F S non solum inter se se, verùm etiam ipsi B H çquales. Cùm autem T Q Q R sint ipsis H B F S æquales, & vis in Q moueat pondus P per rectam T Q R: vis autem in F moueat A per rectam H B, & velocitates motuum vtriusque potentiæ sint æquales; tunc in eodem tempore potentia in Q erit in R, & potentia in F erit in S; cum spatia sint æqualia. sed dum potentia in Q est in R, pondus P, hoc est punctum T erit in Q: cùm T Q sit ipsi Q R æqualis. & dum potentia in F est in S, pondus A, hoc est punctū H erit in B; sed spatium T Q æquale est spatio H B, potentiæ ergo in F Q æqualiter motæ pondera P A æqualia per æqualia spatia in eodem tempore mouebunt. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO. XI.

Si funis orbiculo trochleæ ponderi alligatæ fuerit circumuolutus, qui in altero eius extremo alicubi religetur, altero autem à potentia mouente pondus apprehenso; vecte semper horizonti æquistante potentia mouebit.

Sit



Sit pondus A; Sit orbiculus CED trochleæ ponderi A alligatæ ex KH; sitque KH ad rectos angulos horizonti, ita vt pondus semper trochleæ motum, siue sursum, siue deorsum factum sequatur; sitque orbiculi centrum K; & funis orbiculo circumuolutus sit BCD EF, qui religetur in B, ita vt in B immobilis maneat; & sit potentia in F mouens pondus A. dico potentiam in F semper mouere pondus A vecte horizonti æquidistante. sint BC EF inter se se, ipsique KH æquidistantes, & eiusdem KH horizonti perpendiculares, tangentesque circulum CED in EC punctis; & connectatur EC, quæ per cẽtrum K transibit, horizontique æquidistans erit; sicuti prius dictum est. Quoniam enim orbiculus CED circa eius centrum K vertitur; ideo dum vis in F trahit sursum pũctum E, deberet punctum C descendere, ac trahere deorsum B; sed funis in B est immobilis, & BC descedere non potest, quare dum potẽtia in F trahit sursum E, totus orbiculus sursum mouebitur: ac per cõsequens tota trochlea, & pondus: & EKC erit tanquam vectis, cuius fulcimentum erit C: est enim punctum C propter BC fere immobile, potentia verò mouens vectem est in F fune EF, & pondus in K appensum. quòd si punctum C omnino fuerit immobile, moueaturque vectis EC in NC; & diuidatur NC bifariam in L; erunt CL LN ipsis CK KE æquales. quare si vectis EC esset in CN, punctum K esset in L; & si ducatur LM horizonti perpendicularis, quæ sit etiam æqualis KH: esset pondus A, hoc est punctum H in M. sed quoniam potentia in F dum tendit sursum mouendo orbiculum, semper mouetur super rectam EFG, quæ semper est quoque æquidistans BC: necesse erit orbiculum trochleæ semper inter lineas EG BC esse: & centrum K, cum sit in

Ex 1. Huius.

Ex 2. Huius.

medio,

medio, super rectam lineam H K T semper moueri. Itaque ducatur per L linea P T L Q horizonti, & E C æquidistans, quæ secet H K productam in T; & centro T, spatio verò T Q, circulus describatur Q R P S, qui æqualis erit circulo C E D; & puncta P Q tangent funes F E B C in P Q punctis. rectangulum enim est P E C Q, & P T T Q ipsis E K K C sunt æquales. deinde per T ducatur R T S diameter circuli P Q S æquidistans ipsi N C; fiatquè T O æqualis K H. dum autem centrum K motum erit vsque ad lineam P Q, tūc centrum K erit in T. ostensum est enim centrum orbiculi super rectam H T semper moueri. idcirco vt centrum K sit in linea P Q ipsi E C æquidistante, necesse est vt sit in T. & vt vectis E C eleuetur in angulo E C N, necesse est, vt sit in R S, non autem in C N: angulus enim R S E angulo N C E est æqualis, & sic fulcimentum C non est penitus immobile. cùm totus orbiculus sursum moueatur, totusq; mutet totum locum; habet tamen C rationem fulcimenti, quia minus mouetur C, quàm K, & E: punctum enim E mouetur vsque ad R, & K vsque ad T, punctum verò C vsque ad S tantùm. quare dum centrum K est in T, posito orbiculi erit Q R P S: & pondus A. hoc est punctū H erit in O; cùm T O sit æqualis K H; positio verò E C, scilicet vectis moti, erit R S, potentiaque in F mota erit sursum per rectam E F G. eodem autem tempore, quo K erit in T, sit potentia in G: dum autem vectis E C hoc modo mouetur, adhuc semper remanent G P B Q inter se se æquidistantes, atque horizonti perpendiculares, ita vt vbi orbiculum tangunt, vt in punctis P Q; semper linea P Q; erit diameter orbiculi, & tanquam vectis horizonti æquidistans. dum igitur orbiculus mouetur, & circumuertitur, semper etiam mouetur vectis E C, & semper remanet alius vectis in orbiculo horizonti æquistans, vt P Q; ita vt potentia in F semper moueat pondus vecte horizonti æquidistāte, cuius fulcimentum erit semper in linea C B; & pondus in medio vectis appensum; potentiaque in linea E G. quod erat ostendendū.

Ex 34. primi.

29. Primi

Iisdem positis, spatium potentiæ pondus mouentis duplum est spatij eiusdē ponderis moti.

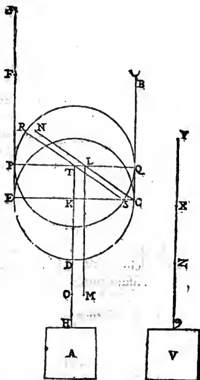
Cùm enim ostensum sit, dum K est in T, pondus A, hoc est punctum H esse in O, & in eodem etiam tempore potentiam in F esse in G: & quoniam funis B C D E F est æqualis funi B Q S P G; funis enim est idem; & funis circa semicirculum C D E est æqualis funi circa

R

ni circa ſemicirculum QSP; demptis igitur communibus BQ, & FP; erit reliquus FG ipſis CQ, & EP ſimul ſumptis æqualis. ſed EP ipſi TK eſt ęqualis,& CQ ipſi quoque TK ęqualis,ſunt enim P*κ* TC parallelogramma reſtangula;quare lineæ EP CQ ſimul ipſius TK duplæ erunt.funis igitur FG ipſius TK duplus erit.&quoniam KH æqualis TO, dempto communi *κ* O, erit KT ipſi HO æqualis;quare funis FG ipſius HO duplus erit; hoc eſt ſpatium potentiæ ſpatij ponderis duplum. quod erat demonſtrandum.

Potentia deinde idem pondus in æquali tempore per dimidium ſpatium mouebit ſune circa orbiculum trochleæ ponderi alligatæ reuoluto, quàm ſine trochlea; dummodo ipſius potentiæ velocitates motuum ſint æquales.

Sit enim (ijſdem poſitis) aliud pondus V æquale ponderi A, cui alligatus ſit funis 9X; ſitque potentia in X mouens pondus V. dico ſi vtriuſque potentiæ motuum velocitates ſint æquales, in eodem tempore potentiam in F mouere pondus A per dimidium ſpatium eius, per quod à potentia in X mouetur pōdus V; quod idem eſt, ac ſi eſſet idem pondus in æquali tempore motum. Moueat potentia in X pondus V, potētiaque perueniat in Y; ſitque XY æqualis ipſi FG; & fiat YZ æqualis X9, ita vt quando potentia in X erit in Y, ſit pondus V, hoc eſt punctū 9 in Z. ſed 9Z eſt æqualis FG, cùm ſit æqualis XY; ergo 9Z ipſius HO dupla erit. Itaque dum potentiæ



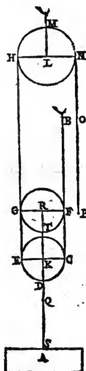
erunt in GY, pondera AV erunt in OZ. in eodem autem tempore erunt potentiæ in GY, ipſarum enim velocitates motuū ſunt æquales;

æquales; quare vis in F pondus A in eodem tempore mouebit per dimidium ſpatium eius, per quod mouetur à potentia in X pondus V: & pondera ſunt æqualia; Potentia ergo idem pondus in æquali tempore per dimidium ſpatium mouebit fune, trochleq; hoc modo ponderi alligata, quàm ſine trochlea; dummodo potentiæ motuum velocitates ſint æquales. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO. XII.

Si funis circa plures reuoluatur orbiculos, altero eius extremo alicubi religato, altero autem è potentia pondus mouente detento; potentia vectibus horizonti ſemper æquidiſtantibus mouebit.

Sit pondus A, ſit orbiculus CED trochleæ ponderi alligatæ ex KS ad rectos angulos horizonti; ita vt pondus ſemper eius motum ſurſum, ac deorſum factum ſequatur. ſit deinde orbiculus circa centrum L trochleæ ſurſum appenſæ; ſitque funis circa orbiculos reuolutus BCDEHMNO, qui religatus ſit in B; ſitque vis in O mouens pondus A mouendo ſe deorſum per OP. dico potentiam in O ſemper mouere pondus A vectibus horizonti ſemper æquidiſtantibus. ducatur NH per centrum L horizonti æquidiſtans, quæ erit vectis orbiculi, cuius centrum eſt L. ducatur deinde EC per centrum K ſimiliter horizonti æquidiſtans, quæ etiam erit vectis orbiculi, cuius centrum eſt K. Moueatur potentia in O deorſum, quæ dum deorſum mouetur, vectem NH mouebit: & dum vectis mouetur, N deorſum mouebitur, H verò ſurſum, vti ſupra dictum eſt. dum autem H mouetur ſurſum, mouet etiam ſurſum E: & vectem EC. cuius fulcimentum eſt C, ſed fulcimentum C non poteſt mouere deorſum B: ideo orbiculus, cuius centrum K, ſurſum mouebitur, & per conſequens trochlea, & pō-



dus A: vt in præcedenti dictum est. & quoniam ob eandem causam in præcedentibus assignatam in HN, & EC semper remanent vectes horizonti æquidistantes: potentia ergo mouens pondus A semper eum mouebit vectis horizonti æquidistantibus. quod erat ostendendum.

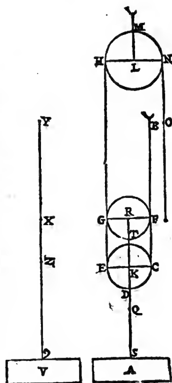
Et si funis circa plures sit reuolutus orbiculos; similiter ostendetur, potentiam mouere pondus vectibus horizonti semper æquidistantibus: & vectes orbiculorum trochleæ superioris semper esse, vt HN, quorum fulcimenta erunt semper in medio: vectes autem orbiculorum trochleæ inferioris semper existere, vt EC; quorum fulcimenta erunt in extremitatibus vectium.

Iisdem positis: spatium potentiæ duplum est spatij ponderis.

Sit motum centrum K vsque ad centrum R: & orbiculus sit FTG. deinde per centrum R ducatur GF ipsi EC æquidistans: tangẽt funes EH CB orbiculum in GF punctis. fiat denique RQ æqualis KS. dum igitur K erit in R; pondus A; scilicet punctum S erit in Q & dum centrum orbiculi est in R, sit potentia in O mota in P. & quoniam funis BCDEHMNO est æqualis funi BFTGHMNP; est enim idem funis; & FTG æqualis est CDE; demptis igitur communibus BF, & GHMNO, erit reliquus OP ipsis FC EG simul sumptis æqualis: & per consequens duplus KR, & QS. & cùm OP sit spatium potentiæ motæ, & SQ spatiũ ponderis moti; erit spatium potentiæ duplum spatij ponderis. quod erat ostendẽdum.

Præterea potentia idem pondus in æquali tempore per dimidium spatium mouebit fune circa duos orbiculos reuoluto, quorum vnus sit trochleæ superioris, alter verò sit trochleæ ponderi alligatæ; quàm sine trochleis: dummodo ipsius potentiæ lationes sint æqualiter veloces.

Iisdem

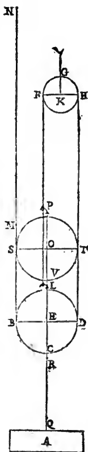


Iisdem namque positis, sit pondus V æquale ipsi A, cui alligatus sit funis X9; sitque potentia in X mouens pondus V; quæ dum pondus mouet, perueniat in Y: fiantque XY Z9 ipsi OP equales, erit Z9 dupla QS. & si vtriusque potentiæ velocitates motuum sint æquales; patet pondus V duplum pertransire spatium in eodem tempore eius, quod pertransit pondus A. in eodem enim tempore potentia in X peruenit ad Y, & potentia in O ad P; ponderaque similiter in ZQ. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIII.

Fune circa singulos duarum trochlearum orbiculos, quarum altera supernè, altera verò infernè, ponderique alligata fuerit, reuoluto; altero etiam eius extremo inferiori trochleæ religato, altero autem à mouente potentia detento: erit decursum trahentis potentiæ spatium, moti ponderis spatij triplum.

Sit



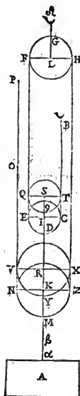
Sit pondus A; sit B C D orbiculus trochleæ ponderi A ex E Q suspenso alligatæ; sitque orbiculi centrum E; sit deinde F G H orbiculus trochleæ sursum appensæ, cuius centrum K; sitque funis L F G H D C B M circa omnes reuolutus orbiculos, trochleæque inferiori in L religatus: sitque in M potentia mouens. dico spatium de cursum potentia in M, dum mouet pondus, triplum esse spatij moti ponderis A. Moueatur potentia in M vsque ad N; & centrum E sit motum vsque ad O; & L vsque ad P; atque pondus A, hoc est punctum Q vsque ad R; orbiculusque motus, sit T S V. ducantur per E O lineæ S T B D horizonti æquidistantes quæ inter se se quoque æquidistantes erunt. quoniam autem dum E est in O, punctum Q est in R: erit E Q æqualis O R, & E O ipsi Q R æqualis; similiter L Q æqualis erit P R, & L P ipsi Q R æqualis. tres igitur Q R E O L P inter se se æquales erunt; quibus etiam sunt æquales B S D T. & quoniam funis L F G H D C B M æqualis est funi P F G H T V S N, cùm sit idem funis, & qui circa semicirculum T V S est æqualis funi circa semicirculum B C D; demptis igitur communibus P F G H T, & S M; erit reliquus M N tribus B S L P D T simul sumptis æqualis. B S verò L P D T simul tripli sunt E O, & ex consequenti Q R. spatium igitur M N translatæ potentiæ spatij Q R ponderis moti triplum erit. quod erat demonstrandum.

Tempus quoque huius motus manifestum est, eadem enim potentia in æquali tempore spatio secundùm triplum ampliori sine huiusmodi trochleis idem pondus mouebit, quàm cum eisdem hoc modo accõmodatis. spatium ponderis sine trochleis moti æquale est spatio potentiæ. & hoc modo in omnibus inueniemus tempus.

PRO-

PROPOSITIO XIIII.

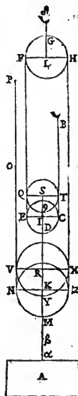
Fune circa tres duarum trochlearum orbiculos, quarum altera superne vnico dumtaxat, altera verò infernè, duobus autem insignita orbiculis, ponderique alligata fuerit, reuoluto; altero eius estremo alicubi religato, altero autem à potentia pondus mouente detento: erit decursum trahentis potentiæ spatiū moti ponderis spatij quadruplum.



Sit pondus A, sint duo orbiculi quorum centra K I trochleæ ponderi alligat K α; ita vt pondus motum trochleæ sursum, & deorsum semper sequatur: sit deinde orbiculus, cuius centrum L, trochleæ sursum appensæ in ♂; sitque funis circa omnes orbiculos circumuolutus BCDEFGH ZMNO, religatusque in B; sitque potentia in O mouens pondus A. dico spatium, quod mouendo pertransit potentia in O, quadruplum esse spatij moti ponderis A. moueantur orbiculi trochleæ ponderi alligatæ; & dum centrum K est in R, centrum I sit in S, & pondus A. hoc est punctum α in β: erunt I S K R α β inter se se æquales, itemque K I ipsi R S erit æqualis. orbiculi enim inter se se eandem semper seruant distantiam; & K α ipsi R β æqualis erit. ducantur per orbiculorum centra lineæ FH QT EC VX N Z horizonti æquidistantes, quæ tangent funes in F H Q T E C V X N Z punctis, & inter se se quoq; æquidistantes, erunt: & E Q C T V N X Z non solum inter se se, sed etiam ipsis I S K R α β æquales erunt. & dum centra K I sunt in R S, potentia in O sit mota in P. & quoniam funis DCD EFGHZMNO est æqualis funi BT 9 QFG HXYVP, est enim idem funis, & funes circa T 9 Q X Y V semicirculos sunt æquales funibus, qui sunt circa CDE ZMN; Demptis igitur communibus BT, Q F G H X, et VO; erit OP æqualis ipsis VNXZ CT QE simul sumptis. quatuor verò V N ZX CT QE sunt inter se se æquales, & simul quadruplæ K R, & α β; quare OP quadrupla erit ipsius α β. spatium igitur potentiæ quadruplum est spatij ponderis. quod erat ostendendum.

Et si

Et si funis in P circa alium adhuc reuoluatur orbiculum versus δ, potentiaquè mouendo se deorsum moueat sursum pondus; similiter ostendetur spatium potentiæ quadruplum esse spatij ponderis.



Si verò funis in B circumuoluatur alteri orbiculo, qui deĩde trochleæ inferiori religetur; erit potentia in O sustinens pondus A subquintupla ponderis. & si in O sit potentia mouens põdus A; similiter demonstrabitur spatium potentiæ in O quintuplum esse spatij ponderis A.

9. Huius

Et si funis ita circa orbiculos aptetur, vt potentia in O sustinens pondus sit ponderis subsextupla; & loco potentiæ sustinentis ponatur in O potentia mouens pondus: eodem modo ostẽdetur spatium potentiæ sextuplum esse spatij põderis moti & sic procedendo in infinitum proportiones spatij potentiæ ad spatium ponderis moti quotcunque multiplices inuenientur.

COROLLARIVM I.

Ex his manifestum est ita se habere pondus ad potentiam ipsum sustinentẽ, sicuti spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis moti.

Vt si pondus A quintuplum sit potentiæ in O pondus A sustinentis; erit & spatium O P potentiæ pondus mouentis quintuplum spatij $\alpha\beta$ ponderis moti.

COROL-

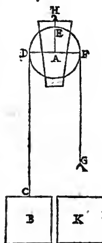
COROLLARIVM II.

Patet etiam per ea, quæ dicta sunt, orbiculos trochleæ, quæ ponderi est alligata, efficere; vt à moto pondere minus, quàm à trahente potentia describatur spatium; maiorique tempore datum æquale spatium describi, quàm sine illis. quod quidem orbiculi trochleæ superioris non efficiunt.

Multiplici ostensa ponderis ad potentiam proportione, iam ex aduerso potentiæ ad pondus proportio multiplex ostendatur.

PROPOSITIO XV.

Si funis orbiculo trochleæ à potentia sursum detentæ fuerit circumuolutus; altero eius extremo alicubi religata, alteri verò pondere appenso; dupla erit ponderis potenia.



Sit trochlea habens orbiculum, cuius cẽtrum A & sit pondus B alligatum funi CD EFG, qui circa orbiculum sit reuolutus, ac tandem religatus in G: sitque potentia in H sustinens pondus. dico potentiam in H duplam esse ponderis B. ducatur DF per centrum A horizonti æquidistãs. quoniam igitur potentia in H sustinet trochleam, quæ sustinet orbiculum in eius centro A, qui põdus sustinet; erit potentia sustinens orbiculũ, ac si in A constituta esset; ipsa ergo in A existente, pondere verò in D appenso, funique CD religato; erit DF tanquam vectis, cuius fulcimentum erit F, pondus in D, & potentia in A. potentia verò ad pondus est, vt DF ad FA, & DF dupla est ipsius FA; Potentia igitur in A, siue in H, quod idem est, ponderis B dupla erit. quod demonstrare oportebat. 3. Huius de vecte.

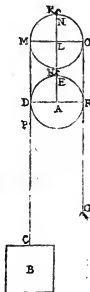
Præterea considerandum occurrit, cùm hæc omnia maneant, idẽ esse vnico existente fune CD EFG hoc modo orbiculo circumuoluto, ac si duo essent funes CD FG in vecte [illegible] libra DF alligati.

ALITER.

Iisdem positis.si in G appensum esset pondus K æquale ponderi B, pondera B K æqueponderabunt in libra D F, cuius centrum A. potentia verò in H sustinens pondera B K est ipsis simul sumptis æqualis, & pondera B K ipsius B sunt dupla; potentia ergo in H ponderis B dupla erit, & quoniam funis religatus in G nihil aliud efficit, nisi quòd pondus B sustinet, ne descendat; quod idem efficit pondus K in G appensum: potentia igitur in H sustinens pondus B, fune religato in G, dupla est ponderis B. quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO XVI.

Iisdem positis si in H sit potentia mouens pondus, mouebit hæc eadem vecte horizonti semper æquidistante.



Hoc etiam (sicut in superioribus dictum est) ostendetur. moueatur enim orbiculus sursum, positionemque habeat M N O, cuius centrum L: & per L ducatur M L O ipsi D F, & horizonti æquidistans. & quoniam funes tãgunt circulum M O N in punctis M O; ideo cùm potentia in A, seu in H, quod idem est, moueat pondus B in D appensum vecte D F, cuius fulcimentum est F; semper adhuc remanebit alius vectis, vt M O horizonti æquidistans, ita vt semper potentia moueat pondus vecte horizonti æquidistante, cuius fulcimentum est semper in linea O G, & pondus in M C, potentiaque in centro orbiculi.

Iisdem positis, spatium ponderis moti duplum est spatij potentiæ mouentis.

Sit

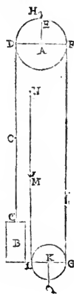
Sit motus orbiculus à centro A vſque ad cẽtrum L: & pondus B, hoc eſt punctum C, in eodem tempore ſit motum in P: & potentia in H vſque ad K: erit AH ipſi LK æqualis, & AL ipſi HK. & quoniam funis CDEFG eſt æqualis funi PMNOG, idem enim eſt funis, & funis circa ſemicirculum MNO æqualis eſt funi circa ſemicirculum DEF: demptis igitur communibus DP FG, erit PC æqualis DM FO ſimul ſumptis, qui funes ſunt dupli ipſius AL, & conſequenter ipſius HK. ſpatium ergo ponderis moti CP duplum eſt ſpatij HK potentiæ. quod oportebat demonſtrare.

K N M L O H E D A F P G C B

COROLLARIVM.

Ex hoc manifeſtum eſt, idem pondus trahi ab eadem potentia in æquali tempore per duplum ſpatium trochlea hoc modo accommodata, quàm ſine trochlea; dummodo ipſius potentiæ lationes in velocitate ſint æquales.

Spatium enim ponderis moti ſine trochlea æquale eſt ſpatio potentiæ.



Si autem funis in G circa alium reuoluatur orbiculum; cuius centrum K; sitque huiusmodi orbiculi trochlea deorsum affixa, quæ nullum alium habeat motum, nisi liberam orbiculi circa axem reuolutionem; funisque religetur in M; erit potentia in H sustinens pondus B similiter ipsius ponderis dupla. quod quidem manifestum est, cùm idem prorsus sit, siue funis sit religatus in M, siue in G. orbiculus enim, cuius centrum K, nihil efficit; penitusquè inutilis est.

Si verò sit potentia in M sustinens pondus B, & trochlea superior sit sursum appensa: erit potentia in M æqualis ponderi B.

Quoniam enim potentia in G sustinens pondus B æqualis est ponderi B, & ipsi potentiæ in G æqualis est potentia in L; est enim G L vectis, cuius fulcimentum est K; & distantia G K distantię K L est æqualis; erit igitur potentia in K L est æqualis; erit igitur potentia in L, siue (quod idem est) in M, ponderi B æqualis. 1. Huius.

Huiusmodi autem motus fit vectibus D F L G, quorum fulcimenta sunt K A, & pondus in D, & potentia in F. sed in vecte L G potentia est in L, pondus verò, ac si esset in G.

Si deinde in M sit potentia mouens pondus, transferaturque potentia in N, pondus autem motum fuerit vsque ad O; erit M N spatium potentiæ æquale spatio C O ponderis. Cùm enim funis M L G F D C æqualis sit funi N L G F D O. est enim idem funis; dempto communi M L G F D O; erit spatium M N potentiæ æquale spatio C O ponderis.

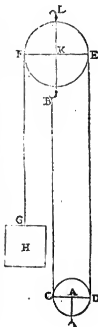
Et si funis in M circa plures reuoluatur orbiculos, semper erit potentia altero eius extremo pondus sustinens æqualis ipsi ponderi. spatiaque ponderis, atque potentiæ mouentis semper ostendetur æqualia.

P A O.

PROPOSITIO. XVII.

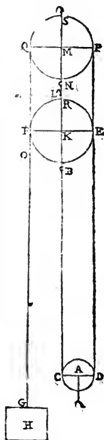
Si vtriusque duarum trochlearum singulis orbiculis, quarum vna supernè à potentia sustineatur, altera verò infernè, ibique affixa, constituta fuerit, funis circumducatur; altero eius extremo superiori trochleæ religato, alteri verò pondere appenso; tripla erit ponderis potentia.

Sit orbiculus, cuius centrum A, trochleæ infernè affixæ; & sit funis B C D E F G non solum huic orbiculo circumuolutus, verùm etiam orbiculo trochleæ superioris, cuius cẽtrum K: sitque funis in B superiori trochleę religatus: & in G sit appensum pondus H, potentiaque in L sustineat pondus H. dico potentiam in L triplam esse ponderis H. si enim duę essent potentię pondus H sustidentes, vna in K, altera in B, erunt vtręque simul triplę ponderis H: potentia enim in K dupla est ponderis H, & potentia in B ipsi ponderi ęqualis. & quoniam sola potentia in L vtrisque scilicet potentię in K B est ęqualis. sustinet enim potentia in L; tùm potentiam in K, tùm potentiam in B: idemquè efficit potentia in L, ac si duę essent potentię vna in K, altera in B: Tripla igitur erit potentia in L ponderis H. quod demonstrare oportebat. 15. Huius. In pręcedenti.



Si

Si autem in L sit potentia mouens pondus. dico spatium ponderis moti triplum esse spatij potentiæ motæ.



Moueatur centrum orbiculi K vsque ad M; cuius quidem motus spatium motæ potentiæ spatio est æquale, sicuti supra dictum est: & quando K erit in M, B erit in N: & NB æqualis erit MK: & dum K est in M, sit pondus H, hoc est punctum G motum in O: & per MK ducantur EF PQ horizonti æquidistantes; erit vnaquæque EP BN FQ ipsi KM æqualis. & quoniam funis BC DE FG equalis est funi NCD PQO: idem enim est funis: & funis circa semicirculum ERF æqualis est funi circa semicirculum PSQ: demptis igitur communibus BC DE, & FO, erit OG tribus QF NB PE simul sumptis æqualis. sed QF NB PE simul triplæ sunt MK, hoc est spatij potentiæ motæ: spatium ergo GO ponderis H moti triplum est spatij potentiæ motæ. quod ostendere oportebat.

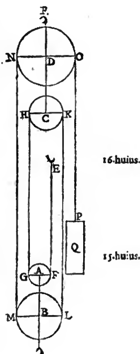
In præcedenti.

PRO-

PROPOSITIO XVIII.

Si vtriusque duarum trochlearum binis orbiculis, quarum altera supernè, à potentia sustineatur, altera verò infernè, ibique annexa, collocata fuerit, funis circumnectatur; altero eius extremo alicubi, non autem superiori trochleæ religato, alteri verò pondere appenso; quadrupla erit ponderis potentia.

Sit trochlea inferior, duos habens orbiculos, quorum centra A B; sitquè trochlea superior duos similiter habens orbiculos, quorum centra C D; funisque EFGHKLMNOP sit circa omnes orbiculos reuolutus, qui sit religatus in E; & in P appendatur pondus Q; sitque potentia in R. dico potentiam in R. quadruplam esse pōderis Q. Cùm enim si duæ intelligantur potentiæ, vna in K, altera in D, potentia in K sustinens pondus Q fune KLMNOP æqualis erit ponderi; erunt duæ simul potentiæ, vna in D, altera in K, pondus Q sustinentes, triplę eiusdem ponderis. Potentia verò in C dupla est potentiæ in K, & per consequens ponderis Q; idem enim est, ac si in K appensum esset pondus æquale ponderi Q. cuius dupla est potentia in C; duæ igitur potentiæ in DC quadruplæ sunt ponderis Q. & cùm potentia in R orbiculis sustineat pondus Q, erit potentia in R, ac si duæ essent potentiæ, vna in D, altera in C, & vtræque simul pondus Q sustinerent. ergo potentia in R quadrupla est ponderis Q. quod oportebat demonstrare.



16. huius.

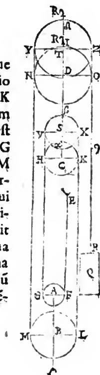
15. huius.

COROL-

COROLLARIVM.

Ex quo patet, si funis fuerit religatus in G, & circa orbiculos, quorum centra sunt B C D reuolutus; potentiam in R pondus sustinentem similiter ponderis Q quadruplam esse. orbiculus enim, cuius centrum A, nihil efficit.

Si autem in R sit potentia mouens pondus. dico spatium ponderis moti quadruplum esse spatij potentiæ.



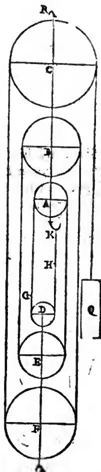
Moueantur centra C D orbiculorum vsque ad S T; erunt ex superius dictis C S D T spatio potentiæ æqualia; & per C S D T ducantur H K V X N O Y Z horizonti æquidistantes; & dum centra C D sunt in S T, sit pondus Q, hoc est punctum P motum in 9. & quoniam funis E F G H K L M N O P æqualis est funi E F G V X L M Y Z 9; cùm sit idem funis: & funes circa semicirculos N I O H α K sunt æquales funibus, qui sunt circa semicirculos Y δ Z V β X; demptis igitur communibus E F G H K L M N & O 9; erit P 9 ipsis N Y Z O V H X K simul sumptis æqualis. quatuor autem N Y Z O V H X K simul quadrupli sunt D T, hoc est spatij potentiæ; spatiũ igitur P 9 ponderis quadruplum est spatij potẽtiæ. quod demonstrandum fuerat.

Si



Si autem funis ſit religatus in E trochleæ ſuperiori, & potentia in R ſuſtineat pondus Q; erit potentia in R ponderis Q quintupla. & ſi in R ſit potentia mouens pondus; erit ſpatium ponderis moti quintuplum ſpatij potentiæ. quæ omnia ſimili modo oſtendentur, ſicut in præcedentibus demonſtratum eſt.

Si verò potentia in R ſubſtineat pondus Q trochlea tres orbiculos habente, quorum centra ſint A B C; & ſit alia trochlea inferne affixa duos, vel tres orbiculos habens, quorum centra D E F; ſitq; funis circa omnes orbiculos reuolutus, ſiue in G, ſiue in H religatus; ſimiliter oſtendetur potentiam in R ſexcuplam eſſe ponderis Q. Et ſi in R ſit potentia mouens pondus, oſtendetur ſpatium ponderis moti ſexcuplum eſſe ſpatij potentiæ.



Et ſi funis ſit religatus in K trochleæ ſuperiori, & in R ſit potentia pondus ſuſtinẽs; ſimili modo oſtendetur potentiam in R ſeptuplam eſſe ponderis Q.

Et ſi in R ſit potentia mouens, oſtendetur ſpatium ponderis Q ſeptuplum eſſe ſpatij potentiæ. atque ita in infinitum omnis potentiæ ad pondus multiplex proportio inueniri poterit. ſemperque oſtendetur, ita eſse pondus ad potentiam ipſum ſuſtinentem, ſicuti ſpatium potentiæ pondus mouentis ad ſpatium ponderis moti.

Vectium autem ipſorum orbiculorum motus in his ſit hoc modo, videlicet vectes orbiculorum trochleæ ſuperioris mouentur, vti dictum eſt in decima ſexta huius; hoc eſt habent fulcimentum in extremitate, potentiam in medio, pondus in altera extremitate appenſum. vectes verò trochleæ inferioris habent fulcimentum in medio, pondus, & potentiam in extremitatibus.

CO-

COROLLARIVM.

Manifestum est in his, orbiculos trochleæ superioris efficere, vt pondus moueatur maiori potentia, quàm sit ipsum pondus, & per maius spatium potentiæ spatio, & per æquale tempore minori; quod quidem orbiculi trochleæ inferioris non efficiunt.

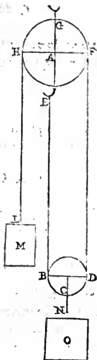
Alio quoque modo hanc potentiæ ad pondus multiplicem proportionem inuenire possumus.

PROPOSITIO. XVIIII.

Si vtriusque duarum trochlearum singulis orbiculis, quarum altera supernè appensa, altera verò infernè, à sustinente potentia retenta fuerit, funis circumuoluatur; altero eius extremo alicubi religato, alteri autem pondere appenso; dupla erit ponderis potentia.

Sit orbiculus trochleæ supernè appensæ, cuius centrum sit A; & BCD sit trochleæ inferioris; sit deinde funis EBCDFGHL religatus in E; & in L sit appensum pondus M; sitque potentia in N sustinens pondus M. dico potentiam in N duplam esse ponderis M. Cum enim supra ostensum sit potentiam in L, quæ pondus, exépli gratia, O sustineat in N appensum, subduplam esse eiusdem pon- 3. Huius.
deris; potentia igitur in N ponderi O æqualis pondus M potentiæ in L æquale sustinebit; ponderisque M dupla erit. quod demonstrare oportebat.

ALITER.



1. Huius. Iisdem positis. Quoniam potentia in F, seu in D, quod idem est, æqualis est ponderi M; & BD est vectis, cuius fulcimentum est B, & potentia in N est, ac si esset in medio vectis, & põdus æquale ipsi M, ac si esset in D propter funem FD; quod idem est, ac si BCD esset orbiculus trochleæ superioris, pondusque appensum esset in fune DF, sicut in decimaquinta, decimasexta dictum est; ergo potentia in N dupla est ponderis M. quod erat ostendendum.

Si autem in N sit potentia mouens pondus M, erit spatium ponderis M duplum spatij potentię in N. quod ex duodecima huius manifestum est; spatium enim puncti L deorsum tẽdentis duplum est spatij N sursum; erit igitur è conuerso spatium potentiæ in N deorsum tendentis dimidium spatij ponderis M sursum moti.

Sicut autem ex tertia, quinta, septima huius, &c. colligi possunt ponderis O ration L quotcunque multiplices ipsius potentiæ ines, eodẽ quoque modo ostendi poterunt potentiæ in N pondus sustinentis ponderis M quotcunque multiplices. Atque ita ex decimatertia decimaquarta rationes ostendentur quotcunque multiplices spatij ponderis M ad spatium potentiæ mouentis in N constitutæ.

Poterit quoque ex decimaseptima decimaoctaua huius multiplex inueniri proportio, quam habet potentia pondus sustinens ad ipsum pondus; sicut proportio potentiæ in N ad pondus M ex decimaquinta, & decimasexta ostendebatur; inuenieturque ita esse pondus ad potentiam pondus sustinentem, vt spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis.

Vectium motus in his fit hoc modo, videlicet vectes orbiculorum trochleæ inferioris mouentur, vt vectis BD, quæ mouetur, ac si B esset fulcimentum, & pondus in D, & potentia in medio. Vectes verò orbiculorũ trochleæ superioris mouentur, vt FH, cuius fulcimentum est in medio, pondus in H, & potentia in F.

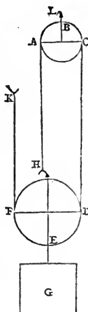
COROLLARIVM.

Ex hoc manifestum est, orbiculos trochleæ inferioris in his efficere, vt pondus maiori potentia moueatur, quàm sit ipsum pondus, & per maius spatium spatio potentiæ, & minori tempore per æquale. quod quidem orbiculi superioris troclea non efficiunt.

Cognitis proportionibus multiplicibus, iam ad superparticulares accedendum est.

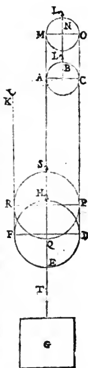
PROPOSITIO. XX.

Si vtriusque duarum trochlearum singulis orbiculis, quarum altera supernè à potentia sustineatur, altera verò infernè, ponderique alligata, constituta fuerit, funis reuoluatur; altero eius extremo alicubi, altero verò inferiori trochleæ religato; pondus potentiæ sesquialterum erit.



Sit ABC orbiculus trochleæ superioris, & DEF trochleæ inferioris ponderi G alligatæ; sitque funis HABCDEFK circa orbiculos reuolutus, qui sit religatus in K, & in H trochleæ inferiori; sitque potentia in L sustinens pondus G. dico pondus potentiæ sesquialterum esse. Quoniam enim vterque funis CD AH tertiam sustinet partem ponderis G, erit vnaqueque potentia in DH subtripla ponderis G; quibus simul assumptis est æqualis potentia in L: potentia enim L dupla est potentiæ in D, & eius, quæ est in H. quare potentia in L subsesquialtera est ponderis G. pondus ergo G ad potentiam in L est, vt tria ad duo; hoc est sesquialterum. quod demonstrare oportebat.

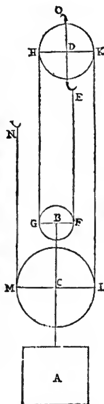
Si autem in L sit potentia mouens pondus. Dico spatium potentiæ spatij ponderis sesquialterum esse.



Iisdem positis, perueniat orbiculus A B C vsque ad M N O, & D E F ad P Q R; & H in S; & pondus G vsque ad T. Et quoniam funis H A B C D E F K est æqualis funi S M N O P Q R K, cùm sit idem funis; & funes circa semicirculos A B C M N O sunt inter se se æquales; qui verò sũt circa D E F P Q R similiter ĩter se ęquales; Demptis igitur A S C P R K communibus, erũt duo C O M A tribus D P H S F R æquales. sed vterq; C O A M seorsũm est æqualis spatio potentiæ motæ. quare duo C O M A, simul spatij potentiæ dupli erunt: tresque D P H S F R simul similli modo spatij ponderis moti tripli erunt. dimidia verò pars, hoc est spatium potentiæ motæ ad tertiam, ad spatium scilicet ponderis moti ita se habet, vt duplum dimidij ad duplum tertij; hoc est, vt totum ad duas tertias, quod est vt tria ad duo. spatium ergo potentiæ in L spatij ponderis G moti sesquialterũ est. quod ostendere oportebat.

PROPOSITIO. XXI.

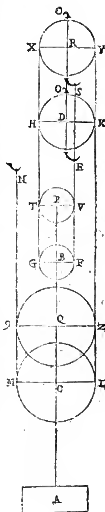
Si tribus duarum trochlearum orbiculis, quarum altera vnius tantùm orbiculi supernè à potentia sustineatur, altera verò duorum infernè, ponderique alligata, collocata fuerit, funis circumuoluatur; altero eius extremo alicubi, altero autem superiori trochleæ religato: pondus potentiæ sesquitertium erit.



Sit pondus A trochleæ inferiori alligatum, quæ duos habeat orbiculos, quorum centra sint B C; superiorque trochlea orbiculum habeat, cuius centrum D; & sit funis E F G H K L M N circa omnes orbiculos reuolutus, qui religatus sit in N, & in E trochleæ superiori; sitquè potentia in O sustinens pondus A. dico pōdus potentiæ sesquitertium esse. Quoniam enim vnusquisque funis N M H G E F K L quartam sustinent partem ponderis A, & omnes simul totum sustinent pondus; tres H G E F K L simul tres sustinebunt partes ponderis A. quare pondus A ad hos omnes simul erit, vt quatuor ad tria: & cùm potentia in O idem efficiat, quod H G E F K L simul efficiunt; omnes enim sustinet; erit potentia in O tribus simul H G E F K L æqualis; & ob id pondus A ad potentiam in O erit, vt quatuor ad tria; hoc est sesquitertium. quod demonstrare oportebat. Cor. 1. septimę huius.

Si verò in O sit potentia mouens pondus A. Dico spatium potentiæ in O decursum spatij ponderis A moti sesquitersium esse.

Iisdem



Iisdem positis, sit centrum B motum in P; & C vsque ad Q; & D in R; & E in S eodem tempore: & per centra ducantur M L 9 Z F G T V H K X Y horizonti, & inter se se æquidistantes. Similiter, vt in præcedente ostendetur tres X H S E Y K quatuor T G V F Z L 9 M æquales esse. & quoniam tres X H S E Y K simul triplæ sunt spatij potentiæ, quatuor verò T G V F Z L 9 M simul quadruplæ sunt spatij pōderis moti; erit spatium potentiæ ad spatium ponderis, vt tertia pars ad quartam. sed tertia pars ad quartam est, vt tres tertiæ ad tres quartas, hoc est, vt totum ad tres quartas; quod est, vt quatuor ad tria. spatium ergo potentiæ spatij ponderis moti sesquitertiū est. quod erat demonstrādum.

Si verò funis in E per alium circumuoluatur orbiculum, qui deinde trochleæ inferiori religetur; similiter ostendetur proportionem ponderis ad potentiam in O pondus sustinentem sesquiquartam esse. quòd si in O sit potentia mouens pondus, ostendetur spatium potentiæ spatij ponderis sesquiquartū esse. & sic in infinitum procedendo quamcūque superparticularem proportionem ponderis ad potentiam inueniemus; semperque reperiemus, ita esse pondus ad potentiam pondus sustinentem, vt spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis moti.

Motus verò vectium fit hoc modo, videlicet vectis M L fulcimentum est M, cùm funis sit religatus in N, & pondus in medio, & potentia in L. quia verò punctum L tendit sursum, quod à fune K L mouetur, idcirco K sursum mouebitur, & vectis H K fulcimentum erit H, pondus ac si essent in K, & potentia in medio; vectis autem F G fulcimentum erit G, pōdus in medio; & potētia in F. pūctū enim F sursum mouetur à fune E F. Prętereà G in orbiculo deorsum tēdit, quia H quoque in eius orbiculo deorsum mouetur.

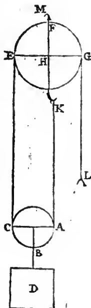
PRO-

PROPOSITIO XXII.

Si vtrisque duarum trochlearum singulis orbiculis, quarum altera supernè à potentia sustineatur, altera verò infernè, ponderique alligata, collocata fuerit, circumducatur funis; altero eius extremo alicubi, altero autem superiori trochleæ religato. erit potentia ponderis sesquialtera.

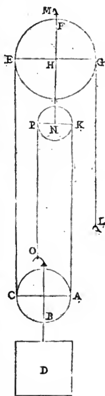
Sit orbiculus A B C trochleæ ponderi D alligatæ; & E F G trochleæ superioris, cuius centrum H; sit deinde funis K A B C E F G L circa orbiculos reuolutus, & religatus in L, & in K trochleę superiori; sitque potentia in M sustinens pondus D. dico potentiam ponderis sesquialteram esse. Quoniam enim potentia in E sustinens pondus D subdupla est ponderis D, potentiæ verò in E dupla est potentia in H; erit potentia in H ponderi D æqualis; & cùm potentia in K subdupla sit ponderis D; erunt vtræque simul potentiæ in H K sesquialteræ ponderis D. Itaque cùm potentia in M duabus potentijs in H K simul sumptis sit æqualis quemadmodum in superioribus ostensum est, erit potentia in M sesquialtera ponderis D. quod oportebat demonstrare.

2. Huius.
Ex 15. huius.
2. Cor.
2. Huius.



Si verò in M sit potentia mouens pondus, similiter vt in præcedentibus, ostendetur, spatiũ ponderis spatij potentiæ sesquialterum esse.

5.Huius. Ex 15.huius. Et si funis in K per alium circumuoluatur orbiculum, cuius centrum sit N; qui deinde trochleæ inferiori religetur in O; & potentia in M sustineat pondus D. dico proportioně potentiæ ad pondus sesquitertiam esse.



Quoniam enim potentia in E sustinens pondus D fune E C B A K P O subtripla est ipsius autem E dupla est potentia in H; erit potentia in H subsesquialtera ponderis D. simili quoque modo quoniam potentia in O, 3.15.Huius. quæ est, ac si esset in centro orbiculi A B C, subtripla est ponderis D: ipsius autem O dupla est potentia in N; erit quoque potentia in N subsesquialtera ponderis D. quare duæ simul potentiæ in H N pondus D superant tertia parte, se se habentque ad D in ratione sesquitertia: & cùm potentia in M duabus sit potentijs in H N simul sumptis æqualis, superabit itidem potentia in M pondus D tertia parte. ergo proportio potentiæ in M ad pondus D sesquitertia est quod demonstrare oportebat.

Si autem in M sit potentia mouens pődus, simili modo ostendetur spatium ponderis D spatij potentiæ in M sesquitertium esse.

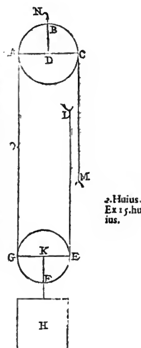
Et si funis in O per alium circumuoluatur orbiculum, qui trochleæ superiori deinde religetur; eodem modo demőstrabimus proportionem potentiæ in M pondus sustinentis ad pondus sesquiquartam esse, & si in M sit potentia mouens, similiter ostědetur spatium ponderis spatij potentiæ sesquiquartum esse. procedendoque hoc modo in infinitum quamcunque proportionem potentiȩ ad pődus superparticularem inueniemus; semperquè ostendemus potentiam pondus sustinentem ita esse ad pondus, vt spatium ponderis ad spatium potentiæ pondus mouentis.

Motus

Motus verò vectis EG est, ac si G esset fulcimentum, cùm funis sit religatus in L; pondus ac si in E esset appensum, & potentia in medio. Vectis verò CA fulcimentum est A pondus in medio, & potentia in C. & K fulcimentum est vectis PK, pondus in P, & potentia in medio. quæ omnia sicut in præcedenti ostendentur.

PROPOSITIO XXIII.

Si vtrisq; duarum trochlearũ singulis orbiculis, quarum altera supernè à potentia sustineatur, altera verò infernè, ponderique alligata, constituta fuerit, circumferatur funis; vtroque eius extremo alicubi, non autem trochleis religato, æqualis erit ponderi potentia.



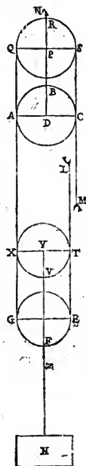
Sit orbiculus trochleæ superioris ABC, cuius centrum D; & EFG trochleæ ponderi H alligatæ, cuius centrum K; & sit funis LEFGABCM circa orbiculos reuolutus, religatusque in LM; sitque potentia in N sustinens pondus H. dico potentiam in N æqualem esse ponderi H. Accipiatur quoduis punctum O in AG. & quoniam si in O esset potentia sustinens pondus H, subdupla esset ponderis H, & potentiæ in O dupla est ea, quæ est in D, siue (quod idem est) in N; erit potentia in N ponderi H æqualis. quod demonstrare oportebat.

2. Huius.
Ex 15. huius.

Et si in N sit potentia mouens pondus. Dico spatium potentiæ in N æqualem esse spatio ponderis H moti.

11.huius. Quoniam enim ſpatium puncti O moti, duplum eſt, tùm ſpatij
16.huius. ponderis H moti, tùm ſpatij potentię in N motæ; erit ſpatium potentiæ in N ſpatio ponderis H æquale.

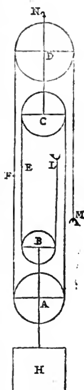
ALITER.



Iiſdem poſitis, transferatur centrum orbiculi A B C vſque ad P; orbiculuſque poſitionem habeat QR S; deinde eodem tempore orbiculus EFG ſit in TVX, cuius centrum ſit Y; & pondus peruenerit in Z. ducantur per orbiculorum centra lineæ GE TX AC QS horizonti æquidiſtantes. & ſicut in alijs demonſtratum fuit, duo funes AQ CS duobus XG TE æquales erunt; ſed AQ CS ſimul dupli ſunt ſpatij potentiæ motæ; & duo XG TE ſimul ſunt ſimiliter dupli ſpatij ponderis; erit igitur ſpatium potentiæ ſpatio ponderis æquale. quod demonſtrare oportebat.

Quod

Quod etiam si vtraque trochlea duos habuerit orbiculos, quorum centra sint ABCD, funisque per omnes circumuoluatur, qui in LM religetur: similter ostendetur potentiam in N æqualem esse ponderi H. vnaquęque enim potẽtia in EF sustinens pondus subquadrupla est põderis: & potentiæ in CD duplæ sunt earum, quæ sunt in EF: erit vnaquæque potentia in CD subdupla ponderis H. quare potentiæ in CD simul sumptæ ponderi H erunt æquales. & quoniam potentia in N duabus in CD potentijs est æqualis: erit potentia in N ponderi H, æqualis.



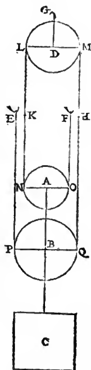
Et si in N sit potentia mouens, simili modo ostendetur, spatium potentiæ æquale esse spatio ponderis.

Si autem vtraque trochlea tres, vel quatuor, vel quotcunque habeat orbiculos: semper ostendetur potentiam in N æqualem esse ponderi H: & spatium potentiæ pondus mouentis æquale esse spatio ponderis moti.

Vectium autem motus hoc pacto se habent: orbiculorum quidem trochleæ superioris, veluti AC in præcedenti figura fulcimentum est C, pondus verò in A appensum, & potentia in D medio. vectes autem orbiculorum trochleæ inferioris ita mouentur, vt ipsius GE fulcimentum sit E, pondus in medio appensum, & potentia in G.

PROPOSITIO XXIIII.

Si tribus duarum trochlearum orbiculis, quarum altera vnius dumtaxat orbiculi supernè à potentia sustineatur, altera verò duorum infernè, ponderiq; alligata fuerit constituta, circundetur funis; vtroque eius extremo alicubi, sed non superiori trochleæ religato: duplum erit pondus potentiæ.



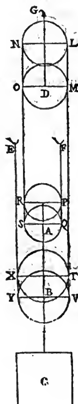
Sint A B centra orbiculorum trochleæ ponderi C alligatæ; D verò sit centrum orbiculi trochleæ superioris; sit deinde funis per omnes orbiculos circumuolutus, religatusque in EF; & sit potentia in G sustinens pondus C. dico pondus C duplum esse potentiæ in G. Quoniam enim si in H K duæ essent potentiæ pondus sustinentes duobus funibus orbiculis trochleæ inferioris tantùm circumuolutis, esset vtique vtraque potentia in K H subquadrupla ponderis C; sed potentia in G æqualis est potentijs in H K simul sumptis; vniuscuiusque enim potentiæ in H, & K dupla est: erit potentia in G subdupla ponderis C. pōdus ergo potentiæ duplum erit. quod demonstrare oportebat.

Ex 7. huius.

Ex 15. huius.

Et si

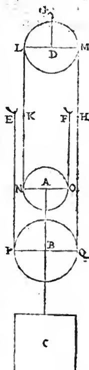
Et si in G sit potentia mouens pondus. Dico spatium potentiæ duplum esse spatij ponderis.



Iisdem positis, sint moti orbiculi, similiter demonstrabitur ambos illos LM NO æquales esse quatuor PQRSTVXY. sed LM NO simul dupli sunt spatij potentiæ in G motæ; & quatuor PQRSTVXY simul quadrupli sunt spatij ponderis moti. spatium igitur potentiæ ad spatium ponderis est tanquam subduplum ad subquadruplum. erit ergo potentiæ spatium ponderis spatij duplum.

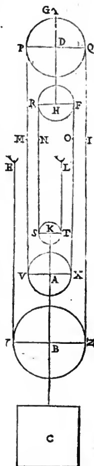
Hinc

Hinc autem considerandum est quomodo fiat motus; quia, cùm funis sit religatur in F, vectis N O in prima figura habebit fulcimentum O, pōdus in medio, & potentia in N. similiter quoniā funis est religatus in E, vectis P Q habebit fulcimentum P, & pondus in medio, & potentia in Q. idcirco partes orbiculorum in N, & Q sursum mouebūtur; orbiculi ergo non in eadem, sed in contrarias mouebuntur partes, videlicet vnus dextorsum, alter sinistrorsum. & quoniam potentiæ in N Q eædem sunt, quæ sunt in L M; potentiæ igitur in L M æquales sursum mouebuntur, vectis igitur L M in neutram mouebitur partem quare neque orbiculus circumuertetur. Itaque L M erit tanquam libra, cuius centrum D, ponderaque appensa in L M æqualia quartæ parti ponderis C; vnusquisque enim funis L N M Q quartam sustinet partem ponderis C. mouebitur ergo totus orbiculus, cuius centrum D, sursum; sed non circumuertetur.



Etsi

Et si funis in F circa alios duos voluatur orbiculos, quorum centra sint H K, qui deinde religetur in L; erit proportio ponderis ad potentiam sesquialtera.



Si enim quatuor essent potentiæ in M N O I, esset vnaquæque subsescupla ponderis C. quare quatuor simul potentiæ in M N O I quatuor sextæ erunt ponderis C. & quoniam duæ simul potentiæ in H D quatuor potentijs in M N O I sunt æquales; & potentia in G æqualis est potentijs in DH: erit potentia in G quatuor simul potentijs in M N O I æqualis; & ob id quatuor sextæ erit ponderis C. proportio igitur ponderis C ad potentiam in G sesquialtera est.

Ex 9. huius.

Et si in G sit potentia mouẽs, simili modo ostendetur spatium potentiæ spatij ponderis sesquialterum esse.

Et si funis in L adhuc circa duos alios orbiculos reuoluatur similiter ostendetur proportionem ponderis ad potentiam sesquitertiam esse. quòd si in G sit potentia mouens, ostendetur spatium potentiæ spatij ponderis sesquitertium esse, atque ita deinceps in infinitum procedendo, quamcunque proportionem põderis ad potentiam superparticularem inueniemus. semperque reperiemus ita esse pondus ad potentiam pondus sustinentem, vt spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis à potentia moti.

Motus vectium fit hoc modo, vectis Y Z, cùm funis sit religatus in E, habet fulcimentum in Y, pondus in B medio appensum, & potentia in Z. & vectis P Q habet fulcimentum in P potentia in medio, & pondus in Q. oportet enim orbiculos, quorum centra sunt B D in eandem partem moueri, videlicet vt QZ sursum moueantur. & quoniam funis religatus est in L, erit Γ fulcimentum vectis S T, qui pondus habet in medio, & potentia in S. & quia S mouetur sursum, necesse est etiam R sursum moueri; & ideo F

X erit

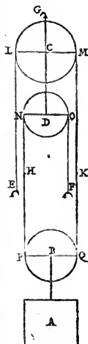
erit fulcimentum vectis FR, & pondus erit in R, & potentia in medio. orbiculi igitur, quorum centra sunt HK, in contrariam mouentur partem eorum, quorum centra sunt BD: quare partes orbiculorum PF in orbiculis deorsum tendent; videlicet versus X V. vectis igitur VX in neutram partem mouebitur, cùm P, & F deorsum moueantur; & VX erit tanquam vectis, in cuius medio erit pondus appensum, & in VX duæ potentiæ æquales sextæ parti ponderis C. potentiæ enim in MO hoc est funes PV FX sextam sustinent partem ponderis C. totus igitur orbiculus, cuius centrum A sursum vnà cum trochlea mouebitur; non autem circumuertetur.

PROPOSITIO XXV.

Si tribus duarum trochlearum orbiculis, quarum altera binis insignita rotulis à potentia supernè detineatur; altera verò vnius tantùm rotulæ infernè constituta, ac ponderi alligata fuerit, circumuoluatur funis; vtroque eius extremo alicuibi, non autem inferiori trochleæ religato: dupla erit ponderis potentia.

Sit

Sit pondus A trochleę inferiori alligatum, quę orbiculum habeat, cuius centrum sit B; trochlea verò superior duos orbiculos habeat, quorum cētra sint CD; sitque funis circa omnes orbiculos reuolutus, qui in EF sit religatus potentiaque sustinens pondus sit in G. dico potentiam in G ponderis A duplam esse. si enim in HK duę essent potentiæ pōdus sustinentes, esset vtraque subdupla ponderis A; sed potentia in D dupla est potentiæ in H, & potentia in C dupla potentiæ in K; quare duæ simul potentiæ in CD vtriusque simul potentiæ in HK duplę erunt. sed potentiæ in HK ponderi A sunt æquales, & potentiæ in CD ipsi potentię in G sunt etiam ęquales; potentia igitur in G ponderis A dupla erit. quod oportebat demonstrare.



2. Cor. 2. Huius. Ex 15. huius.

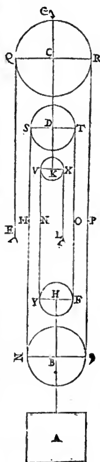
Si autem in G sit potentia mouens pondus, similiter vt in præcedenti ostendetur spatium ponderis spatij potentiæ duplum esse.

Hic quoq; considerandum est vectem PQ non moueri, quia vectis LM habet fulcimentum in L, potentia in medio, & pondus in M. vectis autē NO habet fulcimentum in O, potentia in medio, & pondus in N. quare M, & N sursum mouebuntur. in contrarias igitur partes orbiculi, quorum centra sunt CD mouentur. idcirco vectis PQ in neutram partem mouebitur; eritque, ac si in medio esset appensum pondus, & in PQ duæ potentiæ æquales dimidio pōderis A. vtraque enim potentia in HK subdupla est ponderis A. totus igitur orbiculus, cuius centrum B sursum mouebitur, sed non circumuertetur.

Et si funis in F duobus alijs adhuc circumuoluatur orbiculis, quorum centra sint HK, qui deinde religetur in L; erit proportio potentiæ in G ad pondus A sesquialtera.

Si enim in M N O P quatuor essent potentiæ pondus sustinentes, vnaquæque subquadrupla esset ponderis A: sed cùm potentia in K sit dupla potentiæ in N; erit potentia in K ponderis A subdupla. & quoniam potentia in D duabus in M O potentijs est æqualis; erit quoque potentia in D ponderis A subdupla. cùm autem adhuc potentia in C potentiæ in P sit dupla, erit similiter potentia in C ponderis A subdupla. tres igitur potentiæ in C D K tribus medietatibus ponderis A sunt æquales. quoniam autem potentia in G potentijs in C D K est æqualis, erit potentia in G tribus medietatibus ponderis A æqualis. Proportio igitur potentiæ ad pondus sesquialtera est.

Ex 7. huius
15. huius.



Si verò in G sit potentia mouens, erit spatium ponderis spatij potentiæ sesquialterum.

Et si funis in L adhuc circa duos alios orbiculos reuoluatur, similiter ostenderetur proportionem potentiæ ad pondus sesquitertiam esse. & sic in infinitum omnes proportiones potentiæ ad pōdus superparticulares inueniemus. ostēdemusq; potentiam pondus sustinentem ad pondus ita esse, vt spatium ponderis moti ad spatium potētiæ pondus mouentis.

Motus vectium fiet hoc modo, videlicet Q erit fulcimentum vectis Q R, potentia in medio, pondus in R; & vectis Z 9 fulcimentum erit Z, pondus in medio, potentiaque in 9. similiter X erit fulcimētum vectis V X, potentia in medio, pondus in V. & quoniam V sursum mouetur, Y quoque sursum mouebitur; & vectis Y F fulcimētum erit F; quare F, & Z in orbiculis deorsum mouebuntur. & ob id vectis S T in neutram mouebitur partem: & S T erit tamquam libra, cuius centrum D, & pondera in S T æqualia quartæ parti pōderis A. vnusquisque enim funis S Z T F quartam sustinet partem ponderis A. orbiculus ergo, cuius centrum D, sursum mouebitur; non autem circumuertetur.

Hacte

Hactenus proportiones ponderis ad potentiam multiplices, & submultiplices; deinde superparticulares, subsuperparticularesque declaratæ fuerunt: nunc autem reliquum est, vt proportiones inter pondus, & potentiam superpartientes, & multiplices superparticulares, multiplicesque superpartientes manifestentur.

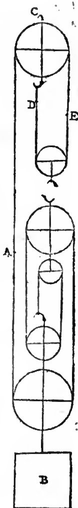
PROPOSITIO XXVI.

PROBLEMA.

Si proportionem superpartientem inuenire volumus, quemadmodum si proportio, quam habet pondus ad potentiam pondus sustinentem fuerit superbipartiens, sicut quinque ad tria.

Expona-

Ex 9. huius. Exponatur potentia in A pondus B sustinés, proportionemque habeat pondus B ad potentiam in A, vt quinque ad vnum; hoc est, sit potẽtia in A subquintupla ponderis B: deinde eodẽ fune circa alios orbiculos reuoluto inueniatur
Ex 17. huius. potentia in C, quæ tripla sit potentiæ in A. & quoniam pondus B ad potentiam in A est, vt quinque ad vnum; & potentia in A ad potentiam in C est, vt vnum ad tria; erit pondus B ad potẽtiam in C, vt quinque ad tria; hoc est superbipartiens.



Et hoc modo omnes proportiones ponderis ad potentiam superpartientes inuenientur; vt si supertripartientem quis inuenire voluerit; eodẽ incedat ordine; fiat scilicet potentia in A sustinés pondus B subseptupla ipsius ponderis B; deinde fiat potentia in C ipsius A quadrupla; erit pondus B ad potentiam in C, vt septem ad quatuor; videlicet supertripartiens.

Si verò in C sit potentia mouens pondus erit spatiũ potentiæ spatij ponderis superbipartiens.

Spatium enim potentię in C tertia pars est
17. Huius spatij potentiæ in A, ita videlicet se habent, vt quinque ad quindecim; & spatium potentiæ in A
14. Huius quintuplum est spatij põderis B, hoc est, vt quindecim ad tria; erit igitur spatium potentiæ in C ad spatium ponderis B, vt quinque ad tria; videlicet superbipartiés. & semper ostendemus, ita esse spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis vt pondus ad potentiam pondus sustinentem.

Similique prorsus ratione proportionem potentiæ ad pondus superpartientem inueniemus. si enim C esset inferius, & in ipso appẽsum esset pondus; B verò superius, in quo esset potẽtia pondus in C sustinens, esset potentia in B superbipartiens ponderi in C appensi: cùm B ad A sit, vt quinque ad vnum; A verò ad C, vt vnum ad tria.

Si autem multiplicem ſuperparticulare inuenire voluerimus; vt proportio, quam habet pondus ad potentiam pondus ſuſtinentem, ſit duplex ſeſquialtera, vt quinque ad duo.

Eodem modo, quo ſuperpartientes inuenimus, has quoque omnes multiplices ſuperparticulares reperiemus. vt fiat pondus B ad potentiam in A, vt quinque ad vnum; potentia verò in C ad potentiam in A, vt duo ad vnum; quod fiet, ſi funis ſit religatus in D non autem trochleæ ſuperiori, vel in E: erit pondus B ad potentiam in C, vt quinque ad duo; hoc eſt duplum ſeſquialterum. Ex 9 huius. Ex 15.16. Huius.

Et è conuerſo proportionem potentiæ ad pondus multiplicem ſuperparticularem inueniemus; & ſit in reliquis oſtendetur, ita eſſe ſpatium potentiæ mouentis ad ſpatium ponderis, vt pondus ad potentiam pondus ſuſtinentem.

Omnem quoque multiplicem ſuperpartientem eodem modo inueniemus; vt ſit proportio, quam habet pondus ad potentiam, ſit duplex ſuperbipartiens, vt octo ad tria.

Fiat potentia in A pondus B ſuſtinens ſuboctupla ponderis B; & potentia in C potentiæ in A ſit tripla; erit pondus B ad potentiã in C, vt octo ad tria. & è conuerſo omnem potentiæ ad pondus proportionem multiplicem ſuperpartientem inueniemus. & vt in ceteris reperiemus ita eſſe pondus ad potentiam pondus ſuſtinentem, vt ſpatium potentiæ mouentis ad ſpatium ponderis. Ex 9. huius. Ex 17. huius.

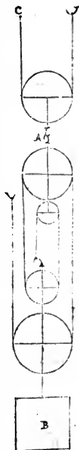
Notandum autem eſt, quòd cùm in præcedentibus demoſtrationibus ſępius dictum fuerit, potentiam pondus ſuſtinentem ipſius põderis duplam eſſe, vel triplam, & huiuſmodi; vt in decimaquinta huius oſtenſum eſt; quia tamen potentia non ſolum pondus, verùm etiã trochleam ſuſtinet; idcirco maioris longè virtutis, maioriſque ipſi ponderi proportionis conſtituenda videtur ipſa potentia. quod quidem verum eſt, ſi etiam trochleæ grauitatem cõſiderare voluerimus ſed quoniam inter potentiam, & pondus proportionem quærimus: ideo hãc trochleæ grauitatem ommiſimus. quam ſiquis etiam conſiderare voluerit, vim ipſi potentiæ æqualem trochleæ addere poterit. Quod ipſum etiam in fune obſeruari poterit. & ſicut hoc in decimaquinta conſiderauimus, idem quoque in reliquis alijs cõſiderare poterimus.

Nouiſſe

Nouisse etiam oportet, quòd sicuti proportiones omnes inter potentiam, & pondus vnico fune inuentæ fuerunt; ita etiam pluribus funibus, trochleisquè eædem inueniri poterunt. vt si multiplicem superparticularem proportionem pluribus funibus inuenire voluerimus, veluti si proportio, quam habet pōdus ad potentiam pondus sustinētem, fuerit duplex sesquialtera, vt quinque ad duo; oportet hanc proportionem ex pluribus componere. vt (exempli gratia) ex proportione sesquiquarta, vt quinquè ad quatuor, & ex dupla, vt quatuor ad duo. exponatur igitur potentia in A pondus B sustinens, ad quam pondus proportionem habeat sesquiquartam, vt quinq; ad quatuor; deinde alio fune inueniatur potentia in C, dupla sit potentia in A. & quoniam B ad A est, vt quinque ad quatuor; & A ad C, vt quatuor ad duo; erit pondus B ad potentiam in C, vt quinque ad duo; hoc est proportionem habebit duplicem sesquialteram.

Ex 21. huius.

Ex 2. huius.

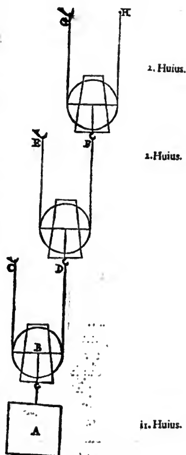


Et notandum est hanc quoque proportionem inueniri posse, si proportionem quinque ad duo ex pluribus cōponamus, vt quinque ad quindecim & quindecim ad viginti & viginti ad duo. Et hoc modo nō solum omnem aliam proportionem inueniemus, sed quamcunque multis, infinitisquè modus comperiemus. omnis enim proportio ex infinitis proportionibus componi potest. vt patet in commētario Eutocij in quartam propositionem secundi libri Archimedis de sphera, & cylindro.

Possumus quoque pluribus funibus, trochleis verò inferioribus tantùm, vel superioribus vti.

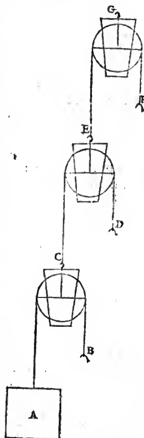
Sit

Sit pondus A, cui alligata sit trochlea orbiculum habens, cuius centrum B; religetur funis in C, qui circa orbiculū reuoluatur, funisque perueniat in D: erit potentia in D sustinens pondus A subdupla ponderis A. deinde funis in D alteri trochleæ religetur, & circa huius trochleæ orbiculum alius reuoluatur funis, qui religetur in E, & perueniat in F; erit potentia in F subdupla eius, quod sustinet potentia in D: est enim ac si D dimidium ponderis A sustineret sine trochlea; quare potentia in F subquadrupla erit ponderis A. & si adhuc funis in F alteri trochleæ religetur, & per eius orbiculum circumuoluatur alius funis, qui religetur in G, & perueniat in H; erit potentia in H subdupla potentiæ in F. ergo potentia in H suboctupla erit ponderis A. & sic in infinitum semper subduplam potentiam pręcedentis potentię inueniemus. 2. Huius. 2. Huius.



Et si in H sit potentia mouens, erit spatium potentiæ spatij ponderis octuplum. spatium enim D duplum est spatij ponderis A, & spatium F spatij D duplum; erit spatium F spatij ponderis A quadruplum. similiter quoniam spatium potentiæ in H duplum est spatij F, erit spatium potentiæ in H spatij ponderis A octuplum. 11. Huius.

Sit deinde pondus A funi alligatum, qui orbiculo trochleæ superioris sit circumuolutus, & religatus in B; sitque potentia in C sustinens pondus A:
15.huius. erit potentia in C ponderis A dupla, deinde C alteri funi religetur, qui per alterius trochleæ orbiculum circum-
Ex eadem. uoluatur, & religetur in D; erit potentia in E dupla potentiæ in C. Quare potentia in E quadrupla erit ponderis A. & si adhuc E alteri funi religetur, qui etiam circa orbiculum alterius trochleæ reuoluatur, & religetur in F; erit potentia in G dupla potentiæ in E. ergo potentia in G octupla erit ponderis A. & sic in infinitũ semper præcedentis potentiæ potentiam duplam inueniemus.



Si autem in G sit potentia mouens,
16.huius. erit spatium ponderis octuplum spatii potentiæ in G. spatium enim ponderis A duplum est spatii potentiæ in C, & C duplum est spatii ipsius E; quare spatium ponderis A spatii potentiæ in E quadruplum erit. similiter quoniam spatium E duplum est spatii potentiæ in G; erit ergo spatium ponderis A octuplum spatij potentiæ in G.

COROLLARIVM.

Ex his manifestum est maiorem semper habere proportionem spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis moti, quàm pondus ad eandem potẽtiam.

Hoc

Hoc autem ex ijs, quæ corollario quartæ huius de vecte dicta sunt, patet.

PROPOSITIO XXVII.

PROBLEMA.

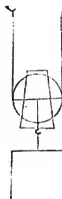
Datum pondus à data potentia trochleis moueri.

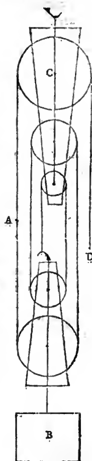
Data potentia, vel est maior, vel æqualis, vel minor dato pondere.

Et si est maior, tunc potentia, vel absque alio instrumento, vel fune circa orbiculum trochleæ sursum appensæ reuoluto datum pondus mouebit. Minor enim potentia; quã data, ponderi æqueponderat, data ergo mouebit. quod idẽ fieri potest iuxta omnes propositiones, quibus potentia pondus sustinens vel æqualis, vel minor pondere ostensa est. Ex 1. huius.



Si autem ęqualis, pondus mouebit fune per orbiculum trochleę ponderi alligatæ circumuoluto. potentia enim sustinens pondus subdupla est ponderis, potentia igitur ponderi æqualis datum põdus mouebit. Quod etiam secũdùm propositiones quibus potentiam pondere minorem esse ostensum est, fieri potest. 2. Huius.





Si vero minor, si datum põdus vt sexaginta, potentia verò mouens data sit tredecim, inueniatur potentia in A sustinens pondus B, quæ ponderis B sit subquintupla. & quoniam potẽtia in A pondus sustinens est vt duodecim; maior igitur potentia, quàm duodecim in A pondus B mouebit. Quare potentia vt tredecim in A pondus B mouebit. quod facere oportebat:

Ex 9. huius.

Animaduertendum quoque est in mouendis ponderibus, potentiam aliquando forsitan melius mouere mouendo se deorsum, quàm mouẽdo se sursum. vt circũuoluatur adhuc funis per alium trochleæ superioris orbiculum, cuius centrum C, funisque perueniat in D; erit potentia in D sustinens pondus B similiter duodecim, quemadmodum erat in A. Ideo potentia vt tredecim in D pondus B mouebit. & quia mouet se deorsum, fortasse trahet facilius, quã in A; atque tempus est idem, sicut etiam erat in A.

Ex 5. huius.

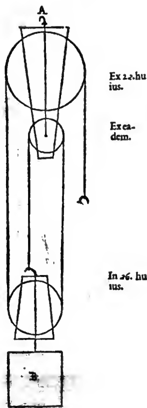
PROPOSITIO XXVIII.

PROBLEMA.

Propositum sit nobis efficere, potentiam pondus mouentem, & pondus per data spatia sibi inuicem longitudine commensurabilia moueri.

Sit

Sit datum ſpatium potentiæ, vt tria, ponderis verò, vt quatuor. inueniatur potentia in A pondus B ſuſtinens, quæ ponderis ſit ſeſquitertia, vt quatuor ad tria. ſi igitur in A ſit potentia mouens pondus; erit ſpatium ponderis ſpatij potentiæ ſeſquitertium, vt quatuor ad tria. quod facere oportebat.



Ex 22. huius.

Ex eadem.

In 26. huius.

Hoc autem & ex ijs, quæ dicta ſunt in vigeſimaſecunda, & in vigeſimaquinta huius efficere poſſumus ſolo fune. Quòd ſi pluribus funibus id efficere voluerimus, non ſolum multis, ſed infinitis modis hoc efficere poterimus, vt ſupra dictum eſt. Quare hoc affirmare poſſumus, quod quidem mirum eſſe videtur: videlicet,

COROLLARIVM. I.

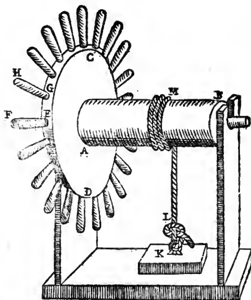
Ex his manifeſtum eſſe, Quamlibet datam in numeris proportionem inter pondus, & potentiam; & inter ſpatium ponderis moti, & ſpatium potentiæ motæ; infinitis modis trochleis inueniri poſſe.

COROLLARIVM. II.

Ex dictis etiam manifeſtum eſt, quò pondus facilius mouetur, eò quoque tēpus maius eſſe; quò verò difficilius, eò minus eſſe. & è conuerſo.

DE

DE AXE IN PERITROCHIO.



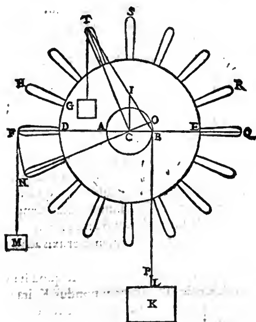


ABRICAM, & constructionem huius instrumenti Pappus in octauo mathematicarum collectionum libro docet; axemque vocat A B, tympanum verò C D circa idem centrum, & scytalas in foraminibus tympani E F G H &c. ita vt potentia, quæ semper in scytalis est, vt in F, dum circumuertit tympanum, & axem, sursum moueat pōdus K axi appensum fune L M circa axem reuoluto. Nobis igitur restat, vt ostendamus, cur magna pondera ab exigua virtute, quouè etiam modo hoc instrumento moueantur; temporis quinetiam, spatijque mouentis inuicem potentiæ, ac moti ponderis rationem aperiamus; huiusmodique instrumenti vsum ad vectem reducamus.

PRO-

PROPOSITIO I.

Potentia pondus ſuſtinens axe in peritrochio ad pondus eandem habet proportionem, quam ſemidiameter axis ad ſemidiametrum tympani vnà cum ſcytala.



Sit diameter axis A B, cuius centrum C; ſit diameter tympani D C E circa idem centrum; ſintque A B D E in eadem recta linea ſint deinde ſcytale in foraminibus tympani D F G H &c. inter ſe ſe æquales, atque æquè diſtantes; ſitque F E horizonti æquidiſtans; pondus autem K in fune B L circa axem volubili ſit appenſum; & potẽtia in F ſuſtineat pondus K. Dico potentiam in F ad pondus K ita ſe habere, vt C B ad C F. fiat vt C F ad C B, ita pondus K ad aliud M, quod appendatur in F. & quoniam pondera M K appenſa ſunt in F B; erit F B tanquam vectis, ſiue libra; quia verò C eſt pũctum immobile, circa quod axis, tympanusque reuoluuntur erit C; fulcimentum vectis F B; vel libræ centrum: cum autem ita ſit C F ad C

B, vt

6.Primi Archi. de æquepon. B, vt K ad M, pondera K M æqueponderabunt. Potentia igitur in F sustinens pondus K, ne deorsum vergat, ponderi K æqueponderabit, ipsique M æqualis erit. idem enim præstat potentia, quod põdus M. pondus igitur K ad potentiam in F erit, vt CF ad CB; & conuertendo, potentia ad pondus erit, vt CB ad CF, hoc est, semidiameter axis ad semidiametrum tympani vnà cum scytala DF. Similiter etiam ostendetur, si potentia pondus sustinens fuerit in Q. tunc enim sustinere vecte CQ; & ad pondus eam haberet proportionem, quam habet CB ad CQ. Videlicet semidiameter axis ad semidiametrum tympani vnà cum scytala EQ. quod demonstrare oportebat.

Cor.4. quinti.

2. Huius. de vecte.

COROLLARIVM.

Manifestum est potentiam semper minorem esse pondere.

Semidiameter enim axis semper semidiametro tympani minor est & potentia eo minor est pondere, quò semidiameter axis minor est semidiametro tympani vnà cum scytala. quare quò longior est CF, vel CQ; & quò breuior est CB, minor adhuc semper potentia in F, vel in Q pondus K sustinebit. quò enim minor est CB, eò minorem habebit proportionem semidiameter axis ad semidiametrum tympani vnà cum scytala.

Hoc autem loco considerandum occurrit, quòd si in alia scytala appendatur pondus, vt in T, sustinens pondus K; ita nempè, vt põdus in T appensum, pondusque K circa axem constitutum maneant; erit pondus in T grauius pondere M in F appenso. iungatur enim TB, & à puncto C horizonti perpendicularis ducatur CI, quæ lineam TB secet in I; tandemque cõnectatur TC, quę æqualis erit CF. Quoniam autem pondera appensa sunt in TB, perindè se se habebunt, ac si in punctis TB ipsorum centra grauitatum haberent; vt antea dictum est. & quia manent, erit punctum I (ex prima huius de libra) amborum simul grauitatis centrum; cùm sit CI horizonti perpendicularis. sed quoniam angulus BCI est rectus, erit BIC acutus, lineaque BI ipsa BC maior erit. quare angulus CIT erit obtusus; atque ideo linea CT ipsa TI maior erit. Cùm autem CT maior sit TI, & IB maior BC; maiorẽ habebit proportionem TC ad CB, quàm TI ad IB; & conuertendo, minorem habebit proportionem BC ad CT, hoc est ad CF, quàm BI ad IT; vt ex vigesima sexta quinti elementorum

Ex 19. primi.

Ex 13. primi.

torum

torum (iuxta Commandini editionem) patet. Quoniam verò punctum I est ponderum in T B existentium centrum grauitatis; erit pondus in T ad pondus in B, vt B I ad I T. pondus verò in F ad idem pondus in B est, vt B C ad C F; maiorem igitur proportioné habebit pondus in T ad pondus in B, quàm pondus in F ad idem pondus in B. ergo grauius erit pondus in T, quàm pondus in F. 6. Primi Archi. de æquepon. 10. Quinti.

Si verò loco ponderis in T animata potentia sustinens pondus K constituatur; quæ ita degrauet se, ac si in centrum mundi tendere vellet; quemadmodum suapte natura efficit pondus in T appẽsum erit hæc eadem ponderi in T appenso æqualis; alioquin non sustineret, quæ quidem ipsa potentia in F collocata maior erit. sicuti enim se se habet pondus in T ad pondus in F, ita & potentia in T ad potentiam in F, cùm potentię sint ponderibus æquales verùm si vnaquæque potentia seorsum sumpta, tam in T, quàm in F sustinens pondus secundum circumferentiam T H F N moueri se vellet, veluti apprehensa manu scytala; tunc eademmet potentia, vel in F, vel in

T constituta idem pondus K sustinere poterit; cùm semper in cuiuscunque extremitate scytalæ ponatur, ab eodem centro C æquidistans fuerit, ac secundum eandem circumferentiam ab eodem centro æqualiter semper distantem perpensionem habeat. neque enim (sicuti pondus) proprio nutu magis in centrum ferri exoptat, quàm circulariter moueri; cùm vtrunque, seu quemlibet alium motum nullo prorsus respiciat discrimine. propterea non eodem modo res sese habet, siue pondera, siue animatæ potentiæ ijsdem locis eodem munere abeundo fuerint constitutæ.

Potentia autem mouet pondus vecte FB, videlicet dum potentia in F circumuertit tympanum, circumuertit etiam axem; & FB sit tamquam vectis, cuius fulcimentum C, potentia mouens in F; & pondus in B appensum & dum punctum F peruenit in N; punctum H erit in F, & punctum B erit in O: ita vt ducta NO transeat per C: eodemque tempore pondus K motum erit in P, ita vt OBP sit æqualis ipsi BL, cùm sit idem funis.

Deinde ex quarta huius de vecte facilè eliciemus spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis moti ita esse, vt semidiameter tympani cùm scytala ad semidiametrum axis, hoc est, vt CF ad CB, cùm circumferentia FN ad BO, sit vt CF ad CB. & quoniam BL, est æqualis OBP, dempta communi BP, erit OB ipsi PL æqualis. quare FN spatium potentiæ ad PL spatium ponderis erit, vt CF ad CB, videlicet semidiameter tympani cùm scytala ad semidiametrum axis. Quod idem ostendetur, potentia vel in Q, vel in qualibet alia scytala existente, vt in S. cùm enim scytalæ sint sibi inuicem æquales, atque æqualiter distantes vbicunque sit potentia æquali mota velocitate semper æquali tempore æquale spatium pertransibit, hoc est ex Q in R, vel ex S in T eodem tempore mouebitur, quò ex F in N. sed quò tempore potentia ex F in N mouetur, eodemmet prorsus pondus K ex L in P quoque mouetur, vbicunque igitur sit potentia, erit spatium potentiæ ad spatium ponderis moti, vt CF, ad CB, hoc est semidiameter tympani cum scytala, ad semidiametrum axis.

Ex 6. huius. de vecte.

COROLLARIVM. I.

Ex his manifestum est, ita esse pondus ad potentiam pondus sustinentem, vt spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis moti.

COROL-

COROLLARIVM II.

Manifeſtum eſt etiam, maiorem ſemper habere proportionem ſpatium potentiæ mouentis ad ſpatium ponderis moti, quàm pondus ad eandem potentiam.

Præterea quò circulus FHN circa ſcytalas eſt maior, eò quoque in pondere mouendo maius ſumetur tempus; dummodo potentia æquali moueatur velocitate. tempuſque eò maius erit, quò diameter vnius diametro alterius eſt maior. circulorum enim circumferentiæ ita ſe habent, vt diametri. Cùm vero ex trigeſima ſexta quarti libri Pappi Mathematicarum collectionum, duorum inæqualium circulorum æquales circumferentias inuenire poſſimus; ideo tempus quoque portionum circulorum inæqualium hoc modo inueniemus. è conuerſo autem, quò maior erit axis circumferentia citius pondus ſurſum mouebitur. maior enim pars funis BL in vna circumuerſione completa circa circulum ABO reuoluitur, quàm ſi minor eſſet; cùm funis circumuolutus ſit circumferentiæ circuli æqualis, circa quem reuoluitur. 23. Octaui. libri. Pappi.

COROLLARIVM.

Ex his manifeſtum eſt, quo facilius pondus mouetur, tempus quoque eò maius eſſe; & quò difficilius, eò tempus minus eſſe. & è conuerſo.

PROPOSITIO II.

PROBLEMA.

Datum pondus à data potentia axe in peritrochio moueri.

Sit datum pondus ſexaginta; potentia verò vt decem. exponatur quædam recta linea AB, quę diuidatur in C, ita vt AC ad CB eandem habeat proportionem, quam ſexaginta ad decem. & ſi CB axis ſemidiameter eſſet, & CA ſemidiameter tympani cùm ſcytalis; patet potentiam, vt decem in A ponderi ſexaginta in B æqueponderare. Accipiatur autem inter BC quoduis punctum D; fiatque BD ſemidiameter axis, & DA ſemidiameter tympani cùm ſcytalis; Per præcedentē.



talis; ponaturque pondus sexaginta in B fune circa axem, & potentia in A. Quoniam enim A D ad D B maiorem habet proportionem, quam A C ad C B; maiorem habebit proportionem A D ad D B, quam pondus sexaginta in B appensum ad potentiam vt decem in A. Quare potentia in A pondus sexaginta axe in peritrochio mouebit, cuius axis semidiameter est B D, & D A semidiameter tympani cùm scytalis. quod erat faciendum.

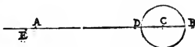
Lemma in primã huius de vecte.

Ex 11. huius de vecte.

ALITER.

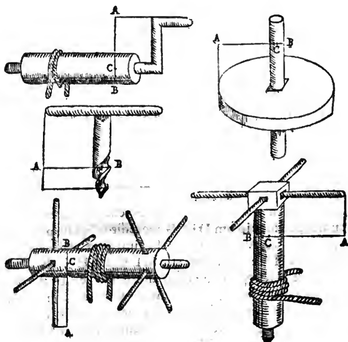
Organice verò melius erit hoc pacto.

Exponatur axis, cuius diameter sit B D, & centrum C, quem quidem axem maiorem, vel minorem constituemus, veluti magnitudo, ponderisque grauitas postulat. producatur deinde B D vsque ad A; fiatque B C ad C A, vt decem ad sexaginta. & si C A tympani cùm scytalis semidiameter esset, potentia decem in A ponderi sexaginta in B æqueponderaret. producatur verò B A ex parte A, & in hac producta linea quoduis accipiatur punctum E; fiatque C E semidiameter tympani cùm scytalis; ponaturque potentia vt decem in E; habebit E C ad C B maiorem proportionem, quàm pondus sexaginta in B ad potentiam vt decem in E. potentia igitur vt decem in E mouebit pondus sexaginta in B appensum fune circa axem, cuius semidiameter est C B, & C E semidiameter tympani cùm scytalis. quod facere oportebat.



Sub hoc facultatis genere sunt ergatæ, ſucculæ, terebræ, tympana cum ſuis axibus, ſiue dentata, ſiue non; & ſimilia.

Terebra verò habet etiam neſcioquid cochleæ; dum enim mouet pondus, ſcilicet dum perforat, ex ſua ferè natura ſemper ulterius progreditur; habet enim ferè helices tamquam circa conum deſcriptas. quoniam autem verticem habet acutum, ad cunei quoque rationem commodè referri poterit.

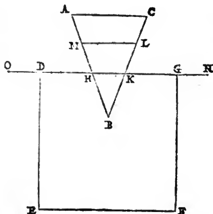


DE

DE CVNEO.



RISTOTELES in quæstionibus Mechanicis quæstione decimaseptima asserit, cuneum scindendo ponderi duorum vicem prorsus gerere vectium sibi inuicem contrariorum hoc modo.



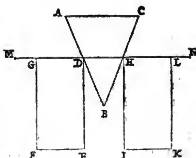
Sit cuneus ABC, cuius vertex B, & sit AB æqualis BC; quod autem sciendum est, sit DEFG; sitque pars cunea HBK intra DEFG, & HB æqualis sit ipsi BK. percutiatur (vt fieri solet) cuneus in AC, dum cuneus in AC percutitur, AB fit vectis, cuius fulcimentum est H, & pondus in B. eodemque modo CB fit vectis, cuius fulcimentum est K, & pondus similiter in B. sed dum percutitur cuneus, maiori adhuc ipsius portione ipsum DEFG ingreditur, quàm prius esset: sit autem portio hæc MBL; sitque MB ipsi BL æqualis. & cùm MB BI. sint ipsis HB BK maiores; erit ML maior HK. dum igitur ML erit in situ HK; oportet, vt fiat maior scissio; & D moueatur versus O, G autem versus N: & quò maior pars cunei intra DEFG ingredietur, eò maior fiet scissio; & DG magis adhuc impellentur versus ON. pars igitur KG eius, quod sciinditur, mouebitur à vecte AB, cuius fulcimentum est H, & pondus in B; ita vt punctum B ipsius vectis AB impellat partem KG. & pars HD mouebitur à vecte CB, cuius fulcimentum est K; ita vt B vecte CB partem HD impellat.

Cùm

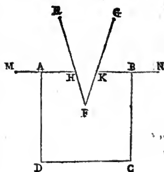
Cùm autem tria sint vectium genera, vt supra ostensum est; idcirco conuenientius erit fortassè cuneum hoc modo considerare.

Iisdem positis, intelligatur vectis A B, cuius fulcimentum B, & pondus in H, vt in secunda huius de vecte diximus. similiter vectis C B, cuius fulcimentum B, & pondus in K; ita vt pars H D moueatur à vecte A B, cuius fulcimentum est B, & pondus in H; ita vt punctum H ipsius vectis A B impellat partem H D. simili quoque modo pars K G moueatur à vecte C B, cuius fulcimentum est B, & pondus in K, ita ut K ipsius uectis C B partem K G moueat. quod quidem forsitan rationi magis consentaneum erit.

Sit enim cuneus A B C; sintque duo pondera separata D E F G, & H I K L, intra quæ sit pars cunei D B H, cuius uertex B medium inter vtrumque situm obtineat. percutiatur autem cuneus, ita vt magis adhuc intra pondera propellatur, sicuti prius dictum est; pōdera enim sunt ac si vnum tantùm continuū esset G F K L, quod scindendum esset: eodem enim modo pars D G dum cuneus ulterius impellitur, mouebitur uersus M; & pars H L uersus N. Moueatur itaque pars D G uersus M, & pars H L uersus N, B verò dum vlterius progreditur, semper medium inter vtrunque pondus remaneat. dum autem D G à cuneo mouetur versus M; patet B non mouere partem D G versus M vecte C B, cuius fulcimentum H; punctum enim B non tangit pondus; sed D G mouebitur à puncto vectis D vecte A B, cuius fulcimentum B; punctum enim D tangit pondus, & instrumenta mouent per contactum. Similiter H L mouebitur ad H vecte C B, cuius fulcimentum B, & vterque vectis vtrique resistit in B, ita vt B potius fulcimenti vice fungatur, quàm mouendi ponderis. quod ipsum hoc quoque modo manifestum erit.



Sit

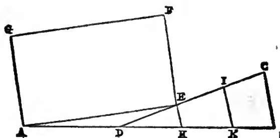


Sit, quod ſcindendum eſt ABCD parallelogrammum rectangulũ; ſintque duo vectes æquales EF GF, & partes vectium HF KF ſint intra ABCD; ſitque HF æqualis FK, & HA æqualis KB. Oporteat verò vectibus EF GF ſcindere ABCD abſque percuſſione, videlicet ſint potentię mouentes in E G æquales. vt autem ſcindatur ABCD oportet partem HA moueri uerſus M. & KB verſus N; ſed dũ vectes mouentur, putà alter in M, alter verò in N; neceſſe eſt, vt pũctum F immobile remaneat; in illo enim fit vectium occurſus. quare F erit fulcimentum vtriuſque vectis, & FG mouebit partem KB, cuius fulcimentum erit F, & potentia mouens in G; & pondus in K. ſimiliter pars HA mouebitur à vecte EF, cuius fulcimẽtum F, potentia in E, & pondus in H.

Si autem KH eſſent fulcimenta immobilia, & pondera in F; dum vectis FG conatur mouere pondus in F, tunc ei reſiſtit vectis EF, qui etiam conatur mouere pondus in F ad partem oppoſitam; ſed quoniam potentiæ ſunt æquales, & cætera æqualia; ergo in F nõ fiet motus: æquale enim non mouet æquale. patet igitur in F maximam fieri vectium ſibi inuicem occurrentium reſiſtentiam, ita vt F ſit quoddam immobile. Quare conſiderando cuneum, vt mouet vectibus ſibi inuicem aduerſis, forſitan eis potius vtitur hoc ſecundo modo, quàm primo.

Quoniam autem totus cuneus ſcindendo mouetur, poſſumus idcirco eũdem alio quoque modo conſiderare: videlicet dum ingreditur id, quod ſcinditur, nihil aliud eſſe, niſi pondus ſupra planum horizonti inclinatum mouere.

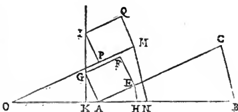
Sit



Sit planum horizonti æquidiſtás tranſiens per A B; ſit cuneus C D B, & C D æqualis ipſi D B; & latus cunei D B ſit ſemper in ſubiecto plano. ſit deinde pondus A E F G immobile in A; ſitque pars cunei E D H ſub A E F G. Quoniam enim dum percutitur cuneus in C B, maior pars cunei ingreditur ſub A E F G, quàm ſit E D H; ſit hæc pars I D K. & quoniam latus cunei D B ſemper eſt in ſubiecto plano per AB ducto horizonti parallelo, tunc quando pars cunei K D I erit ſub A E F G; erit punctum K in H, & I ſub E. ſed I K maior eſt H E; punctum igitur E ſurſum motum erit. & dum cuneus ſub A E F G ingreditur. punctum E ſurſum ſuper latus cunei E I mouebitur, eodemque modo ſi cuneus vlterius progredietur, ſemper punctum E ſuper latus cunei DC mouebitur: punctum igitur E ponderis ſuper planum CD mouebitur horizonri inclinatum, cuius inclinatio eſt angulus B D C. quod demonſtrare opororrebar.

In hoc exemplo, conſiderando cuneum inſtar vectis mouentem, manifeſtum eſt, cuneum B C D pondus A E F G vecte C D moue re; ita vt D ſit fulcimentum, & pondus in E. non autem vecte B D, cuius fulcimentum H, & pondus in D.

Vt autem res clarior reddatur, alio vtamur exemplo.

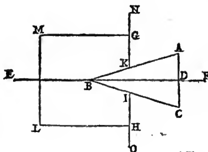


Sit planum horizonti æquidistans transiēs per AB; sit cuneus CAB, cuius latus AB sit semper in subiecto plano; sitquè pondus AEFG, quod nullum aliũ habeat motum, nisi sursum, & deorsum ad rectos angulos horizonti; ita vt ducta IGK subiecto plano, ipsique AB perpendicularis, punctum G sit semper in linea IGK. & quoniam dum cuneus percutitur in CB, totus super AB vlterius progreditur; pondus AEFG eleuabitur ex ijs, quæ supra diximus Moueatur cuneus ita, vt E tandem perueniat in C, & positio cunei ABC sit MNO, & positio ponderis AEFG sit PMQI, & G sit in I. Quoniam itaque dum cuneus super lineam BO mouetur, pondus AEFG sursum mouetur à linea AC. & dum cuneus ABC vlterius progreditur, semper pondus AEFG magis à latere cunei AC eleuatur: pondus igitur AEFH super planum cunei AC mouebitur, quod quidem nihil aliud est, nisi planum horizonti inclinatum, cuius inclinatio est angulus BAC.

Hic motus facilè ad libram, vectemque reducitur. quod enim super planum horizonti inclinatum mouetur ex nona Pappi octaui libri Mathematicarum collectionum reducitur ad libram. eadē enim est ratio, siue manente cuneo, vt pondus super cunei latus moueatur siue eodem etiam moto, pondus adhuc super ipsius latus moueatur; tamquam super planum horizonti inclinatum.

Ea verò, quę scinduntur, quomodo tamquam super plana horizonti inclinata moueantur, ostendamus.

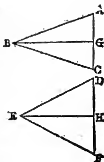
Sit cu-



Sit cuneus ABC, & AB ipsi BC æqualis. Diuidatur AC bifariam in D, connectaturque BD. sit deinde linea EF, per quã transeat planum horizonti æquidistans; sitque BD in eadem linea EF; & dũ cuneus percutitur, dumq; mouetur uersus E, semper BD sit in linea EF. quod verò scindendum est sit GHLM, intra quod sit pars cunei KBI. manifestum est, dum cuneus versus E mouetur, partem KG versus N moueri; & partem HI versus O. percutiatur cuneus, ita vt AC sit in linea NO; tunc K erit in A, & I in C: & K ex superius dictis motum erit super KA, & I super IC. quare dum cuneus mouetur, pars KG super BA latus cunei mouebitur, & pars IH superlatus BC. pars igitur KG super planum mouetur horizonti inclinatum, cuius inclinatio est angulus FBA. similiter IH mouetur super planum BC in angulo FBC. Partes ergo eius, quod scinditur super plana horizonti inclinata mouebuntur. & quamquam planum BC sit sub horizonte; pars tamen IH super IC mouetur, tamquã si BC esset supra horizontem in angulo DBC. partes enim eius quod finditur, eodem tempore, ab eadem potentia mouentur; eadẽ ergo erit ratio motus partis IH, ac partis KG. similiter eadem est ratio, siue EF sit horizonti æquidistans, siue horizonti perpendicularis, vel alio modo. necesse est enim potentiam cuneum mouentem eandem esse, cùm cætera eadem remaneant. eadem igitur erit ratio.

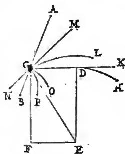
Post hæc considerandum est, quæ nam sint ea, quæ efficiunt, vt aliquod facilius moueatur, siue scindatur. quæ quidem duo sunt.

Primum, quod efficit, vt aliquod facile scindatur, quod etiam ad essentiam cunei magis pertinet, est angulus ad verticem cunei; quò enim minor est angulus, eò facilius mouet, ac scindit.



Sint duo cunei ABC DEF, & angulus ABC ad verticem minor sit angulo DEF. dico aliquod facilius moueri, siue scindi à cuneo ABC, quàm à DEF. diuidantur AC DF bifariam in GH punctis; connectanturque BG, & EH. Quoniam enim partes eius, quod scinditur à cuneo ABC, super planum horizonti inclinatum mouentur, cuius inclinatio est GBA: quæ verò à cuneo DEF, super planum horizonti inclinatum mouentur, cuius inclinatio est HED; & angulus GBA minor est angulo HED; cùm CBA minor sit DEF: & ex nona Pappi octaui libri mathematicarum collectionum, quod mouetur super planum AB facilius mouebitur, & à minore potentia, quàm super ED; Quod ergo scinditur à cuneo ABC facilius, & à minore potentia scindetur, quàm à cuneo DEF; similiter ostendetur. quò magis angulus ad verticem cunei erit acutus, eò facilius aliquod moueri, ac scindi. quod demonstrare oportebat.

Possumus etiam hoc alia ratione ostendere considerando cuneum, vt vectibus sibi inuicem aduersis mouet, sicuti secundo modo dictum est. hoc autem prius ostendere oportet.



Sit vectis AB, cuius fulcimentum sit B immobile; quod autem mouendum est, sit CDEF rectangulum ita accommodatum, vt deorsum ex parte FE moueri nõ possit; & punctum E sit immobile, & tanquam centrum; ita vt punctum D moueatur per circumferentiam circuli DH, cuius centrum sit E. & C per circũferentiam CL, ita vt iuncta CE sit eius semidiameter. tangat insuper CDEF vectem AB in C, atque vectis AB moueat pondus CDEF, & potentia mouens sit in A, fulcimentum B, & pondus in C. sit deinde alius vectis MCN, qui etiam moueat CDEF, cuius fulcimẽtum immobile sit N; potentia mouens in M, & pondus similiter in C; sitque CN æqualis ipsi CB, & CM ipsi CA; alternatimq; moueatur pondus CDEF vectibus ABMN. dico CDEF facilius ab eadem potentia moueri vecte AB, quàm vecte MN.

Fiat

Fiat centrum B,& interuallo BC circumferentia describatur CO. similiter centro N, interuallo quidem NC, circumferentia describatur CP. Quoniam enim dum vectis AB mouet CD EF, punctum vectis C mouetur super circumferentiam CO; cùm sit B fulcimentum, & centrum immobile. similiter dum vectis MN mouet CD EF, punctum C mouetur per circumferentiam CP; dum igitur vectis AB mouet CD EF, conatur mouere punctum C ponderis super circumferentiam CO; quod quidem efficere non potest: quia C mouetur super circumferentiam CL. quare in motu uectis AB secundùm partem ipsi respondentẽ, ac motu pōderis secundũ C facto, contingit repugnãtia quædã; in diuersas enim partes mouentur. similiter dum uectis M N mouet CDEF, conatur mouere C super circumferentiam CP; atque ideo in hoc etiam vtroque motu similis oritur repugnantia. quoniam autem circumferentia C O propior est circunferentiæ CL, quam sit CP; hoc est propior est motui, quem facit punctum C ponderis: ideo minor erit repugnantia inter motũ vectis AB, & motum C ponderis, quàm inter motum vectis M N, & motum eiusdem C. quod etiam patet, si intelligatur CF horizonti perpendicularis, tunc enim circumferentia CP magis tendit deorsum. quàm CO; & CL tendit sursum. & ideo minor fit repugnantia inter vectem AB, & motum C, quàm inter vectem MN, & motum G. sed vbi minor repugnantia ibi maior facilitas. ergo facilius mouebitur C D E F vecte A B, quàm vecte M N. quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM.

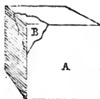
Ex hoc manifestum est, quò minor est angulus a linea CF, vel C E, vel C D contentus; hoc est, quò minor est angulus B C F, vel B C E, vel etiam B C D, eò facilius pondus moueri. quod quidem eodem modo ostendetur.

Quod autem propositum est, sic demonstrabimus.

Sint cunei ABC DEF, & angulus ABC minor sit angulo DEF, & AB BC DE EF sint inter se se æquales. Sint deinde quatuor pondera æqualia GH IL NO QR rectangula; sintque LM KH in eadem recta linea: similiter RS PO in recta linea; erunt GK IM parallelæ, & NP QS parallelæ. sit IBG pars cunei intra pondera GH IL; & cunei pars QEN intra pondera NO QR; sintquè IB BG QE EN inter se se æquales. dico pondera G H I L facilius ab eadem potentia moueri cu-

neo

nihil ferè efficiet, præsertim ictus comparatione. quod si adhuc ipsi cuneo vectem, vel cochlea, vel quoduis aliud huiusmodi aptetur instrumentum ad cuneum ponderi intimius propellendũ, nullius ferè momenti præ ictu continget effectus. cuius quidem rei inditio esse potest, si fuerit corpus A lapideũ, ex quo aliquam eius partem detrahere quispiam voluerit, putà partem anguli B; tunc malleo ferreo absque alio instrumento percutiendo in B, facilè aliquam anguli B partem franget. quod quidem nullo alio instrumento percussionis munere carente, nisi maxima cùm difficultate efficere poterit; siue fuerit vectis, siue cochlea, siue quoduis aliud huiusmodi. quare percussio in causa est, quo magna scindantur pondera. cùm autem sola percussio tantam vim habeat, si ei aliquod adijciamus instrumentum ad mouẽdum, scindendumque accommodatum, admiranda profectò uidebimus. Instrumentum huiusmodi cuneus est, in quo duo (quantum ad ipsius formam attinet) consideranda occurrunt. Alterum est, cuneum ad suscipiendum, sustinendamque percussionem aptissimum esse; alterum est quòd propter eius in altera parte subtilitatem facilè intra corpora ingreditur, vt manifestè patet. Cuneus ergo cum percussione ipsius efficit, vt in mouendis, scindendisque ponderibus ferè miracula cernamus.



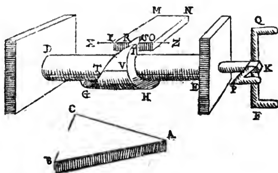


Ad huiusmodi facultatis instrumentum, ea quoque omnia commodè referri possunt, quæ percussione, siue impulsu incidunt, diuidunt, perforant, huiusmodique alia obeunt munera. vt enses, gladij, mucrones, secures, & similia. serra quoque ad hoc reducetur; dentes enim percutiunt, cuneique instar existunt.

DE COCHLEA.



APPVS in eodem octauo libro multa pertractans de cochlea, docet quomodo conficienda sit; & quomodo magna huiusmodi instrumento moueantur pondera; nec nō alia theoremata ad eius cognitionem valdè vtilia. Quoniam autem inter cætera pollicetur, se ostendere velle, cochleam nihil aliud esse præter assumptum cuneum percussionis expertem vecte motionem facientē; hoc autem in ipso desideratur; propterea idipsum ostendere conabimur, nec non eiusdem cochleæ ad vectem, libramque reductionem: vt ipsius tandem completa habeatur cognitio.



Sit cuneus ABC, qui circa cylindrum DE circumuoluatur: sitque IGH cuneus circa cylindrum reuolutus, cuius vertex sit I. sit deinde cylindrus cū circumposito cuneo ita accōmodatus, vt absq; vllo impedimento manubrio KF eius axi annexo circūuerti possit sitque LMNO, quod scindendum est; quod etiam ex parte MN sit immobile; vt in ijs, quæ scinduntur, fieri solet: & sit vertex I intra RS. circumuertatur KF, & perueniat ad KP; dum autem KF circumuertitur, circumuertitur etiam totus cylindrus DE, & cuneus IGH: quare dum KF erit in KP, vertex I non erit amplius intra RS, sed cunei pars alia, vt TV: sed TV maior est, quàm RS; semper enim pars cunei, quæ magis à vertice distat, maior est ea, quæ ipsi est propinquior: vt igitur TV sit intra RS, oportet, vt R cedat,

talis; ponaturque pondus sexaginta in B fune circa axem, & potentia in A. Quoniam enim AD ad DB maiorem habet proportionem, quam AC ad CB; maiorem habebit proportionem AD ad DB, quam pondus sexaginta in B appensum ad potentiam vt decem in A. Quare potentia in A pondus sexaginta axe imperitrochio mouebit, cuius axis semidiameter est BD, & DA semidiameter tympani cùm scytalis. quod erat faciendum.

Lemma in primã huius de vecte.

Ex 11. huius de vecte.

ALITER.

Organice verò melius erit hoc pacto.

Exponatur axis, cuius diameter sit BD, & centrum C, quem quidem axem maiorem, vel minorem constituemus, veluti magnitudo,

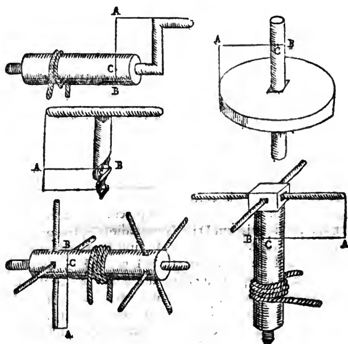


ponderisque grauitas postulat. producatur deinde BD vsque ad A; fiatque BC ad CA, vt decem ad sexaginta. & si CA tympani cùm scytalis semidiameter esset, potentia decem in A ponderi sexaginta in B æqueponderaret. producatur verò BA ex parte A, & in hac producta linea quoduis accipiatur punctum E; fiatque CE semidiameter tympani cùm scytalis; ponaturque potentia vt decem in E; habebit EC ad CB maiorem proportionem, quàm pondus sexaginta in B ad potentiam vt decem in E. potentia igitur vt decem in E mouebit pondus sexaginta in B appensum fune circa axem, cuius semidiameter est CB, & CE semidiameter tympani cùm scytalis. quod facere oportebat.

Sub

Sub hoc facultatis genere ſunt ergatæ, ſucculæ, terebræ, tympana cum ſuis axibus, ſiue dentata, ſiue non; & ſimilia.

Terebra verò habet etiam neſcioquid cochleæ; dum enim mouet pondus, ſcilicet dum perforat, ex ſua ferè natura ſemper ulterius progreditur; habet enim ferè helices tamquam circa conum deſcriptas. quoniam autem verticem habet acutum, ad cunei quoque rationem commodè referri poterit.



DE

DE CVNEO.

ARISTOTELES *in quæstionibus Mechanicis quæstione decimaseptima asserit, cuneum scindendo ponderi duorum vicem prorsus gerere vectium sibi inuicem contrariorum hoc modo.*

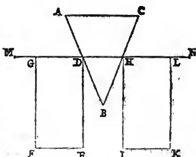
Sit cuneus ABC, cuius vertex B, & sit AB æqualis BC; quod autem sciendum est, sit DEFG; sitque pars cunea HBK intra DEFG, & HB æqualis sit ipsi BK. percutiatur (vt fieri solet) cuneus in AC, dum cuneus in AC percutitur, AB fit vectis, cuius fulcimentum est H, & pondus in B. eodemque modo CB fit vectis, cuius fulcimentum est K, & pondus similiter in B. sed dum percutitur cuneus, maiori adhuc ipsius portione ipsum DEFG ingreditur, quàm prius esset: sit autem portio hæc MBL; sitque MB ipsi BL æqualis. & cùm MB BI. sint ipsis HB BK maiores; erit ML maior HK. dum igitur ML erit in situ HK; oportet, vt fiat maior scissio; & D moueatur versus O, G autem versus N: & quò maior pars cunei intra DEFG ingredietur, eò maior fiet scissio; & DG magis adhuc impellentur versus ON. pars igitur KG eius, quod scinditur, mouebitur à vecte AB, cuius fulcimentum est H, & pondus in B; ita vt punctum B ipsius vectis AB impellat partem KG. & pars HD mouebitur à vecte CB, cuius fulcimentum est K; ita vt B vecte CB partem HD impellat.

Cùm

Cùm autem tria sint vectium genera, vt supra ostensum est; idcirco conuenientius erit fortasse cuneum hoc modo considerare.

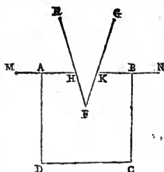
Iisdem positis, intelligatur vectis A B, cuius fulcimentum B, & pondus in H, vt in secunda huius de vecte diximus. similiter vectis C B, cuius fulcimentum B, & pondus in K; ita vt pars H D moueatur à vecte A B, cuius fulcimentum est B, & pondus in H; ita vt punctum H ipsius vectis A B impellat partem H D. simili quoque modo pars K G moueatur à vecte C B, cuius fulcimentum est B, & pondus in K, ita ut K ipsius uectis C B partem K G moueat. quod quidem forsitan rationi magis consentaneum erit.

Sit enim cuneus A B C; sintque duo pondera separata D E F G, & H I K L, intra quæ sit pars cunei D B H, cuius uertex B medium inter vtrumque situm obtineat. percutiatur autem cuneus, ita vt magis adhuc intra pondera propellatur, sicuti prius dictum est; pōdera enim sunt ac si vnum tantùm continuū



esset G F K L, quod scindendum esset: eodem enim modo pars D G dum cuneus ulterius impellitur, mouebitur uersus M; & pars H L uersus N. Moueatur itaque pars D G uersus M, & pars H L uersus N, B verò dum vlterius progreditur, semper medium inter vtrunque pondus remaneat. dum autem D G à cuneo mouetur versus M; patet B non mouere partem D G versus M vecte C B, cuius fulcimentum H; punctum enim B non tangit pondus; sed D G mouebitur à puncto vectis D vecte A B, cuius fulcimentum B; punctum enim D tangit pondus, & instrumenta mouent per contactum. Similiter H L mouebitur ad H vecte C B, cuius fulcimentum B, & vterque vectis vtrique resistit in B, ita vt B potius fulcimenti vice fungatur, quàm mouendi ponderis. quod ipsum hoc quoque modo manifestum erit.

Sit

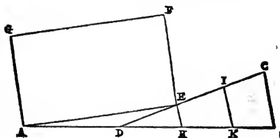


Sit,quod ſcindendum eſt ABCD parallelogrammum rectangulũ; ſintque duo vectes æquales EF GF, & partes vectium HF KF ſint intra ABCD; ſitque HF æqualis FK, & HA æqualis KB. Oporteat verò vectibus EF GF ſcindere ABCD abſque percuſſione, videlicet ſint potentię mouentes in EG æquales. vt autem ſcindatur ABCD oportet partem HA moueri uerſus M. & KB verſus N; ſed dũ vectes mouentur, putà alter in M, alter verò in N; neceſſe eſt, vt pũctum F immobile remaneat;in illo enim fit vectium occurſus. quare F erit fulcimentum vtriuſque vectis, & FG mouebit partem KB, cuius fulcimentum erit F, & potentia mouens in G; & pondus in K. ſimiliter pars HA mouebitur à vecte EF, cuius fulcimẽtum F, potentia in E, & pondus in H.

Si autem KH eſſent fulcimenta immobilia, & pondera in F; dum vectis FG conatur mouere pondus in F, tunc ei reſiſtit vectis EF, qui etiam conatur mouere pondus in F ad partem oppoſitam; ſed quoniam potentiæ ſunt æquales, & cætera æqualia; ergo in F nõ fiet motus: æquale enim non mouet æquale. patet igitur in F maximam fieri vectium ſibi inuicem occurrentium reſiſtentiam, ita vt F ſit quoddam immobile. Quare conſiderando cuneum, vt mouet vectibus ſibi inuicem aduerſis, forſitan eis potius vtitur hoc ſecundo modo, quàm primo.

Quoniam autem totus cuneus ſcindendo mouetur, poſſumus idcirco eũdem alio quoque modo conſiderare: videlicet dum ingreditur id, quod ſcinditur, nihil aliud eſſe, niſi pondus ſupra planum horizonti inclinatum mouere.

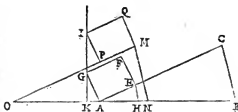
Sit



Sit planum horizonti æquidiſtãs tranſiens per A B; ſit cuneus C D B, & C D æqualis ipſi D B; & latus cunei D B ſit ſemper in ſubiecto plano. ſit deinde pondus A E F G immobile in A; ſitque pars cunei E D H ſub A E F G. Quoniam enim dum percutitur cuneus in C B, maior pars cunei ingreditur ſub A E F G, quàm ſit E D H; ſit hæc pars I D K. & quoniam latus cunei D B ſemper eſt in ſubiecto plano per AB ducto horizonti parallelo, tunc quando pars cunei K D I erit ſub A E F G; erit punctum K in H, & I ſub E. ſed I K maior eſt H E; punctum igitur E ſurſum motum erit. & dum cuneus ſub A E F G ingreditur. punctum E ſurſum ſuper latus cunei EI mouebitur, eodemque modo ſi cuneus vlterius progredietur, ſem per punctum E ſuper latus cunei DC mouebitur: punctum igitur E ponderis ſuper planum CD mouebitur horizonti inclinatum, cuius inclinatio eſt angulus B D C. quod demonſtrare opororrtebat.

In hoc exemplo, conſiderando cuneum inſtar vectis mouentem, manifeſtum eſt, cuneum B C D pondus A E F G vecte C D moue re; ita vt D ſit fulcimentum, & pondus in E. non autem vecte B D, cuius fulcimentum H, & pondus in D.

Vt autem res clarior reddatur, alio vtamur exemplo.

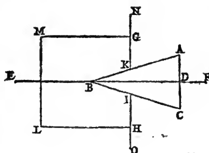


Sit planum horizonti æquidiſtans tranſiẽs per AB; ſit cuneus CAB, cuius latus AB ſit ſemper in ſubiecto plano; ſitquè pondus AEFG, quod nullum aliũ habeat motum, niſi ſurſum, & deorſum ad rectos angulos horizonti; ita vt ducta IGK ſubiecto plano, ipſique AB perpendicularis, punctum G ſit ſemper in linea IGK. & quoniam dum cuneus percutitur in CB, totus ſuper AB vlterius progreditur; pondus AEFG eleuabitur ex ijs, quæ ſupra diximus Moueatur cuneus ita, vt E tandem perueniat in C, & poſitio cunei ABC ſit MNO, & poſitio ponderis AEFG ſit PMQI, & G ſit in I. Quoniam itaque dum cuneus ſuper lineam BO mouetur, pondus AEFG ſurſum mouetur à linea AC. & dum cuneus ABC vlterius progreditur, ſemper pondus AEFG magis à latere cunei AC eleuatur: pondus igitur AEFH ſuper planum cunei AC mouebitur, quod quidem nihil aliud eſt, niſi planum horizonti inclinatum, cuius inclinatio eſt angulus BAC.

Hic motus facilè ad libram, vectemque reducitur. quod enim ſuper planum horizonti inclinatum mouetur ex nona Pappi octaui libri Mathematicarum collectionum reducitur ad libram. eadẽ enim eſt ratio, ſiue manente cuneo, vt pondus ſuper cunei latus moueatur ſiue eodem etiam moto, pondus adhuc ſuper ipſius latus moueatur; tamquam ſuper planum horizonti inclinatum.

Ea verò, quę ſcinduntur, quomodo tamquam ſuper plana horizonti inclinata moueantur, oſtendamus.

Sit cu-

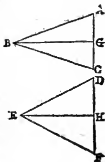


Sit cuneus ABC, & AB ipsi BC æqualis. Diuidatur AC bifariam in D, connectaturque BD. sit deinde linea EF, per quā transeat planum horizonti æquidistans; sitque BD in eadem linea EF; & dū cuneus percutitur, dumq; mouetur uersus E, semper BD sit in linea EF. quod verò scindendum est sit GHLM, intra quod sit pars cunei KBI. manifestum est, dum cuneus versus E mouetur, partem KG versus N moueri; & partem HI versus O. percutiatur cuneus, ita vt AC sit in linea NO; tunc K erit in A, & I in C: & K ex superius dictis motum erit super KA, & I super IC. quare dum cuneus mouetur, pars KG super BA latus cunei mouebitur, & pars IH super latus BC. pars igitur KG super planum mouetur horizonti inclinatum, cuius inclinatio est angulus FBA. similiter IH mouetur super planum BC in angulo FBC. Partes ergo eius, quod scinditur super plana horizonti inclinata mouebuntur. & quamquam planum BC sit sub horizonte; pars tamen IH super IC mouetur, tamquā si BC esset supra horizontem in angulo DBC. partes enim eius quod finditur, eodem tempore, ab eadem potentia mouentur; eadē ergo erit ratio motus partis IH, ac partis KG. similiter eadem est ratio, siue EF sit horizonti æquidistans, siue horizonti perpendicularis, vel alio modo. necesse est enim potentiam cuneum mouentem eandem esse, cùm cætera eadem remaneant. eadem igitur erit ratio.

Post hæc considerandum est, quæ nam sint ea, quæ efficiunt, vt aliquod facilius moueatur, siue scindatur. quæ quidem duo sunt.

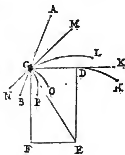
Primum, quod efficit, vt aliquod facile scindatur, quod etiam ad essentiam cunei magis pertinet, est angulus ad verticem cunei; quò enim minor est angulus, eò facilius mouet, ac scindit.

Sint duo cunei ABC DEF, & angulus ABC ad verticem minor sit angulo DEF. dico aliquod facilius moueri, siue scindi à cuneo ABC, quàm à DEF. diuidantur AC DF bifariam in GH punctis; connectanturque BG, & EH. Quoniam enim partes eius, quod scinditur à cuneo ABC, super planum horizonti inclinatum mouentur, cuius inclinatio est GBA: quæ verò à cuneo DEF, super planum horizonti inclinatum mouentur, cuius inclinatio est HED; & angulus GBA minor est angulo HED; cùm CBA minor sit DEF: & ex nona Pappi octaui libri mathematicarum collectionum, quod mouetur super planum AB facilius mouebitur, & à minore potentia, quàm super ED; Quod ergo scinditur à cuneo ABC facilius, & à minore potentia scindetur, quàm à cuneo DEF, similiter ostendetur. quò magis angulus ad verticem cunei erit acutus, eò facilius aliquod moueri, ac scindi. quod demonstrare oportebat.



Possumus etiam hoc alia ratione ostendere considerando cuneum, vt vectibus sibi inuicem aduersis mouet, sicuti secundo modo dictum est. hoc autem prius ostendere oportet.

Sit vectis AB, cuius fulcimentum sit B immobile; quod autem mouendum est, sit CDEF rectangulum ita accommodatum, vt deorsum ex parte FE moueri nō possit; & punctum E sit immobile, & tanquam centrum; ita vt punctum D moueatur per circumferentiam circuli DH, cuius centrum sit E. & C per circūferentiam CL, ita vt iuncta CE sit eius semidiameter. tangat insuper CDEF vectem AB in C, atque vectis AB moueat pondus CDEF, & potentia mouens sit in A, fulcimentum B, & pondus in C. sit deinde alius vectis MCN, qui etiam moueat CDEF, cuius fulcimētum immobile sit N; potentia mouens in M, & pondus similiter in C; sitque CN æqualis ipsi CB, & CM ipsi CA; alternatimq; moueatur pondus CDEF vectibus ABMN. dico CDEF facilius ab eadem potentia moueri vecte AB, quàm vecte MN.



Fiat

Fiat centrum B, & interuallo BC circumferentia describatur CO. similiter centro N, interuallo quidem NC, circumferentia describatur CP. Quoniam enim dum vectis AB mouet CD EF, punctum vectis C mouetur super circumferentiam CO; cùm sit B fulcimentum, & centrum immobile. similiter dum vectis MN mouet CD EF, punctum C mouetur per circumferentiam CP; dum igitur vectis AB mouet CD EF, conatur mouere punctum C ponderis super circumferentiam CO; quod quidem efficere non potest: quia C mouetur super circumferentiam CL. quare in motu uectis AB secundùm partem ipsi respondentē, ac motu pōderis secundū C facto, contingit repugnātia quædā; in diuersas enim partes mouentur. similiter dum uectis M N mouet CDEF, conatur mouere C super circumferentiam CP; atque ideo in hoc etiam vtroque motu similis oritur repugnantia. quoniam autem circumferentia C O propior est circunferentiæ CL, quam sit CP; hoc est propior est motui, quem facit punctum C ponderis: ideo minor erit repugnantia inter motū vectis AB, & motum C ponderis, quàm inter motum vectis M N, & motum eiusdem C. quod etiam patet, si intelligatur CF horizonti perpendicularis, tunc enim circumferentia CP magis tendit deorsum. quàm CO; & CL tendit sursum. & ideo minor fit repugnantia inter vectem AB, & motum C, quàm inter vectem MN, & motum G. sed vbi minor repugnantia ibi maior facilitas. ergo facilius mouebitur C D E F vecte A B, quàm vecte M N. quod demonstrare oportebat.

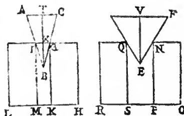
COROLLARIVM.

Ex hoc manifestum est, quò minor est angulus a linea CF, vel C E, vel C D contentus; hoc est, quò minor est angulus B C F, vel B C E, vel etiam B C D, eò facilius pondus moueri. quod quidem eodem modo ostendetur.

Quod autem propositum est, sic demonstrabimus.

Sint cunei ABC DEF, & angulus ABC minor sit angulo DEF, & AB BC DE EF sint inter se æquales. Sint deinde quatuor pondera æqualia GH IL NO QR rectangula; sintque LM KH in eadem recta linea: similiter RS PO in recta linea; erunt GK IM parallelæ, & NP QS parallelæ. sit IBG pars cunei intra pondera GH IL; & cunei pars QEN intra pondera NO QR; sintque IB BG QE EN inter se æquales. dico pondera G H I L facilius ab eadem potentia moueri cuneo

neo ABC, quàm pondera NO QR cuneo DEF.



Diuidantur ACDF bifariã in TV, iunganturque TB VE, erunt anguli ad T, & V recti. connectatur IG, quæ secet BT in X. Quoniam enim IB est æqualis BG; & BA æqualis BC; erit IA ipsi GC æqualis. qua

2. Sexti. re vt BI ad IA, ita est BG ad

Ex 29. primi. GC. parallela igitur est IG ipsi AC. ac propterea anguli ad X sunt re-

28. Primi cti: sed & anguli XGK XIM sunt recti, rectangulũ enim est GM; quare TB æquidistans est ipsis GK IM. angulus igitur TBC æqualis est angulo BGK, & TBA ipsi BIM æqualis. similiter demonstrabimus angulum VEF æqualem esse ENP, & VED æqualem EQS. cùm autẽ angulus ABC minor sit angulo DEF; erit, & angulus TBC minor VEN. quare, & BGK minor ENP. simili modo BIM minor EQS quoniam autem cuneus ABC duobus mouet vectibus AB BC, quorũ fulcimenta sunt in B, & pondera in GI. similiter cuneus DEF duobus vectibus mouet DE EF, quorum fulcimenta sunt in E; & pondera in NQ: per præcedentem pondera GH IL facilius vectibus AB BC mouebuntur, quàm pondera NO QR vectibus DE EF. pondera ergo GH IL facilius cuneo ABC mouebuntur, quàm pondera NO QR cuneo DEF. & quia eadem est ratio in mouendo, atque in scindendo; facilius idcirco aliquod cuneo ABC scindetur quàm cuneo DEF. similiterq; ostendetur, quò minor est angulus ad verticem cunei, eò faciliùs aliquod moueri, vel scindi. quod demonstrare oportebat.

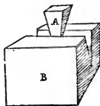
Præterea quæ mouentur à cuneo DEF, per maiora mouentur spatia, quàm ea, quæ à cuneo ABC. nam vt DF sit intra QN, & AC sit intra IG; necesse est, vt QN per spatia moueantur maiora; scilicet vnum dextrorsum, alter sinistrorsum, quàm IG; cũ DF maior sit AC; dummodo totus cuneus intra pondera ingrediatur. à potentia verò facilius eodem tempore mouetur aliquod per minus spatium, quàm per maius; dummodo cætera, quibus fit motus, sint æqualia: si ergo eodem tempore AC DF in IG QN perueniant, cùm AI CG DQ FN sint inter se se æquales: facilius à potentia mouebuntur GI cuneo ABC, quàm QN cuneo DEF. quare facilius pondera GH IL à potẽtia mouebuntur cuneo ABC, quàm pondera NO QR cuneo DEF. similiter-

ſimiliterque oſtendetur, quò angulus ad verticem cunei minor eſſet, eò facilius pondera moueri, vel ſcindi.

Secundum, quod efficit, vt aliquod facilius ſcindatur, eſt percuſſio; qua cuneus mouetur, & mouet; hoc eſt percutitur, ac ſcindit.

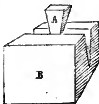


Sit cuneus A, quod ſcinditur B, quod percutit C; quod quidem, uel ex ſe ipſo, vel à regente, atque ipſum mouente potentia percutit, atque mouet. ſi quidem ex ſe ipſo, Primùm quò grauius erit, eò maior fiet percuſſio. quinetiam, quò longior fuerit diſtantia inter A C, maior itidem fiet percuſſio. graue enim vnumquodque dum mouetur; grauitatis magis aſſumit motum, quàm quieſcens: & adhuc magis quò longius mouetur.



Si verò C ab aliqua moueatur potẽtia, vt ſi per manubrium DE moueatur primũ quò grauius erit C, deinde quò longius erit DE, eò maior fiet percuſſio. ſi enim ponatur potentia mouens in E, erit C magis diſtans à centro & ideo citius mouebitur. vt in quæſtionibus Mechanicis latè monſtrat Ariſtoteles; nec non ex ijs, quæ in tractatu de libra dicta fuere, patere poteſt, quò magis pondus C à centro diſtat. eò grauius redi. quod ipſum etiam validiori pellet impulſu virtute in E potentiore exiſtente.

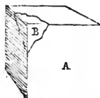




Hoc verò ſecundùm eſt, quod efficit, vt hoc inſtrumento magna moueantur, ſcindanturque pondera. percuſſio enim vis eſt validiſſima, vt ex decimanona quæſtionum Mechanicarum Ariſtotelis patet. ſi enim ſupra cuneum maximum imponatur onus; tunc cuneus

nihil

nihil ferè efficiet, præſertim ictus comparatione. quod ſi adhuc ipſi cuneo vectem, vel cochlea, vel quoduis aliud huiuſmodi aptetur inſtrumentum ad cuneum ponderi intimius propellendũ, nullius ferè momenti præ ictu continget effectus. cuius quidem rei inditio eſſe poteſt, ſi fuerit corpus A lapideũ, ex quo aliquam eius partem detrahere quiſpiam voluerit, putà partem anguli B; tunc malleo ferreo abſque alio inſtrumento percutiendo in B, facilè aliquam anguli B partem franget. quod quidem nullo alio inſtrumento percuſſionis munere carente, niſi maxima cùm difficultate efficere poterit; ſiue fuerit vectis, ſiue cochlea, ſiue quoduis aliud huiuſmodi. quare percuſſio in cauſa eſt, quo magna ſcindantur pondera. cùm autem ſola percuſſio tantam vim habeat, ſi ei aliquod adijciamus inſtrumentum ad mouẽdum, ſcindendumque accommodatum, admiranda profectò uidebimus. Inſtrumentum huiuſmodi cuneus eſt, in quo duo (quantum ad ipſius formam attinet) conſideranda occurrunt. Alterum eſt, cuneum ad ſuſcipiendum, ſuſtinendamque percuſſionem aptiſſimum eſſe; alterum eſt quòd propter eius in altera parte ſubtilitatem facilè intra corpora ingreditur, vt manifeſtè patet. Cuneus ergo cum percuſſione ipſius efficit, vt in mouendis, ſcindendiſque ponderibus ferè miracula cernamus.





Ad huiuſmodi facultatis inſtrumentum, ea quoque omnia commodè referri poſſunt, quæ percuſſione, ſiue impulſu incidunt, diuidunt, perforant, huiuſmodique alia obeunt munera. vt enſes, gladij, mucrones, ſecures, & ſimilia. ſerra quoque ad hoc reducetur; dentes enim percutiunt, cuneique inſtar exiſtunt.

DE COCHLEA.

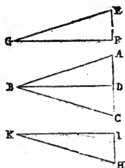
PAPPVS in eodem octauo libro multa pertractans de cochlea, docet quomodo conficienda sit; & quomodo magna huiusmodi instrumento moueantur pondera; nec nō alia theoremata ad eius cognitionem valdè vtilia. Quoniam autem inter cætera pollicetur, se ostendere velle, cochleam nihil aliud esse præter assumptum cuneum percussionis expertem vecte motionem facientē; hoc autem in ipso desideratur; propterea idipsum ostendere conabimur, nec non eiusdem cochleæ ad vectem, libramque reductionem: vt ipsius tandem completa habeatur cognitio.

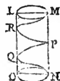
Sit cuneus ABC, qui circa cylindrum DE circumuoluatur: sitque IGH cuneus circa cylindrum reuolutus, cuius vertex sit I. sit deinde cylindrus cū circumposito cuneo ita accōmodatus, vt absq; vllo impedimento manubrio KF eius axi annexo circūuerti possit sitque LMNO, quod scindendum est; quod etiam ex parte MN sit immobile; vt in ijs, quæ scinduntur, fieri solet: & sit vertex I intra RS. circumuertatur KF, & perueniat ad KP; dum autem KF circumuertitur, circumuertitur etiam totus cylindrus DE, & cuneus IGH: quare dum KF erit in KP, vertex I non erit amplius intra RS, sed cunei pars alia, vt TV: sed TV maior est, quàm RS; semper enim pars cunei, quæ magis à vertice distat, maior est ea, quæ ipsi est propinquior: vt igitur TV sit intra RS, oportet, vt R cedat,

moueaturque versus X, & S versus Z, vt faciunt ea, quæ scindunutr. totum ergo LMNO scindetur. similiterquè demonstrabimus, dum manubrium KP erit in KQ, tunc GH esse intrà RS: & vt GH sit intra RS, necesse est, vt R sit in X, & S in Z; ita vt XZ sit æqualis GH; semperque LMNO amplius scindetur. sic igitur patet, dum KF circumuertitur, semper R moueri versus X, atque S versus Z: & R semper super ITG moueri, S autem super IVH, hoc est super latera cunei circa cylindrum circumuoluti.

PROPOSTIO I.

Cuneus hoc modo circa cylindrum accõmodatus, nihil est aliud; nisi cochlea duas habens helices in vnico puncto inuicem coniunctas.

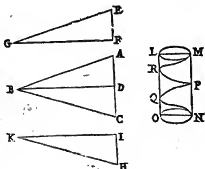




Sit cuneus ABC; & AB ipsi BC æqualis. diuidatur AC bifariam in D, iungaturque BD; erit BD ipsi AC perpendicularis; & AD ipsi DC æqualis, triangulumque ABD triangulo CBD æquale. fiant deinde triangula rectangula EFG HIK non solum inter se, verùm etiam vtrique ADB & CDB æqualia. sitque cylindrus LMNO, cuius perimeter sit æqualis vtrique FG KI. & LMN sit parallelogrammum per axem. fiatque MP æqualis FE; & PN æqualis HI. ponaturque HI in NP, circumuoluaturque triangulum HIK circa cylindrum; & secundùm KH helix describatur NQP, vt Pappus quoque docet in octauo libro propositione vigesima quarta. similiter ponatur EF in MP, circumuoluaturque triangulum EFG circa cylindrum; describaturque per EG helix PRM. cùm itaque PM PN sint æquales EF HI, erit MN æqualis ipsi AC, & cùm helices PRM PQN sint æquales lineis EG HK; helices igitur ipsis AB BC æquales erũt. cuneus ergo ABC totus circumuolutus erit circa cylindrũ LMNO.

inci-

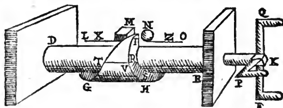
incidantur deinde helices, vt docet Pappus secundùm latitudinem cunei; & hoc modo cuneus vnà cum cylindro nihil aliud erit, quàm cochlea duas habens helices PRM PQN circa cylindrum LN in vnico puncto P inuicem coniunctas. quod demonstrare oportebat.



COROLLARIVM.

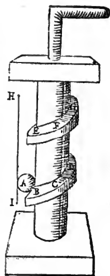
Hinc manifestum esse potest, quomodo helices in ipsa cochlea describi possint.

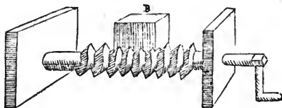
Quomodo autem pondera super helices cochleæ moueantur, ostendamus.



Sit(veluti prius)cuneus IGH circa cylindrum DE reuolutus, cuius vertex sit I. apteturque cylindrus ita,vt liberè vnà cum suo axe circumuertatur.sintque duo pondera MN cuiuscunque figuræ voluerimus,ita tamen aptata,vt moueri non possint, nisi super rectam lineam LO, quæ axi cylindri sit æquidistans.sintque MN iuxta cunei verticem I. Circumuertatur KF, & perueniat ad KP: dum autem KF erit in KP, tunc TV erit intra pondera MN; sicut supra diximus. M igitur versus L mouebitur,& N versus O. similiter ostendetur,dum KP erit in KQ, tunc GH esse intra pondera MN; & M erit in X, & N in Z; ita vt XZ sit æqualis GH. quare dum KF circumuertitur,semper pondus N mouetur versus O, & super helicem IRS; M uerò super aliam helicem.

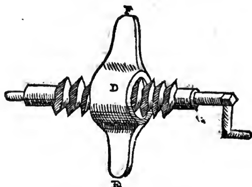
Similiter si cochlea plures habeat hælices, vt in secunda figura, pondus A, dum cochlea circumuertitur, semper super helices B C D E F G mouebitur; dummodo pō dus A aptetur ita vt moueri non possit, nisi super rectam H I ipsi cylindro æquidistantem. eodem enim modo, quo super primam mouetur helicen, mouetur etiam supra secū dam, & tertiam, & cætera. quotcūque enim fuerint helices, nihil aliud sunt, quam latus cunei circa idem cylindrum iterum atque iterum circumuolutum. & siue cochlea fuerit horizonti perpendicularis, siue horizonti æquidistans, vel alio modo collocata, nihil refer; semper enim eadem erit ratio.



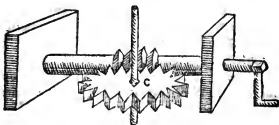


Si verò (vt in tertia figura) supra cochleam imponatur aliquod, vt B, quod quidem tylum vocant, ita accommodatum, vt inferiori parte helices habeat concauas ipsi cochleæ appositè admodum congruentes; perspicuum satis esse poterit, ipsum B, dum cochlea circū uertitur, super helices cochleæ eo prorsus modo moueri; quo pondus iuxta primam figuram mouebatur: dummodo tylum aptetur, vt docet Pappus in octauo libro; ita scilicet vt tantùm antè, retrouè axi cylindri æquidistans moueatur.

Et si



Et si loco tyli, quod helices habet concauas in parte inferiori, constituatur, vt in quarta figura, cylindrus concauus vt D, & in eius concaua superficie describantur helices, incidanturque ita, vt aptè cùm cochlea congruant (eodem enim modo describentur helices in superficie concaua cylindri, sicuti fit in conuexa) si deinde cochlea in suis polis firmetur, scilicet in suo axe, circumuertaturque; patet D ad motum circumuersionis cochleæ quemadmodum tylum moueri. nec non si D in E F firmetur, vt immobilis maneat, dũ circumuertitur cochlea; super helices cylindri D, ad motum suæ circumuersionis dextrorsum, vel sinistrorsum factę, tùm in anteriorem, tùm in posteriorem partem mouebitur. cylindrus autem D hoc modo accommodatus vulgò mater, siue cochleæ fœmina nuncupatur.



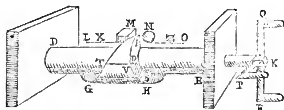
Si autem cochleæ (vt in quinta figura) tympanum C dentibus obliquis dentatum apponatur, vt docet Pappus in eodem octauo libro; vel etiam rectis, ita tamen constructis, vt facilè cum cochlea cõueniant: similiter manifestum est ad motum cochleæ circumuerti

etiam

etiam tympanum C. eodéque modo tympani dentes super helices cochleæ moueri & hæc dicitur cochlea infinita, quia & cochlea, & tympanum dum circũuertuntur, semper eodem modo se se habent.

Hæc diximus, vt manifestum sit cochleam in mouendo pondere cunei munere absq; percussione fungi. Illud enim remouet à loco, vbi erat: quemadmodum cuneus remouet ea, quæ mouet, ac scindit. omnia enim hæc à cochlea mouentur. sicuti pondus A in secunda figura, & M in prima.

Quoniam autem duplici ratione mouentem cuneum considerari posse ostendimus, uidelicet vt mouet vectibus, vel vt est planum horizonti inclinatum, dupliciter quoque cochleã considerabimus:

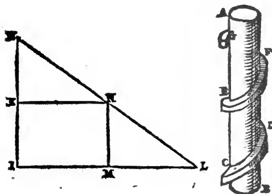


& primùm vt vectibus mouet, vt in prima figura circumuertatur K F & perueniat in K P: tunc, sicut dictum est, T V erit intra pondera M N. & sicut consideramus vectes in cuneo, eodem quoque modo eos considerare possumus in cochlea hoc pacto. erit scilicet I V H vectis, cuius fulcimentum I, & pondus in V. similiter I T G vectis, cuius fulcimentum I, & pondus in T. potentiæ verò mouentes in G H esse deberent; sed sicuti in cuneo potentia mouẽs est percussio, quæ mouet cuneum; idcirco erit, vbi potentia mouẽt cochleã scilicet in P manubrio K P. cochlea enim sine percussione mouetur. Hæc autem consideratio propter uectes inflexos impropria forsitã esse videbitur; Quo circa si id, quod mouetur à cochlea, supra planũ horizonti inclinatum moueri intelligatur; erit quidem huiusmodi cõsideratio, cùm ipsi quoque cuneo conueniat, figuræ ipsius cochleæ magis conformis.

PROPOSITIO II.

Si fuerit cochlea A B helices habens æquales C D E F G. Dico has nihil aliud esse præter planum horizonti inclinatum circa cylindrum reuolutum.

Sit



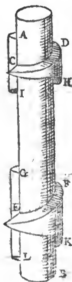
Sit cochlea AB horizonti perpendicularis duas habens helices C DEFG. exponatur HI æqualis GC, quæ bifariam diuidatur in K; erunt HK KI non solum inter se se, verùm etiam ipsis GE EC æquales, & ipsi HI ad rectos angulos ducatur LI; & per LI intelligatur planum horizonti æquidistans; sitque LI dupla perimetro cylindri AB, quæ bifariam diuidatur in M; erunt IM ML cylindri perimetro æquales. connectatur HL, & à puncto M ducatur MN ipsi HI æquidistans, coniungaturque KN. quoniam enim similia sunt inter se se triangula HIL NML, cùm NM sit æquidistans HI; erit LI ad IH, vt LM, ad MN: & permutando vt IL ad LM; ita HI ad NM. sed IL dupla est ipsius LM; ergo & HI dupla erit MN. sed est etiam dupla ipsius KI, quare KI NM inter se æquales erunt. & quoniam anguli ad MI sunt recti; erit KM parallelogrammum rectangulum, & KN æqualis erit IM. quare KN perimetro cylindri AB æqualis erit. ponatur itaque HI in GC. erit HK in GE. circumuoluatur deinde triangulum HKN circa cylindrum AB, describet. HN helicem GFE; cùm NK perimetro cylindri sit æqualis; & punctum N erit in E; & MN in CE. & quia ML æqualis est perimetro cylindri, circumuoluatur rursus triangulum NML circa cylindrum AB, NL describet helicen EDC. quare tota LH duas describet helices CDEFG. patet igitur has helices cochleæ nihil aliud esse, nisi planum horizonti inclinatum; cuius inclinatio est angulus HLI circa cylindrum circumuolutum, supra quod pondus mouetur. quod demonstrare oportebat.

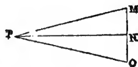
Quo-

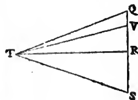
Quomodo autem hoc ad libram reducatur manifestum est ex nona octaui libri eiusdem Pappi.

Postquam vidimus quomodo pondera huiusmodi moueantur instrumento; nunc considerandum est, quæ nam sint ea, quæ efficiunt, vt pondera facilè moueantur: hæc autem duo sunt.

Primùm quidem, quod efficit, vt facilè pondus moueatur, quod etiam ad essentiam cochleæ magis pertinere videtur; est helix circa cochleam. vt si circa datam cochleam A B duæ sint helices inæquales C D A E F G, sitque A C minor E G. Dico idem pondus facilius super helicen C D A moueri, quàm super E F G.

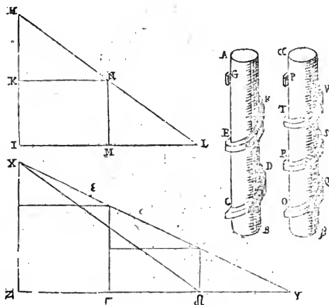






Compleatur cuneus A DCHI, hoc est describatur helix C H I æqualis CDA, & vertex cunei sit C. similiter cõpleatur cuneus GFEKL, cuius vertex E. exponatur deinde recta linea MN, quæ sit ipsi AC æqualis, cui ad rectos angulos ducatur NP, quæ sit æqualis perimetro cylindri AB; & connecta-
1. Huius. tur PM; erit PM, per ea, quæ dicta sunt, ipsi CDA æqualis. producatur deinde MN in O, fiatque O N æqualis MN, coniungaturque OP; erit OPM
1. Huius. cuneus cuneo ADCHI æqualis. similiterque exponatur cuneus STQ æqualis cuneo GFE KL; erit TR ipsi PN, & perimetro cylindri æqualis; & QR æqualis GE cùm autem GE maior sit AC; erit & RQ maior MN secetur RQ in V; fiatque RV ipsi MN æqualis, & coniungatur TV; erit triangulum TVR triangulo MPN æquale: duæ enim T R RV duabus PN NM sunt æquales, & anguli, quos continent,
4. Primi. sunt æquales, nempe recti; angulus igitur RTV angulo NPM æqualis erit. qua angulus MPN minor est angulo QTR; & horum dupli,

dupli, angulus ſcilicet M P O minor angulo Q T S. quoniam autẽ cuneus, qui angulum ad verticem minorem habet facilius mouet, ac ſcindit, quàm qui habet maiorem: cuneus ergo M P O facilius mouebit, quam Q T S. facilius igitur pondus à cuneo A D C H I mouebitur, quàm à cuneo G F E K L. pondus ergo ſuper helicen C D A facilius mouebitur, quàm ſuper E F G. eodemque modo oſtendetur, quò minor erit A C, eò facilius pondus moueri. quod demõſtrare oportebat.



ALITER.

Sit data cochlea A B duas habens helices ęquales C D E F G; ſit deinde alius cylindrus αβ ipſi A B ęqualis, in quo ſummatur O P ipſi C G æqualis: diuidaturque O P in tres partes æquales O R R T T P, & tres deſcribantur helices O Q R S T V P, erit vnaquæque O R R T T P, minor C E, & E G: tertia enim pars minor eſt dimidia dico idem pondus facilius ſuper helices O Q R S T V P moueri, quàm ſuper C D E F G. exponatur H I L triangulum orthogonium ita vt H I ſit ipſi C G æqualis, & I L duplo perimetri cylindri A B æqualis, & per L I intelligatur planum horizonti æquidiſtans; erit H L æqualis C D E F G; & H L I inclinationis angulus erit. exponatur

Cc ſimi-

Ex 2. huius. similiter XYZ triangulum orthogonium, ita vt XZ ipsi OP sit æqualis, quæ etiam æqualis erit CG, & HI; sitque ZY cylindri perimetro tripla, erit XY æqualis OQRSTVP. diuidatur ZY in tres partes æquales in γδ; erit vnaquæque Zγ γδ δY perimetro cylindri αβ æqualis, quæ etiam perimetro cylindri AB æquales erunt; & per consequens ipsis IM, & ML. connectatur Xδ. & quoniam duæ HI IL duabus XZδ sunt æquales, & angulus HIL rectus æqualis est angulo XZδ recto; erit triangulum HIL triangulo XZδ

21. Primi. æquale; & angulus HLI angulo XδZ æqualis; & Xδ ipsi HL æqualis. sed quoniam angulus XδZ maior est angulo XYZ; erit angulus HLI angulo XYZ maior. ac propterea planum HL magis horizonti inclinat, quàm XY. quare idem pondus à minore potentia super planum XY, quàm super planum HL mouebitur; vt facilè elicitur ex eadem nona Pappi. cùm autem helices OQRSTVP nihil aliud sint, quàm planum XY horizonti inclinatum in angulo XYZ circa cylindrum αβ circumuolutum; & helices CDEFG nihil sunt aliud, quàm planum HL horizonti inclinatum in angulo HLI circa cylindrum AB circumuolutum; facilius ergo pondus super helices OQRSTVP mouebitur, quàm super helices CDEFG.

Si autem OP diuidatur in quatuor partes æquales, describanturquè circa αβ quatuor helices; adhuc facilius pondus mouebitur super has quatuor, quàm super tres OQRSTVP. & quò plures erunt helices, eò facilius pondus mouebitur. quod demonstrare oportebat.

Ex 18. Primi. Tẽpus verò huius motus facilè patet, helices enim CDEFG sunt æquales HL; helices verò OQRSTVP sunt æquales XY sed XY maior est HL; ideo fiat Yε ipsi HL æqualis: si igitur duo pondera super lineas LH YX moueantur, & velocitates motuum sint æquales, citius pertransibit quod mouetur super LH, quàm quod super YX mouetur. in eodem enim tempore erunt in Hε quare tempus eius, quod mouetur super helices OQRSTVP, maius erit eo, quod est mensura eius mouetur super CDEFG. & quò plures erunt

Ex 48. Primi. 1. Datorum & Ex sexta primi Ioannis de Monte regio de triangulis. helices, eò maius erit tempus. cùm autem datæ sint lineæ HIXZ, & ILZY: datæ enim sunt cochleæ ABαβ; & anguli ad IZ recti dati; erit HL data. similiter & XY data erit. quare & harum proportio data erit. temporum igitur proportio eorum, quæ super helices mouentur data erit.

Alterum, quod efficit, vt pondera facilè moueantur, sunt scytalæ, aut manubria, quibus cochlea circumuertitur.

Sit

Sit cochlea habens helices ABCD, quæ etiam ſcytalas habeat EF GH foraminibus cochleæ impoſitas. ſit infra helices cylindrus MN, in quo non ſint inciſæ helices; & circa cylindrum funis circumuolua tur trahens pondus O, quod ad motum ſcytalarum EF GH moueatur, ac ſi ergatæ inſtrumento traheretur. ducatur (per ea quæ prius dicta ſunt de axe in peritrochio) LK ſcytalæ æqualis, axique cylindri perpendicularis, eumque ſecans in I: patet quò longior ſit LI, & quò breuior ſit IK, pondus O facilius moueri. eſt autem animaduertendum, quòd dum cochlea mouet pondus, ſi mente concipiatur, quòd loco trahendi pondus O fune, pondus ſuper helices ABC D moueat; pondus quoque in K, quod ſit R, ſuper helices etiam facilius mouebit. eſt enim LK vectis, cuius fulcimentum eſt I: cùm circa axem cochlea circumuertatur; potentia mouens in L; & pondus in K. facilius enim mouetur pondus vecte LK, quàm ſine vecte; quia LI ſemper maior eſt IK. Intelligatur itaque manente cochlea pondus R moueri à potentia in L vecte LK ſuper helicen CK: vel quod idem eſt, ſicut etiam ſupra diximus, ſi pondus R aptetur ita, vt moueri non poſſit, niſi ſuper rectam PQ axi cylindri æquidiſtantē; circumuertaturque cochlea, potentia exiſtente in L: mouebitur pondus R ſuper helicen CD eodem modo, ac ſi à vecte LK moueretur.

Ex Cor. 1. Huius. de vecte.

idem enim eſt, ſiue pondus manente cochlea ſuper helicen moueatur; ſiue helix circumuertatur, ita vt pondus ſuper ipſam moueatur. cùm ab eadem potentia in L moueatur. ſimiliter oſtẽdetur, quò lõgior ſit LI, adhuc pondus facilius ſemper moueri. à minori enim potentia moueretur. quod erat propoſitum.

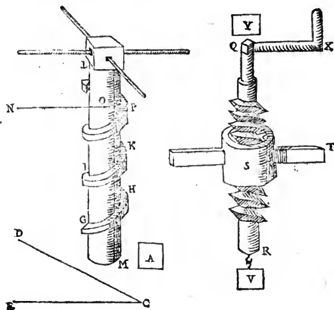
Ex 1. huius de vecte.

Tempus quoque huius motus manifeſtum eſt, quò enim longior eſt LI, eò tempus maius erit: dummodo potentiæ motuum ſint in velocitate æquales; ſicuti dictum eſt de axe in peritrochio.

COROLLARIVM.

Ex his manifeſtum eſt, quò pluras ſunt helices; & quò lõgiores ſunt ſcytalæ ſiue manubria, pondus ipſum facilius quidem, tardius autem moueri.

Virtus denique mouentis, atque in ſcytalis conſtitutæ potentiæ, hinc manifeſta fiet.



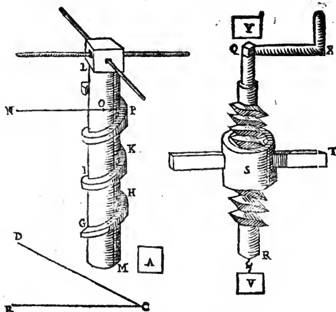
Sit datum A centum; ſit planum horizonti inclinatum CD in angulo DCE. inueniatur ex eadem nona Pappi quanta vi pondus A ſuper CD moueatur; quæ ſit decem. exponatur cochlea LM helices habens

habens GHIK &c. in angulo ECD; per ea, quæ dicta sunt, potentia decem pondus A super helices GHIK mouebit. si autem hac cochlea volumus pondus A mouere, & potentia mouens sit vt duo: ducatur NP axi cochleæ perpendicularis, axem secans in O; fiatq; PO ad ON, vt vnum ad quinque, hoc est duo ad decem. Quoniã enim potentia mouens pondus A in P, idest super helices est vt decem, cui potentiæ resistit, & æqualis est potentia in N vt duo; est enim NP vectis, cuius fulcimentum est O. potentia ergo vt duo in N pondus A super helices cochleæ mouebit. efficiãtur igitur scytalę siue manubria, quæ vsque ad N perueniant; manifestum est, potentiam vt duo in his pondus centum cochlea LM mouere.

Si igitur sit cochlea QR helices habens in angulo DCE, & circa ipsam sit eius mater S, quæ si pependerit centum, adijciatur ST manubrium quoddam, siue scytala; ita vt T in eadem proportione distet ab axe cylindri, vt NOP; patet potentiam vt duo in T mouere S super helices cocleæ enim aliud est S, nisi pondus super helices cochlæ motum. similiter si S sit immobilis, circumuertaturque cochlea manubrio, siue scytala QX in eadem proportione cõfecta; fueritque cochlea centum pondo (quòd quidem, vel ex se ipsa, vel cum pondere V cochleæ appenso, vel cum pondere Y cochleæ super imposito centum pependerit) manifestum est potentiam vt duo in X mouere cochleam QR super helices intra matricem cochleæ incisas. atque ita in alijs, quæ cochleæ instrumento mouentur; proportionem potentiæ ad pondus inueniemus.

COROLLARIVM.

Ex hoc manifestum est, quomodo datum pondus à data potentia cochlea moueatur.



Illud quoque prætereа hoc loco obſeruandum occurrit; quò plures erunt matricis cochleæ helices, eò minus in pondere mouendo cochleam pati. ſi enim matrix vnicam duntaxat helicen poſſederit, tunc pondus vt centrum à ſola cochleæ ſuſtinebitur helice: ſi verò plures, in plures quoque, ac totidem cochleę helices ponderis grauitas diſtribuetur; vt ſi quatuor contineat helices, tūc quatuor viciſſim cochleæ helices vniuerſo ponderi ſuſtinendo incumbent: ſiquidem vnaquæque quartam totius ponderis portionem ſuſtentabit, quod ſi adhuc plures contineat helices, ponderis quoque totius in plures, atque ideo minores portiones fiet diſtributio.

Oſtenſum eſt igitur pondus à cochlea moueri tanquam à cuneo percuſſionis experte: loco enim percuſſionis mouet vecte, hoc eſt ſcytala, ſiue manubrio.

His demonſtratis liquet, quomodo datum pondus à data potentia moueri poſſit. quòd ſi vecte hoc aſſequi volumus; poſſumus & dato vecte datum pondus data potentia mouere. quod quidem in nullis ex alijs fieri poſſe abſolutè contingit: ſiue ſit cochlea, ſiue axis in peritrochio, ſiue trochlea. non enim datis trochleis, neque dato axe in peritrochio, neque data cochlea, datum pondus à data potentia

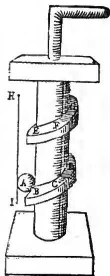
potentia moueri potest, cùm potentia in his semper determinata: si igitur potentia, quæ pondus mouere debeat, hac minor sit data, nunquam pondus mouebit. possumus tamen dato axe, & tympano absque scytalis datum pondus data potentia mouere; cùm scytalas construere possimus, ita vt semidiameter tympani dati unà cum longitudine scytalæ ad axis semidiametrum datã habeat proporportionem. quod idem cochleæ contingere potest, scilicet datum pondus data cochlea sine manubrio, vel scytala, data potentia mouere. cognita enim potentia, quæ pondus super helices moueat, poßumus manubrium, siue scytalam ita construere, vt data potentia in scytala eandem vim habeat, quam potentia pondus super helices mouens. cùm autem hoc datis trochleis nullo modo fieri possit: datum tamen pondus data potentia trochleis infinitis modis mouere poßumus. datum verò pondus data potentia cunei instrumento mouere, hoc minimè fieri posse clarum esse videtur; non enim data potentia datum pondus super planum horizonti inclinatum mouere potest, neque datum pondus à data potentia mouebitur vectibus sibi inuicem aduersis, quemadmodum in cuneo insunt; cùm in vectibus cunei propria, veraque vectis proportio seruari non possit. vectium enim fulcimenta non sunt immobilia, cùm totus cuneus moueatur.

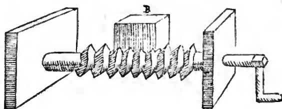
Poterit deinde quis struere machinas, atque eas ex pluribus componere; vt ex trochleis, & succulis, vel ergatis, pluribusuè dentatis tympanis, vel quocunque alio modo; & ex ijs, quæ diximus; facilè inter pondus, & potentiam proportionem inuenire.

FINIS.

F. Andreas Berna minorita Conu. Vidit, & ad verbum castigauit.

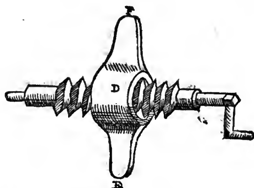
Similiter si cochlea plures habeat hælices, vt in secunda figura, pondus A, dum cochlea circumuertitur, semper super helices BCD EFG mouebitur; dummodo pōdus A aptetur ita vt moueri non possit, nisi super rectam HI ipsi cylindro æquidistantem. eodem enim modo, quo super primam mouetur helicen, mouetur etiam supra secūdam, & tertiam, & cætera. quotcūque enim fuerint helices, nihil aliud sunt, quam latus cunei circa idem cylindrum iterum atque iterum circumuolutum. & siue cochlea fuerit horizonti perpendicularis, siue horizonti æquidistans, vel alio modo collocata, nihil refer; semper enim eadem erit ratio.



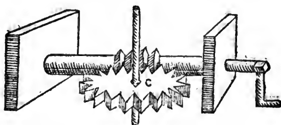


Si verò (vt in tertia figura) supra cochleam imponatur aliquod, vt B, quod quidem tylum vocant, ita accommodatum, vt inferiori parte helices habeat concauas ipsi cochleæ appositè admodum congruentes; perspicuum satis esse poterit, ipsum B, dum cochlea circūuertitur, super helices cochleæ eo prorsus modo moueri; quo pondus iuxta primam figuram mouebatur: dummodo tylum aptetur, vt docet Pappus in octauo libro; ita scilicet vt tantùm antè, retrouè axi cylindri æquidistans moueatur.

Etsi



Et ſi loco tyli, quod helices habet concauas in parte inferiori, conſtituatur, vt in quarta figura, cylindrus concauus vt D, & in eius concaua ſuperficie deſcribantur helices, incidanturque ita, vt aptè cùm cochlea congruant (eodem enim modo deſcribentur helices in ſuperficie concaua cylindri, ſicuti fit in conuexa) ſi deinde cochlea in ſuis polis firmetur, ſcilicet in ſuo axe, circumuertaturque; patet D ad motum circumuerſionis cochleæ quemadmodum tylum moueri. nec non ſi D in E F firmetur, vt immobilis maneat, dũ circumuertitur cochlea; ſuper helices cylindri D, ad motum ſuæ circumuerſionis dextrorſum, vel ſiniſtrorſum factę, tùm in anteriorem, tùm in poſteriorem partem mouebitur. cylindrus autem D hoc modo accommodatus vulgò mater, ſiue cochleæ fæmina nuncupatur.



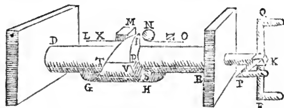
Si autem cochleæ (vt in quinta figura) tympanum C dentibus obliquis dentatum apponatur, vt docet Pappus in eodem octauo libro; vel etiam rectis; ita tamen conſtructis, vt facilè cum cochlea cõueniant: ſimiliter manifeſtum eſt ad motum cochleæ circumuerti

etiam

etiam tympanum C. eodéque modo tympani dentes super helices cochleæ moueri & hæc dicitur cochlea infinita, quia & cochlea, & tympanum dum circũuertuntur, semper eodem modo se se habent.

Hæc diximus, vt manifestum sit cochleam in mouendo pondere cunei munere absq; percussione fungi. Illud enim remouet à loco, vbi erat: quemadmodum cuneus remouet ea, quæ mouet, ac scindit. omnia enim hæc à cochlea mouentur. sicuti pondus A in secunda figura, & M in prima.

Quoniam autem duplici ratione mouentem cuneum considerari posse ostendimus, uidelicet vt mouet vectibus, vel vt est planum horizonti inclinatum, dupliciter quoque cochleã considerabimus:

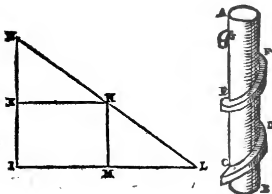


& primùm vt vectibus mouet, vt in prima figura circumuertatur K F & perueniat in K P: tunc, sicut dictum est, T V erit intra pondera M N. & sicut consideramus vectes in cuneo, eodem quoque modo eos considerare possumus in cochlea hoc pacto. erit scilicet I V H vectis, cuius fulcimentum I, & pondus in V. similiter I T G vectis, cuius fulcimentum I, & pondus in T. potentiæ verò mouentes in G H esse deberent; sed sicuti in cuneo potentia mouẽs est percussio, quæ mouet cuneum; idcirco erit, vbi potentia mouẽt cochleã scilicet in P manubrio K P. cochlea enim sine percussione mouetur. Hæc autem consideratio propter uectes inflexos impropria forsitã esse videbitur; Quo circa si id, quod mouetur à cochlea, supra planũ horizonti inclinatum moueri intelligatur; erit quidem huiusmodi cõsideratio, cùm ipsi quoque cuneo conueniat, figuræ ipsius cochleæ magis conformis.

PROPOSITIO II.

Si fuerit cochlea A B helices habens æquales C D E F G. Dico has nihil aliud esse præter planum horizonti inclinatum circa cylindrum reuolutum.

Sit



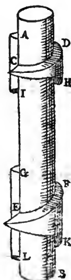
Sit cochlea AB horizonti perpendicularis duas habens helices C D E F G. exponatur H I æqualis G C, quæ bifariam diuidatur in K; erunt H K K I non solum inter se se, verùm etiam ipsis G E E C æquales, & ipsi H I ad rectos angulos ducatur L I; & per L I intelligatur planum horizonti æquidistans; sitque L I dupla perimetro cylindri A B, quæ bifariam diuidatur in M; erunt I M M L cylindri perimetro æquales. connectatur H L, & à puncto M ducatur M N ipsi H I æquidistans, coniungaturque K N. quoniam enim similia sunt inter se se triangula H I L N M L, cùm N M sit æquidistans H I; erit L I ad I H, vt L M, ad M N: & permutando vt I L ad L M; ita H I ad N M. sed I L dupla est ipsius L M; ergo & H I dupla erit M N. sed est etiam dupla ipsius K I, quare K I N M inter se æquales erunt. & quoniam anguli ad M I sunt recti; erit K M parallelogrammum rectangulum, & K N æqualis erit I M. quare K N perimetro cylindri A B æqualis erit. ponatur itaque H I in G C. erit H K in G E. circumuoluatur deinde triangulum H K N circa cylindrum A B, describet. H N helicem G F E; cùm N K perimetro cylindri sit æqualis; & punctum N erit in E; & M N in C E. & quia M L æqualis est perimetro cylindri, circumuoluatur rursus triangulum N M L circa cylindrum A B, N L describet helicem E D C. quare tota L H duas describet helices C D E F G. patet igitur has helices cochleæ nihil aliud esse, nisi planum horizonti inclinatum; cuius inclinatio est angulus H L I circa cylindrum circumuolutum, supra quod pondus mouetur. quod demonstrare oportebat.

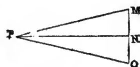
Quo-

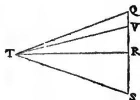
Quomodo autem hoc ad libram reducatur manifestum est ex nona octaui libri eiusdem Pappi.

Postquam vidimus quomodo pondera huiusmodi moueantur instrumento; nunc considerandum est, quænam sint ea, quæ efficiunt, vt pondera facilè moueantur: hæc autem duo sunt.

Primùm quidem, quod efficit, vt facilè pondus moueatur, quod etiam ad essentiam cochleæ magis pertinere videtur; est felix circa cochleam. vt si circa datam cochleam A B duæ sint helices inæquales CDA EFG, sitque AC minor EG. Dico idem pondus facilius super helicen CDA moueri, quàm super EFG.







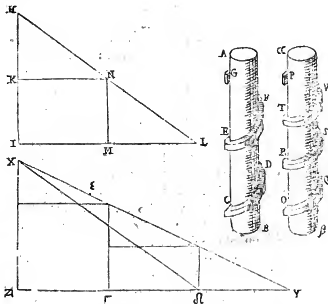
Compleatur cuneus A DCHI, hoc est describatur helix CHI æqualis CDA. & vertex cunei sit C. similiter cõpleatur cuneus GFEKL, cuius vertex E. exponatur deinde recta linea MN, quæ sit ipsi AC æqualis, cui ad rectos angulos ducatur NP, quæ sit æqualis perimetro cylindri AB; & connectatur PM; erit PM, per ea,

1. Huius. quæ dicta sunt, ipsi CDA æqualis. producatur deinde MN in O, fiatque O N æqualis MN, coniungaturque OP; erit OPM

2. Huius. cuneus cuneo ADCHI æqualis. similiterque exponatur cuneus STQ æqualis cuneo GFE KL; erit TR ipsi PN, & perimetro cylindri æqualis; & QR æqualis GE cùm autem GE maior sit AC, erit & RQ maior MN secetur RQ in V; fiatque RV ipsi MN æqualis, & coniungatur TV; erit triangulum TVR triangulo MPN æquale: duæ enim T

4. Primi. R RV duabus PN NM sunt æquales, & anguli, quos continent, sunt æquales, nempe recti; angulus igitur RTV angulo NPM æqualis erit. qua angulus MPN minor est angulo QTR; & horum dupli,

dupli, angulus scilicet MPO minor angulo QTS. quoniam autẽ cuneus, qui angulum ad verticem minorem habet facilius mouet, ac scindit, quàm qui habet maiorem: cuneus ergo MPO facilius mouebit, quam QTS. facilius igitur pondus à cuneo AD CHI mouebitur, quàm à cuneo GFEKL. pondus ergo super helicen CDA facilius mouebitur, quàm super EFG. eodemque modo ostendetur, quò minor erit AC, eò facilius pondus moueri. quod demõstrare oportebat.



ALITER.

Sit data cochlea AB duas habens helices ęquales CDEFG; sit deinde alius cylindrus αβ ipsi AB ęqualis, in quo summatur OP ipsi CG æqualis: diuidaturque OP in tres partes æquales OR RT TP, & tres describantur helices OQRSTVP, erit vnaquæque OR RT TP, minor CE, & EG: tertia enim pars minor est dimidia dico idem pondus facilius super helices OQRSTVP moueri, quàm super CDEFG. exponatur HIL triangulum orthogonium ita vt HI sit ipsi CG æqualis, & IL duplo perimetri cylindri AB æqualis, & per LI intelligatur planum horizonti æquidistans; erit HL æqualis CDEFG; & HLI inclinationis angulus erit. exponatur

Ex 2. huius. similiter XYZ triangulum orthogonium, ita vt XZ ipsi OP sit æqualis, quæ etiam æqualis erit CG, & HI; sitque ZY cylindri perimetro tripla, erit XY æqualis OQRSTVP. diuidatur ZY in tres partes æquales in γδ; erit vnaquæque Zγ γδ δY perimetro cylindri αβ æqualis, quæ etiam perimetro cylindri AB æquales erunt; & per consequens ipsis IM, & ML. connectatur Xδ. & quoniam duæ HI IL duabus XZδ sunt æquales, & angulus HIL rectus æqualis est angulo XZδ recto; erit triangulum HIL triangulo XZδ

4. Primi. æquale; & angulus HLI angulo XδZ æqualis; & Xδ ipsi HL æqualis. sed quoniam angulus XδZ maior est angulo XYZ; erit angulus HLI angulo XYZ maior. ac propterea planum HL magis horizonti inclinat, quàm XY. quare idem pondus à minore potentia super planum XY, quàm super planum HL mouebitur; vt facilè elicitur ex eadem nona Pappi. cùm autem helices OQRSTVP nihil aliud sint, quàm planum XY horizonti inclinatum in angulo XYZ circa cylindrum αβ circumuolutum; & helices CDEFG nihil sunt aliud, quàm planum HL horizonti inclinatum in angulo HLI circa cylindrum AB circumuolutum; facilius ergo pondus super helices OQRSTVP mouebitur, quàm super helices CDEFG.

Si autem OP diuidatur in quatuor partes æquales, describanturquè circa αβ quatuor helices; adhuc facilius pondus mouebitur super has quatuor, quàm super tres OQRSTVP. & quò plures erunt helices, eò facilius pondus mouebitur. quod demonstrare oportebat.

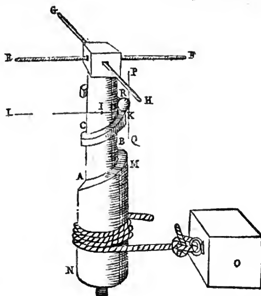
Tẽpus verò huius motus facilè patet, helices enim CDEFG sunt

Ex 18. Primi. æquales HL; helices verò OQRSTVP sunt æquales XY sed XY maior est HL; ideo fiat Yε ipsi HL æqualis: si igitur duo pondera super lineas LH YX moueantur, & velocitates motuum sint æquales, citius pertransibit quod mouetur super LH, quàm quod super YX mouetur. in eodem enim tempore erunt in Hε quare tempus eius, quod mouetur super helices OQRSTVP, maius erit eo, quod est mensura eius mouetur super CDEFG. & quò plures erunt

Ex 48. Primi. 1. Datorum & Ex sexta primi Ioannis de Monte regio de triangulis. helices, eò maius erit tempus. cùm autem datæ sint lineæ HI XZ, & ILZY: datæ enim sunt cochleæ AB αβ; & anguli ad IZ recti dati; erit HL data. similiter & XY data erit. quare & harum proportio data erit. temporum igitur proportio eorum, quæ super helices mouentur data erit.

Alterum, quod efficit, vt pondera facilè moueantur, sunt scytalæ, aut manubria, quibus cochlea circumuertitur.

Sit



Sit cochlea habens helices ABCD, quæ etiam ſcytalas habeat EF GH foraminibus cochleæ impoſitas. ſit infra helices cylindrus MN, in quo non ſint inciſæ helices; & circa cylindrum funis circumuolua tur trahens pondus O, quod ad motum ſcytalarum EF GH moueatur, ac ſi ergatæ inſtrumenro rraherērur. ducatur (per ea quæ prius dicta ſunt de axe in peritrochio) LK ſcytalæ æqualis, axique cylindri perpendicularis, eumque ſecans in I: paret quò longior ſit LI, & quò breuior ſit IK, pondus O facilius moueri. eſt autem animaduertendum, quòd dum cochlea mouet pondus, ſi mente concipiatur, quòd loco trahendi pondus O fune, pondus ſuper helices ABC D moueat; pondus quoque in K, quod ſit R, ſuper helices etiam facilius mouebit. eſt enim LK vectis, cuius fulcimeutum eſt I: cùm circa axem cochlea circumuertatur; potentia mouens in L; & pondus in K. facilius enim mouetur pondus vecte LK, quàm ſine vecte; quia LI ſemper maior eſt IK. Intelligatur itaque manente cochlea pondus R moueri à potentia in L vecte LK ſuper helicen CK: vel quod idem eſt, ſicut etiam ſupra diximus, ſi pondus R apretur ita, vt moueri non poſſit, niſi ſuper rectam PQ axi cylindri æquidiſtantē; circumuertaturque cochlea, porentia exiſtente in L: mouebitur pondus R ſuper helicen CD eodem modo, ac ſi à vecte LK moueretur. Ex Cor. 1. Huius. de vecte.

Cc 2 idem

idem enim eſt, ſiue pondus manente cochlea ſuper helicen moueatur; ſiue helix circumuertatur, ita vt pondus ſuper ipſam moueatur. cùm ab eadem potentia in L moueatur. ſimiliter oſtẽdetur, quò lõgior ſit LI, adhuc pondus facilius ſemper moueri. à minori enim potentia moueretur. quod erat propoſitum.

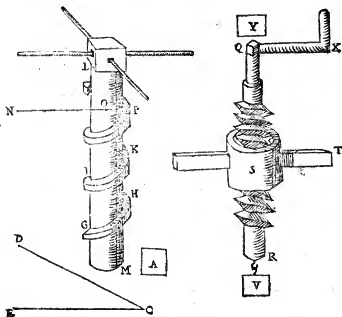
Ex 1. huius de vecte.

Tempus quoque huius motus manifeſtum eſt, quò enim longior eſt LI, eò tempus maius erit: dummodo potentiæ motuum ſint in velocitate æquales; ſicuti dictum eſt de axe in peritrochio.

COROLLARIVM.

Ex his manifeſtum eſt. quò pluras ſunt helices; & quò lõgiores ſunt ſcytalæ ſiue manubria, pondus ipſum facilius quidem, tardius autem moueri.

Virtus denique mouentis, atque in ſcytalis conſtitutæ potentiæ, hinc manifeſta fiet.



Sit datum A centum; ſit planum horizonti inclinatum CD in angulo DCE. inueniatur ex eadem nona Pappi quanta vi pondus A ſuper CD mouetur; quæ ſit decem. exponatur cochlea LM helices

habens

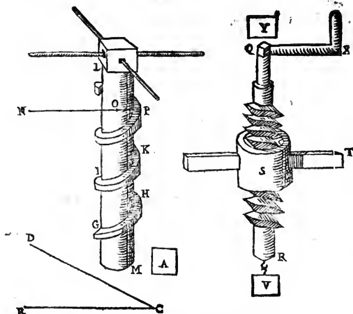
habens GHIK &c. in angulo ECD; per ea, quæ dicta sunt, potentia decem pondus A super helices GHIK mouebit. si autem hac cochlea volumus pondus A mouere, & potentia mouens sit vt duo: ducatur NP axi cochleæ perpendicularis, axem secans in O; fiatq; PO ad ON, vt vnum ad quinque, hoc est duo ad decem. Quoniã enim potentia mouens pondus A in P, idest super helices est vt decem, cui potentiæ resistit, & æqualis est potentia in N vt duo; est enim NP vectis, cuius fulcimentum est O. potentia ergo vt duo in N pondus A super helices cochleæ mouebit. efficiãtur igitur scytalę siue manubria, quæ vsque ad N perueniant; manifestum est, potentiam vt duo in his pondus centum cochlea LM mouere.

Si igitur sit cochlea QR helices habens in angulo DCE, & circa ipsam sit eius mater S, quæ si pependerit centum, adijciatur ST manubrium quoddam, siue scytala; ita vt T in eadem proportione distet ab axe cylindri, vt NOP; patet potentiam vt duo in T mouere S super helices cocleæ enim aliud est S, nisi pondus super helices cochlæ motum. similiter si S sit immobilis, circumuertaturque cochlea manubrio, siue scytala QX in eadem proportione cõfecta; fueritque cochlea centum pondo (quòd quidem, vel ex se ipsa, vel cum pondere V cochleæ appenso, vel cum pondere Y cochleæ superimposito centum pependerit) manifestum est potentiam vt duo in X mouere cochleam QR super helices intra matricem cochleæ incisas. atque ita in alijs, quæ cochleæ instrumento mouentur; proportionem potentiæ ad pondus inueniemus.

COROLLARIVM.

Ex hoc manifestum est, quomodo datum pondus à data potentia cochlea moueatur.

Illud



Illud quoque præterea hoc loco obſeruandum occurrit; quò plures erunt matricis cochleæ helices, eò minus in pondere mouendo cochleam pati. ſi enim matrix vnicam duntaxat helicen poſſederit, tunc pondus vt centrum à ſola cochleæ ſuſtinebitur helice: ſi verò plures, in plures quoque, ac totidem cochleę helices ponderis grauitas diſtribuetur; vt ſi quatuor contineat helices, tũc quatuor viciſſim cochleæ helices vniuerſo ponderi ſuſtinendo incumbent: ſiquidem vnaquæque quartam totius ponderis portionem ſuſtentabit, quod ſi adhuc plures contineat helices, ponderis quoque totius in plures, atque ideo minores portiones fiet diſtributio.

Oſtenſum eſt igitur pondus à cochlea moueri tanquam à cuneo percuſſionis experte: loco enim percuſſionis mouet vecte, hoc eſt ſcytala, ſiue manubrio.

His demonſtratis liquet, quomodo datum pondus à data potentia moueri poſſit. quòd ſi vecte hoc aſſequi volumus; poſſumus & dato vecte datum pondus data potentia mouere. quod quidem in nullis ex alijs fieri poſſe abſolutè contingit: ſiue ſit cochlea, ſiue axis in peritrochio, ſiue trochlea. non enim datis trochleis, neque dato axe in peritrochio, neque data cochlea, datum pondus à data

potentia

potentia moueri potest, cùm potentia in his semper determinata: si igitur potentia, quæ pondus mouere debeat, hac minor sit data, nunquam pondus mouebit. possumus tamen dato axe, & tympano absque scytalis datum pondus data potentia mouere; cùm scytalas construere possimus, ita vt semidiameter tympani dati unà cum longitudine scytalæ ad axis semidiametrum datã habeat proportionem. quod idem cochleæ contingere potest, scilicet datum pondus data cochlea sine manubrio, vel scytala, data potentia mouere. cognita enim potentia, quæ pondus super helices moueat, possumus manubrium, siue scytalam ita construere, vt data potentia in scytala eandem vim habeat, quam potentia pondus super helices mouens. cùm autem hoc datis trochleis nullo modo fieri possit: datum tamen pondus data potentia trochleis infinitis modis mouere possumus. datum verò pondus data potentia cunei instrumento mouere, hoc minimè fieri posse clarum esse videtur; non enim data potentia datum pondus super planum horizonti inclinatum mouere potest, neque datum pondus à data potentia mouebitur vectibus sibi inuicem aduersis, quemadmodum in cuneo insunt; cùm in vectibus cunei propria, veraque vectis proportio seruari non possit. vectium enim fulcimenta non sunt immobilia, cùm totus cuneus moueatur.

Poterit deinde quis struere machinas, atque eas ex pluribus componere; vt ex trochleis, & succulis, vel ergatis, pluribusuè dentatis tympanis, vel quocunque alio modo; & ex ijs, quæ diximus; facilè inter pondus, & potentiam proportionem inuenire.

FINIS.

F. Andreas Berna minorita Conu. Vidit, & ad verbum castigauit.



